

## (81) 粒状体による間ゲキ比の確率分布に関する実験とその考察

日本大学工学部 正員 ○田野久貴  
同 学生員 畑文男  
同 学生員 萩原守一

### 1. 緒言

本文は、粒状体のパッキングに関する基本的なデータを得るために、円形の粒状体モデルを用いて行なった平均間ゲキ比とその分布に関する実験結果について報告するものである。球のパッキング等に關しては古くからいくつかの研究があり、最近では電子計算機を用いたパッキングのシミュレーションによる研究がある。本文では、三種類の円形粒子数百個を、同一面積をもつパッキング容器に自由落下させ、間ゲキ比を求めた。今回は、同一粒径のパッキングを各100回行ない、各粒径における平均間ゲキ比とその分布を求めた。

### 2. 実験方法

粒状体モデルは直径 $\varnothing 26, 39, 48$  mm、厚さ約5 mmのものを用いた。これらを、 $620 \times 1080$  mmのパッキング容器内に三角ますを用いて一度に十数個ずつ落下させてパッキングを行なった（写真-1）。この容器の両面はガラス板よりなり、間ゲキ比の測定はこの片面に感光紙を当てがい、他方より光をあてることにより求めた。この感光紙（ $594 \times 845$  mm）は、容器の側壁の間ゲキ比に与える影響を軽減するために、容器の大きさより小さくなっている。この方法によって得られたパッキングの一例を写真-2示す。

### 3. 実験結果及び考察

3.1 試行回数による平均間ゲキ比 $\bar{e}$ の変化 粒子形状は各粒径とも互に相似であるから、均一粒径の粒子によるパッキングにおける平均間ゲキ比は、理想的には試行の数が非常に大きければ同一となるはずである。しかし、我々の試行は有限であり、また、粒子数も比較的小ない場合が多い。従って、試行回数が平均間ゲキ比に及ぼす影響を知る必要があり、各径について100回の場合と40回の場合を比較して図-1に示す。また、図-2に両者の変動係数の変化を、表-1に100回の試行における平均値及び標準偏差を示す。これらによると、40回の場合は粒径の大きいほど密となっているが、これは大きな（重い）粒子ほどより安定な位置におちつこうとする結果であると思われる。各粒径の変動係数 $\bar{e}$ の傾向とは逆に、粒径の大きいほど大きいが、これは粒子数（ $\varnothing 26$ ：約720個、 $\varnothing 39$ ：約350個、 $\varnothing 48$ ：約210個）が少なく平均化されにくいためと思われる。試行回数が多くなると粒子数の影響が小さくなり、各粒径の変動係数は一様に減少し一定値に収束する傾向にある。また、 $\bar{e}$ も同様であり $\varnothing 26$ 及び $\varnothing 48$ の平均値はほぼ等しくなっている。 $\varnothing 39$ の場合の $\bar{e}$ は他に比してかなり小さいが、これはパッキング容器の底辺の大きさに關係すると考えられる。すなわち、一段に各粒径の粒子の並び得る個数を計算すると、径の小さい方からそれぞれ39.40個、26.26個、21.34個となり、いずれの径もはんばな個数となっている。従って、それぞれ空ゲキが生じることになるが、その大きさは $\varnothing 39$ が最小であることがわかる。そして、この空ゲキ（間ゲキ）は円が規則的であるため各段に次々と伝搬する傾向にあり（写真-2），平均間ゲキ比に影響を及ぼすと考えられる。

### 3.2 平均間ゲキ比の分布と他の例との比較

一回のパッキングは確率事象であり、試行を多く行なえばそのパッキング特有の確率分布を示すと考えられる。このような観点からその分布を求めた例はあまりないと思われ、

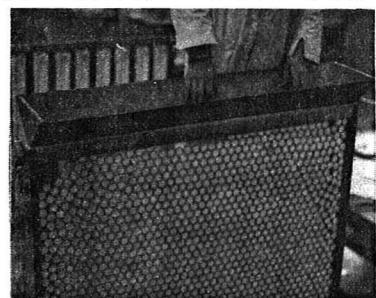


写真-1 パッキング容器

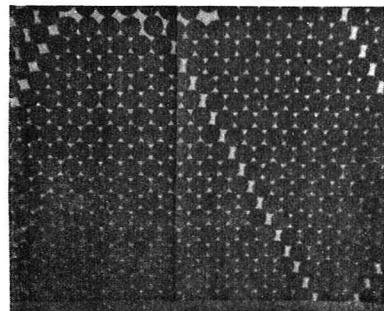


写真-2 パッキングされた粒子

粒径	$\varnothing 26$	$\varnothing 39$	$\varnothing 48$
平均間ゲキ比 $\bar{e}$	0.1616	0.1491	0.1629
標準偏差	0.0201	0.0211	0.0244
変動係数(%)	12.45	14.18	14.75

(100回)

