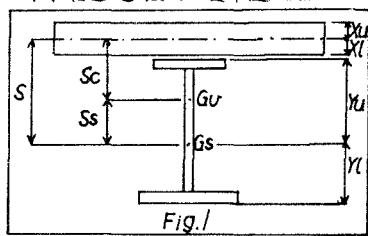


剛性マトリックスによる連続合成桁の乾燥収縮による応力解析

岩手大学正員 宮本 裕
同 学生員 小山島初徳

本研究は、変断面を有する連続合成桁の乾燥収縮による応力を剛性マトリックスを使うことにより求めようとするものである。なお、数値計算例において、本方法による値と他の方法による値を比較してみると、本方法が実用的な方法であると思われる。

1. 記号及び断面諸値 (Fig.1)



$$\begin{aligned}
 E_c &= \text{コンクリートのヤング係数}, E_s = \text{鋼のヤング係数} \\
 \gamma &= E_s/E_c, \gamma_n = \text{クリープ係数} (=4) \\
 \varepsilon_s &= \text{コンクリート最終収縮量}, A_c = \text{コンクリートの断面積} \\
 A_s &= \text{鋼の断面積}, A_u = \text{合成桁の断面積} \\
 I_s &= \text{鋼の断面2次モーメント}, I_c = \text{コンクリートの断面2次} \\
 I_u &= \text{合成桁の断面2次モーメント}, \quad \text{モーメント}
 \end{aligned}$$

2. 解析の順序

Fig.1のように、2径間連続合成桁(大阪市、友濃橋)を考える。Fig.2(b)(c)は、 I_{s1} 及び I_{u1} の形状を示した。

(1) Fig.2(d)のように、中間の支点を取り去り、単純構造にて収縮により生ずる断面力を求める。

$$N_{CO} = N_{SO} = \frac{Ns_{ch}}{\gamma_n} (1 - e^{-\alpha \gamma_n})$$

$$M_{SO} = N_{SO} \cdot s$$

$$I_{CO} = \frac{I_c \cdot s}{n} \alpha \frac{Ns_{ch}}{\gamma_n} (e^{\alpha \gamma_n} - e^{-\alpha \gamma_n})$$

$$(Ns_{ch} = E_c \cdot A_c \cdot \varepsilon_s, \alpha = \frac{A_s / s}{A_u / I_u})$$

(2) Fig.2(e)のように(1)で求まつた鋼桁に生ずる曲げモーメント M_{SO} を荷重とした連続桁を考え、剛性マトリックスを使い各点に生ずる曲げモーメント $M_{st'}$ (Fig.2(f))を求める。

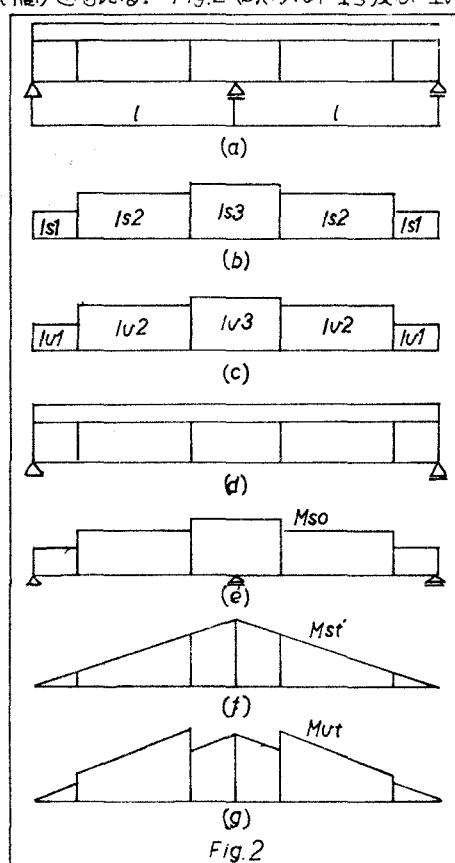
(3) Fig.2(f)よりコンクリートと鋼桁とを合成した場合の合成桁の各点に生ずる曲げモーメント M_{st} (Fig.2(g))を求める。(Fig.2(f)に I_{u1}/I_s を乗ずる。)

(4) Fig.2(g)より時間的要素を考慮すれば、コンクリート床版及び鋼桁に生ずる曲げモーメント M_{ct}, M_{st} 及び軸力 N_{ct}, N_{st} は、次のようにして求まる。

$$N_{ct} = N_{st} = N_{ct}(t=0) - N_{ct}(t=\infty)$$

$$M_{ct} = M_{ct}(t=0) - M_{ct}(t=\infty)$$

$$M_{st} = M_{st}(t=0) + M_{st}(t=\infty)$$



(i). $t=0$ の時

$$Nct(t=0) = M_{st} \frac{ScAc}{I/U}$$

$$Mct(t=0) = M_{st} \frac{I_c}{I/U}$$

$$Mst(t=0) = M_{st} \frac{I_s}{I/U}$$

(ii). $t=\infty$ の時

$$Nct(t=\infty) = Nct(t=0) \left(\frac{e^{\alpha \varphi_n}}{\alpha} + \varphi_n - \frac{1}{\alpha} \right) \frac{1}{\varphi_n}$$

$$Mct(t=\infty) = S Nct(t=\infty)$$

$$Mst(t=\infty) = Mct(t=0) \left\{ \left(-\frac{\alpha e^{\varphi_n}}{1-\alpha} - 1 + \frac{e^{\varphi_n}}{1-\alpha} \right) \frac{SACsc}{I_s/I} + e^{\varphi_n} + \varphi_n - 1 \right\} \frac{1}{\varphi_n}$$

