

若手工学 正員 藤原 忠司  
若手工学大学院 学生員 飯泉 幸

## 1. まえがき

コンクリート技術事典(狩野春一監修)によれば、収縮応力は次のように定義される。

“それら試験体や構造物部材においては自由収縮が拘束されるとやむを得ず生ずる。収縮を拘束されに部材には自由収縮量に見合った応力が発生している。このような収縮現象に基づく応力を収縮応力と呼ぶ。”

収縮はコンクリート体内の温度や湿度等の変化によって生ずる。筆者らはこのうち乾燥による収縮ととりあげその収縮応力の解析に努めてきた。この場合、問題となるのは解析モデルの選定であり、たとえば壁面に拘束された梁や舗装路盤等のように完全拘束に近いモデルの場合は解析が比較的容易であるが、試験体や外的に非拘束の場合はそれほど単純には解析できない。とくに、この非拘束な試験体に発生する乾燥収縮応力を全く実験的に解析した例はほとんど見受けられず、実験的に求めるのが難しい因子と理論的に推定し他の因子を実験的に求める、あるいは全く理論によるものいづれかの例しが存在しない。したがって、この現象に関して導かれていくつりの理論は実証性に欠けしとして不適当であると考えられる。本文の目的は乾燥収縮応力を実験的に求めた筆者らの実験結果<sup>(1)</sup>をもとに、過去に提唱されている理論の妥当性を検討し、より適当な理論式を導くこと的基础資料とすることにある。

## 2. 既往の理論およびそれに対する定性的検討

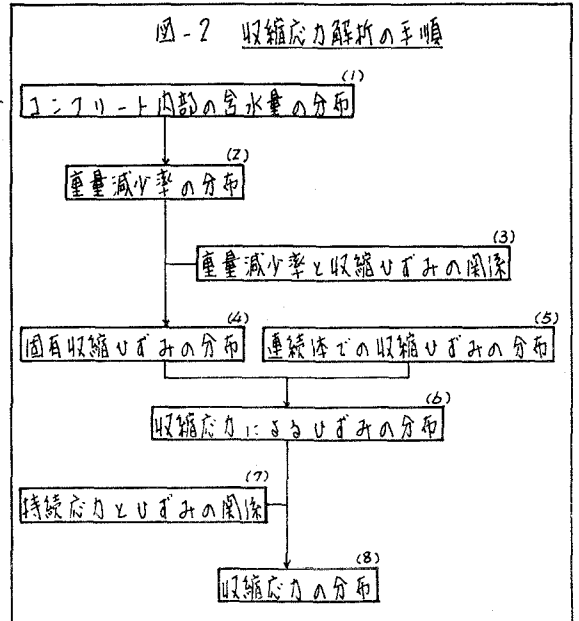
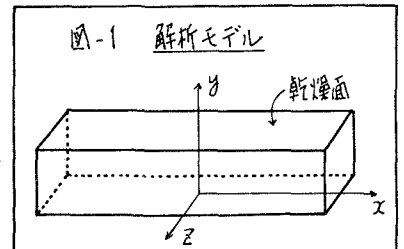
図-1のように外的には何ら拘束を受けない一辺(y方向)乾燥のコンクリート梁を解析モデルとする。このような試験体において乾燥収縮応力は次のような過程で発生する。乾燥が一方向であるため乾燥過程で水分の流れ方向に含水量の勾配が形成され、それとともにコンクリート内部の各要素は固相の収縮ひずみをむく。とらえて、コンクリートは連続体であるため内部の各要素は互いに拘束し合いそれぞれの固相の収縮ひずみを任意に実現することはできない。そのため、各要素の互いの拘束に応じて収縮応力が発生することになる。したがって、この収縮応力を解析するには図-2に示した手順を要することになる。以下、図に記した順序に従い、各項目について提唱されている理論を述べ、それに対する若干の考察を加えてみる。

### (1) 含水量の分布

コンクリートの乾燥は一般に拡散過程として取り扱われることが多い。現象がいわゆるFick型であれば本モデルの場合の拡散方程式は次のように表示される。

$$\frac{\partial g}{\partial t} = k \frac{\partial^2 g}{\partial y^2}, \quad g: \text{湿気密度}, \quad k: \text{拡散係数} \quad (1)$$

拡散係数を定数と考える場合、その係数は式(1)



Fick の第1法則によって求めるのが一般的である。

$$F = -k \partial g / \partial y, \quad F: \text{ある断面の単位面積を単位時間に通る拡散物質の量} \quad (2)$$