表-1 実験結果

この点に関しては他と比較するデータをもたないが、本実験の場合は図-3～5に示すように、各粒径ともほぼ正規分布をなしている。 $\phi 39$ において、 $\bar{e} = 0.14 \sim 0.15$ がとびぬけたひん度を示しているが、先に述べたよううな理由によるものと思われる。

本実験と同様に、均一粒径のパッキン

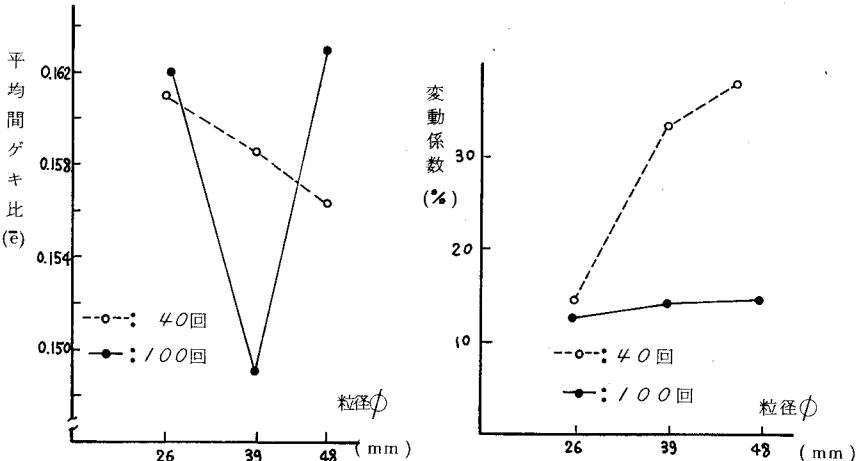


図-1 実験結果(平均間ゲキ比)

図-2 実験結果(変動係数)

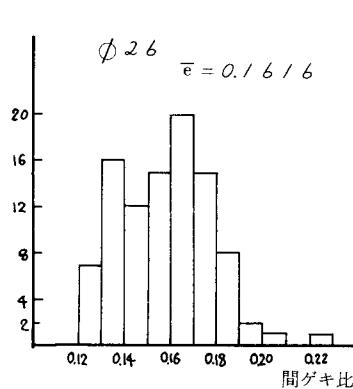


図-3 間ゲキ比の確率分布( $\phi 26$ )

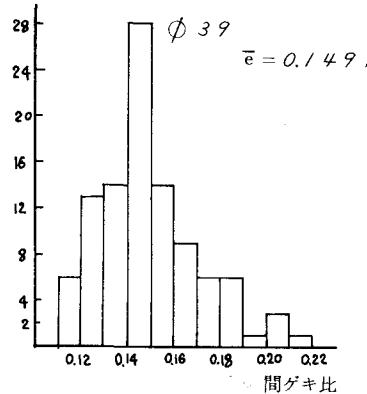


図-4 同( $\phi 39$ )

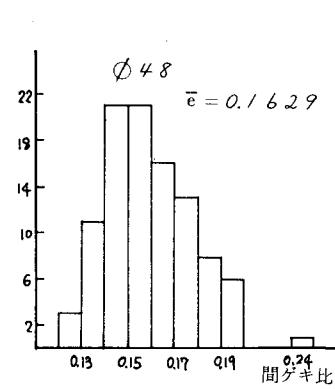
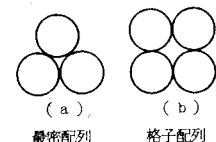


図-5 同( $\phi 48$ )



最密配列 (a) 格子配列 (b)

図-6 最密配列及び格子配列

3.3 粒子配列の比率に関する検討 均一粒径の粒子配列において、規則的な配列の典型的なものは図-6の(a), (b)である。aを最密配列、bを格子配列と仮称すると、前者の間ゲキ比が最も密(0.103)であり後者が最も粗(0.273)である。

いま、パッキングがこの最密配列及び格子配列の二種類より構成されていると仮定し、それぞれの比率をa及びbとすると、各粒径について次式が成り立つ。

$$0.103a + 0.273b = \bar{e}$$

$$a + b = 1$$

この方法によって求めたa及びbの値を表-2に示す。これによると各粒径とも最密配列が6～7割を占め、均一粒径のパッキングは最密な配列となりやすいことを示している。写真-2に示したパッキングの例もこれを裏付けていると思われる。

1) 佐武正雄・岸野義次 他：電子計算機によるパッキングのシミュレーションについて、土木学会東北支部技術研究発表会講演概要、昭和46年  
2) 伯野元彦・平尾義雄：粒状体のランダム・パッキングに関する一つの試み、土木学会論文報告集、第219号、昭和48年

表-2 最密及び格子配列の比率

粒径	a	b
$\phi 26$	0.652	0.348
$\phi 39$	0.725	0.275
$\phi 48$	0.644	0.356