(79) 直交異方性弾性地盤の定数と地盤特性

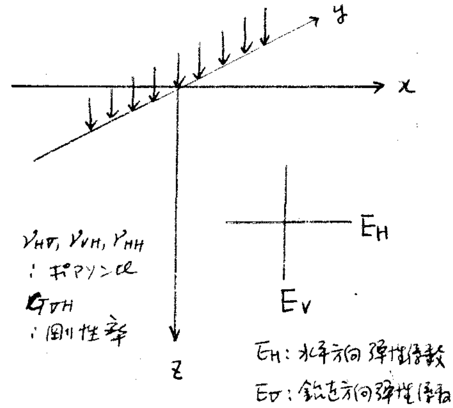
東北大　諸戸靖史

1. 本報告は平面ヒズミ直交異方性地盤の厳密な応力公式を導き，応力の伝パ性に関する係数を示したものである。著者は弾性理論を用いて一般の地盤問題が十分に解析されるとは考えていない。しかし，弾性公式は地盤内応力の伝パ性を定性的にとりあつかう上で有用な道具であると考える。最近土の異方性の問題が注目されるようになってきた。異方性には，Inherent（もって生れた）な異方性とInduced（ヒズミにより作られる）される異方性とがある。本文はInherentな異方性を対象にしている。

2. 応力公式の誘導

応力公式を得るための条件

1) 鉛直単位線荷重
2) 平面ヒズミ
3) 半無限直交異方性弾性体
4) 異方性の主軸と座標軸との一致



解は次ページの付録に記した。結果を引用すると

$$(\sigma_z, \sigma_x, \tau_{xz}) = \frac{\zeta_1\zeta_2(\zeta_1+\zeta_2)}{\pi} * \frac{(z^2, x^2, xz)z}{\{(\zeta_1 z)^2+x^2\}\{(\zeta_2 z)^2+x^2\}} \quad ①$$

3. 荷重の伝パ性を示す係数

荷重作用線下($x=0$)の鉛直応力σ_zは $\sigma_z|_{x=0} = \dfrac{1}{\pi}\cdot\dfrac{\zeta_1+\zeta_2}{\zeta_1\zeta_2}\cdot\dfrac{1}{z}$ ② となる。$\sigma_z|_{x=0}$の分散・集中性は係数 $A = (\zeta_1+\zeta_2)/\zeta_1\zeta_2$ の値によって定まる。具体的にAを計算すると

$$A = \sqrt{\left(\frac{E_V}{E_H}\right)\left\{\frac{E_H}{G_{VH}}\cdot\frac{1}{(1-\nu_{HV}\cdot\nu_{VH})} - \frac{2\nu_{HV}(1+\nu_{HH})}{1-\nu_{HV}\cdot\nu_{VH}}\right\} + 2\sqrt{\frac{E_V}{E_H}\frac{(1-\nu_{HH}^2)}{(1-\nu_{HV}\nu_{VH})}}} \quad ③$$

である。等方性の場合は，$A=2$である。　$E_V/E_H>1$であるような傾向があるとき荷重は集中し，$E_V/E_H<1$であるような傾向があるとき荷重は分散する。前者は通常の砂の場合，後者は過圧密粘土の場合の傾向を説明する。

4. 自重による水平方向応力と鉛直方向応力との比

ここで，次のような応力を計算する。

$$\bar{\sigma}_x = \gamma\int_0^h\int_{-\infty}^{\infty}\sigma_x\,dx\,dz \quad ④,\qquad \bar{\sigma}_z = \gamma\int_0^h\int_{-\infty}^{\infty}\sigma_z\,dx\,dz \quad ⑤$$

γ：自重

いま，$\bar{\sigma}_x$と$\bar{\sigma}_z$の比をK_0^*とすると

$$K_0^* = \frac{\bar{\sigma}_x}{\bar{\sigma}_z} = \sqrt{\frac{E_H}{E_V}}\cdot\sqrt{\frac{1-\nu_{HV}\nu_{VH}}{1-\nu_{HH}^2}} \quad ⑥$$

K_0^*は水平方向と鉛直方向に対する荷重の伝パ性を比を表わす一つの指標であると考えられる。このK_0^*は静止土圧係数に対応する量である。等方性の場合 $K_0^*=1$ である。
$E_V/E_H>1$であるとK_0^*は1より小さくなる傾向を示し，$E_V/E_H<1$であるとK_0^*は1より大きくなる傾向を有する。経験的に砂では $E_V/E_H>1$ になりやすく また 静止土圧係数(K_0)も$K_0<1$である傾向がある。過圧密粘土の場合には $E_V/E_H<1$，$K_0>1$ になる傾向にある。以上，弾性公式を用いた議論はこのような土の性質を少くとも定性的には説明できる。