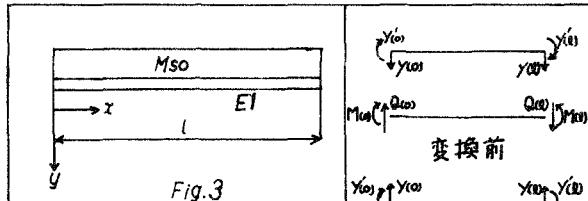


Fig.3

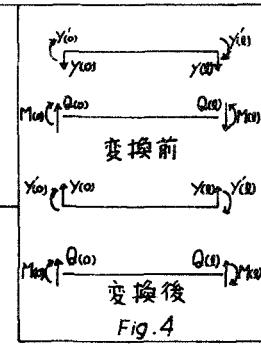


Fig.4

(5). 収縮によって連続合成桁に生ずる最終断面力 Nc, Mc, Ns, Ms 及び収縮応力 $\sigma_{cu}, \sigma_{cl}, \sigma_{su}$, σ_{sl} は次のようになる。

$$Nc = Ns = Nco + Nct$$

$$Mc = Mco + Mct$$

$$Ms = Mso + Mst$$

$$\sigma_{cu} = \frac{Nc}{A_c} - \frac{Mc}{I_c} xu, \quad \sigma_{cl} = \frac{Nc}{A_c} + \frac{Mc}{I_c} xl$$

$$\sigma_{su} = \frac{Ns}{A_s} - \frac{Ms}{I_s} yu, \quad \sigma_{sl} = \frac{Ns}{A_s} + \frac{Ms}{I_s} yl$$

3. 要素間に曲げモーメント荷重 Mso が作用する場合の剛性マトリックスの説明

Fig.3 のように要素に曲げモーメントが Constant に作用していると考える。この場合の微分方程式は式(1)となる。又、荷重が作用しない場合の微分方程式は式(2)となる。

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{Mso}{EI}$$

$$(1) \quad Q(x) = -EI/C1 \quad (7)$$

$$\frac{dy}{dx^2} = 0$$

$$(2) \quad Q(x) = 0 \quad (8)$$

式(2)を積分する。

$$\frac{dy}{dx} = C1$$

$$\text{境界条件 } x=0 \text{ で } y=y_0, y'=y'_0, M=M_0, Q=Q_0$$

$$\frac{dy}{dx^2} = C1x + C2$$

$$\text{より } C1, C2, C3, C4 \text{ を求め式(4),(5),(6),(7)に代入}$$

式(3)に式(1)を加え、順次積分する。

$$\frac{d^2y}{dx^2} = C1x + C2 - \frac{Mso}{EI}$$

$$\text{式(1)に代入} \quad (3) \quad \begin{bmatrix} y(0) \\ y'(0) \\ M(0) \\ Q(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{6} \\ 0 & 1 & -1 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{M(0)}{EI} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{Q(0)}{EI} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_0 \\ y'_0 \\ M_0 \\ Q_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{1}{6}Mso/2EI \\ -1Mso/EI \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2}C1x^2 + C2x + C3 - \frac{Mso}{EI}x \quad (4)$$

$$\text{これを変換すると次のようないくつかの剛性マトリックスが得られる。} \quad (7)$$

$$y(0) = \frac{1}{6}C1x^3 + \frac{1}{2}C2x^2 + C3x + C4 - \frac{Mso}{2EI}x^2 \quad (5)$$

$$\text{これを変換すると次のようないくつかの剛性マトリックスが得られる。} \quad (7)$$

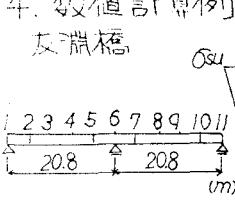
Mso は変形には関係するが断面力には関係しないので $C1$ 及び $Q(0)$ は次のようになる。

$$M(0) = -EI/C1x - EI/C2$$

$$\text{これを変換すると次のようないくつかの剛性マトリックスが得られる。} \quad (7)$$

4. 数値計算例

友誼橋



σ_{cu}

σ_{cl}

σ_{su}

σ_{sl}

σ_{sl}

		BENDING MOMENT (kNm/m)									
		SETTLES (1/4)			TACHI-			ATAKA BLAZZ-		WALTER	
		BAN	A	B	C	D	E	F	G	H	I
3	cu	5.3	7.3	5.3	5.4	5.3	5.3	5.3	5.3	5.3	5.3
	cl	3.0	5.4	6.3	5.7	5.9	5.9	5.3	5.3	5.3	5.3
	su	-132	-155	-153	-129	-167	-158	-155	-155	-155	-155
	sl	-111	-45	-45	-51	-52	-46	-55	-55	-55	-55
6	cu	13.2	11.6	12.3	13.1	12.5	11.5	10.1	10.1	10.1	10.1
	cl	10.1	11.5	12.3	13.1	11.2	9.3	10.3	10.3	10.3	10.3
	su	-73	-35	-27	-5	-38	-73	-56	-56	-56	-56
	sl	-27	-22	-21	-28	-249	-234	-234	-234	-234	-234

参考文献 橋 善雄著 「連続合成桁橋」理工図書