このほかに拡散係数を求める式はいくつも提唱されており、その例として次式がある<sup>(2)</sup>。

$$k = \frac{0.049 \times \theta^2}{t^{1/2}} \quad \text{あるいは} \quad \bar{k} = 1.85 \left( \frac{1}{C_0} \right)^{1.85} \int_0^{C_0} (C_0 - C)^{0.35} D dC \quad (3)$$

拡散係数と一定とした場合の式(1)の解法は変数分離法および差分法一般的であり、初期条件を  $(g)_{t=0} = g_0$  境界条件を  $(g)_{y=0} = 0$  とすると、それぞれの解は次のようになる。

$$\text{変数分離法: } g = \frac{4g_0}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ (-1)^{n+1} \frac{1}{n+1} \exp \left\{ -\frac{(2n-1)^2 k \pi t}{4\theta^2} \right\} \cos \frac{(2n-1)\pi y}{2\theta} \right] \quad (4)$$

$$\text{差分法: } g_{i,j+1} = \frac{\tau k}{h} (g_{i-1,j} + g_{i+1,j}) + \left(1 - \frac{\tau k D}{h^2}\right) g_{i,j} = \frac{1}{2} (g_{i-1,j} + g_{i+1,j}) \quad (5)$$

筆者らは普通および軽量コンクリートを対象とし、独自の方法を用いて内部の含水量分布を実験的に求め、上式を用いて理論との適合性を検討してみた<sup>(3)</sup>。その結果、両者の相関は必ずしも良好とは言えず、とくに曲線の形が異なることは本質的と思われる。上式をコンクリート中の乾燥過程を表す理論式として適用することに疑問を抱かざるを得なかった。この要を解決するには次式のように拡散係数を  $g$  の関数としたり、あるいは境界条件に Newton の冷却の法則と相似させるなどの検討が必要と思われる。

$$\partial g / \partial t = \partial / \partial y (k \partial g / \partial y) \quad (6)$$

## (2) 重量減少率の分布

含水量の分布を知ることができれば、各位置での乾燥前の含水量との差、すなわち含水量の減少が求まり、それをコンクリートとしての重量減少率に換算すればこの項は理論的に容易に求まる。

## (3) 重量減少率と収縮ひびきの関係

コンクリート中における水分の存在形態が複雑であり、そのため乾燥過程における両者の関係はうまく明確となる。この関係を理論的に表示するのは難しく、既往の研究は見当らない。したがって、現状ではこの関係は実験的に求めざるを得ないと考えられる。

## (4) 固有収縮ひびきの分布

前述までの諸因子が既知であればこの固有ひびきの分布は容易に求まる。この方法とは別途に Pickett<sup>(4)</sup> の固有収縮ひびきを拡散する物質の "substance" と考え、次式によって捉えようとした。初期条件を  $(S)_{t=0} = 0$ 、境界条件を  $y = 0$  で  $\partial S / \partial y = 0$ 、 $y = b$  で  $\partial S / \partial y = f / k (S_{\infty} - S)$  とすれば拡散方程式は

$$k \frac{\partial^2 S}{\partial y^2} = \frac{\partial S}{\partial t} \quad (7) \quad \text{その解は} \quad S = S_{\infty} - \sum_n A_n \exp \left( -\frac{k t}{b^2} \beta_n^2 \right) \cos \beta_n \frac{y}{b} \quad (8)$$

しかし、この式の誘導に際しては多くの仮定を直っており、結果の信頼性には疑問が残る。

## (5) 連続体での収縮ひびきの分布

この項は実験的に求めるのが容易であり、また弾性理論から上記の  $S$  が既知であれば求めるように求まる。

$$\text{連続体でのひびき: } e = (b y / b - 4) / b \int_0^b S dy + (b - 12 y / b) / b^2 \int_0^b S y dy \quad (9)$$

## (6) 収縮応力によるひびきの分布

前述までの諸因子が分かれば収縮応力によるひびきの分布を  $\varepsilon = S - e$  (10) とする。

このひびきを応力に換算するには図-2の(17)の関係と求めればよい。

以上、本論文は本課題に対して定性的説明にとどまったが、その量的検討は講演時に発表の予定である。

(参考文献) (1)藤原・惜子・飯泉、土木学会第39回年報、(2)Crank, J., Mathematics of Diffusion, Oxford

(3)藤原・飯泉、昭和47年度土木学会東北支部、(4)Pickett, G., Journal of ACI V. 7, No. 3