付録　応力公式の誘導

応力ヒズミ関係式

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E_H} - \nu_{HH}\frac{\sigma_y}{E_H} - \nu_{VH}\frac{\sigma_z}{E_V}$$

$$\varepsilon_y = -\nu_{HH}\frac{\sigma_x}{E_H} + \frac{\sigma_y}{E_H} - \nu_{VH}\frac{\sigma_z}{E_V}$$

$$\varepsilon_z = -\nu_{HV}\frac{\sigma_x}{E_H} - \nu_{HV}\frac{\sigma_y}{E_H} + \frac{\sigma_z}{E_V}$$

$$\gamma_{xy} = 2(1+\nu_{HH})\,\tau_{zx}/E_H$$

$$\gamma_{yz} = \tau_{yz}/G_{VH}$$

$$\gamma_{zx} = \tau_{zx}/G_{VH}$$

応力ヒズミ関係（平面ヒズミ，$\varepsilon_y = 0$）

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E_H}(1-\nu_{HH}^2) - \frac{\sigma_z}{E_V}(1+\nu_{HH})\nu_{VH}$$

$$\varepsilon_z = \frac{\sigma_z}{E_V}(1-\nu_{VH}\cdot\nu_{HV}) - \frac{\sigma_x}{E_H}(1+\nu_{HH})\nu_{HV}$$

$$\gamma_{zx} = \tau_{zx}/G_{VH}$$

応力関数 F

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 F}{\partial z^2}, \quad \sigma_z = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2}, \quad \tau_{zx} = -\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial z}$$

ヒズミの適合条件式

$$\frac{1}{E_V}(1-\nu_{VH}\nu_{HV})\frac{\partial^4 F}{\partial x^4} + \left(\frac{1}{G_{VH}} - \left(\frac{\nu_{HV}}{E_H}+\frac{\nu_{VH}}{E_V}\right)(1+\nu_{HH})\right)\frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial z^2} + \frac{1}{E_H}(1-\nu_{HH}^2)\frac{\partial^4 F}{\partial z^4} = 0$$

$$F = \int_0^\infty f(z,m)\cos mx\,dm$$

$$a\frac{d^4 f}{dz^4} - b\frac{d^2 f}{dz^2} + c = 0$$

$$f = B_1 e^{-\zeta_1 m z} + B_2 e^{-\zeta_2 m z}, \quad \zeta_1, \zeta_2 > 0$$

$$a = (1-\nu_{HH}^2)/E_H$$

$$b = \frac{1}{G_{VH}} - (1+\nu_{HH})\left(\frac{\nu_{HV}}{E_H} + \frac{\nu_{VH}}{E_V}\right)$$

$$c = (1-\nu_{HV}\nu_{VH})/E_V$$

応力

$$\sigma_z = \int_0^\infty (B_1 e^{-\zeta_1 m z} + B_2 e^{-\zeta_2 m z})\, m^2 \cos mx\,dm$$

$$\sigma_x = \int_0^\infty (B_1 \zeta_1^2 e^{-\zeta_1 m z} + B_2 \zeta_2^2 e^{-\zeta_2 m z})\, m^2 \cos mx\,dm$$

$$\tau_{xz} = -\int_0^\infty (B_1 \zeta_1 e^{-\zeta_1 m z} + B_2 \zeta_2 e^{-\zeta_2 m z})\, m^2 \sin mx\,dm$$

境界条件

$$\sigma_z|_{z=0} = \frac{1}{\pi}\int_0^\infty \cos mx\,dm$$

$$\tau_{zx}|_{z=0} = 0$$

$$\therefore -(B_1 + B_2)m^2 = 1/\pi$$

$$\zeta_1 B_1 + \zeta_2 B_2 = 0$$

応力解

$$(\sigma_z, \sigma_x, \tau_{zx}) = \frac{\zeta_1\zeta_2(\zeta_1+\zeta_2)}{\pi}\,\frac{(z^2, x^2, xz)\,z}{\{(\zeta_1 z)^2 + x^2\}\{(\zeta_2 z)^2 + x^2\}}$$

根と係数との関係

$$\zeta_1\zeta_2 = \sqrt{c/a} \qquad \zeta_1 + \zeta_2 = \sqrt{\frac{b}{a} + 2\sqrt{\frac{c}{a}}}$$