

(21) 構造設計用荷重の決定法について

東北大学 正会員 尾坂 芳夫
東北大学 学生員 ○ 鈴木 基行
東北大学 学生員 小野 洋

1. まえがき

一般に土木構造物に作用する荷重の多くは、地震荷重に代表される如く不規則であるため設計用荷重は、確率論を用いさらに構造物の重要度や耐用年数、経済性、施工技術等を考慮して決めるべきである。構造物の重要度と耐用年数に着目して荷重を決める際には、将来の最大荷重を予測する事は極めて重要な問題となり、この場合過去の地震全てを考慮する方法よりも毎年の最大荷重のみを考慮する方法の方が優れているように思える。さらに地震荷重決定の際には、地震の周期やエネルギー、地殻変動速度等も考慮する事が必要となる。

図-1は、仙台地域における毎年の最大地動記録に基づき状態1, 10, 24 からある状態以下への推移確率を求め図示したものである。この図を見てもわかるように、毎年の最大地動はそれぞれ独立試行として考えるよりもそれ以前の試行をも考慮した条件付試行と考えた方が妥当のように思える。(状態の定義は、表-1参照)

本研究では、地震動の毎年の最大地動のみに着目し、これをマルコフ連鎖と考えその推移確率を求め、これを基にして最大地動の期待値を求め極値理論に適用し将来の予測を行った。対象地域は、仙台、東京の2地域とし、記録は、岡本肇三著「耐震構造設計者のための日本列島大地震図譜」(オーム社)に依った。

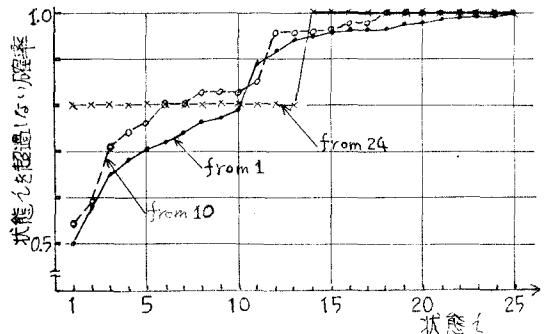


図-1. ある状態以下となる推移確率の一例(仙台)

2. 適用理論式

2) 離散時間を考えた場合

マルコフ連鎖が、再帰事象の一つであることは明らかである。状態*i*から状態*j*への推移確率を $p_{ij}^{(n)}$ としその高次(n 次)の推移確率を $p_{ij}^{(n)}$ とする。さらに状態*j*への初めての復帰が時刻*n*に起こる確率を $f_j^{(n)}$ とすると次の再帰関係式が得られる。

$$f_j^{(n)} = p_{jj}^{(n)} - f_j^{(n-1)} p_{jj}^{(n-1)} - f_j^{(n-2)} p_{jj}^{(n-2)} - \dots - f_j^{(n-1)} p_{jj}^{(n-1)} \quad (1)$$

さらに状態*j*から出発して、いつかは状態*j*に復帰する確率 f_j は次式で表わされる。

$$f_j = \sum_{n=1}^{\infty} f_j^{(n)} \quad (2)$$

状態が周期的($f_j = 1$)であるならば、状態*j*の平均再帰時間 μ_j は次式で表わされる。

$$\mu_j = \sum_{n=1}^{\infty} n f_j^{(n)} \quad (3)$$

この平均再帰時間の概念を用いれば、ある年限中ある状態の生起期待回数が求められる。

2) 連続時間を考えた場合

時刻 τ で系が状態*i*にあった事が与えられた時、時刻 t ($\tau < t$) で系が状態*j*にある条件付確率を $P_{ij}(\tau, t)$ とする。連続時間を考えた場合、チャップマン=コルモゴロフの方程式は次式で表わされる。

$$P_{in}(\tau, t) = \sum_j P_{io}(\tau, s) P_{jn}(s, t) \quad , \quad (\tau < s < t) \quad (4)$$

又、基本の前向き及後向き連立微分方程式は、それぞれ次式で表わされる。

$$\partial P_{ik}(\tau, t) / \partial t = -c_k(t) P_{ik}(\tau, t) + \sum_j P_{ij}(\tau, t) c_j(t) P_{jk}(t) \quad (5)$$

$$\partial P_{ik}(\tau, t) / \partial \tau = C_i(\tau) P_{ik}(\tau, t) - C_i(\tau) \sum_j P_{ij}(\tau) P_{jk}(\tau, t) \quad (6)$$

$$\text{初期条件: } P_{ik}(\tau, \tau) = 1 \quad (k=i \text{ の時}), \quad 0 \quad (k \neq i \text{ の時}) \quad (7)$$

ただし $\lim_{h \rightarrow 0} \{1 - P_{ii}(t, t+h)\} / h = C_i(t)$, $\lim_{h \rightarrow 0} P_{jk}(t, t+h) / h = C_j(t) P_{jk}(t)$ ($j \neq k$) であり $P_{jk}(t)$ は、 i に関して連続であり任意の固定した t , j に対して $\sum_k P_{jk}(t) = 1$, $P_{jj}(t) = 0$ である。

さて、ここで $C_i(t) = \lambda$ (定数) 及 P_{jk} が t に無関係である場合を考える。この場合には P_{jk} はマルコフ連鎖の推移確率 $P_{jk}^{(n)}$ を n 次の推移確率とする。 $C_i(t) = \lambda$ より $(t, t+h)$ で推移の起こる確率は $\lambda h + o(h)$ となり系の状態とは無関係である。さらに (τ, t) 内の推移数は、パラメータ $\lambda(t-\tau)$ のポアソン分布をもつことがわかる。さうして n 回の推移が起こった事が与えられると t から k への移行の条件付確率は $P_{jk}^{(n)}$ である。よって

$$P_{ik}(\tau, t) = e^{-\lambda(t-\tau)} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\lambda^n (t-\tau)^n}{n!} P_{ik}^{(n)} \quad (8)$$

3. 応用・結果

地震動の記録は、年代・地域等により信頼性が異なるが比較的最近の記録は信頼性が高いと思われるので、ここでは1890年～1969年の80年間の年最大地震動を記録の対象とした。ある地点の推移確率は、その地点を中心とした半径約20kmの範囲内の記録を整理して求めた。

a) 離散時間を考へ平均再帰時間決定

表-1. 状態の定義及東京、仙台における各状態の平均再帰時間

状 態	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
地 震 動	0.1~0.2	0.2~0.3	0.3~0.4	0.4~0.5	0.5~0.6	0.6~0.7	0.7~0.8	0.8~0.9	0.9~1.0	1.0~1.1	1.1~1.2	1.2~1.3	1.3~1.4	1.4~1.5	1.5~1.6	1.6~1.7	1.7~1.8	1.8~1.9	1.9~2.0	2.0~2.1	2.1~2.2	2.2~2.3	2.3~2.4	2.4~2.5	2.5~
代表値 (cm)	0.05	0.15	0.25	0.35	0.45	0.55	0.65	0.75	0.85	0.95	1.05	1.15	1.25	1.35	1.45	1.55	1.65	1.75	1.85	1.95	2.05	2.15	2.25	2.35	2.45
平均再帰時間(年)	東京	2.0	2.7	3.2	3.7	4.2	4.7	5.2	5.7	6.2	6.7	7.2	7.7	8.2	8.7	9.2	9.7	10.2	10.7	11.2	11.7	12.2	12.7	13.2	13.7
	仙台	1.9	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0	2.1	2.2	2.3	2.4	2.5	2.6	2.7	2.8	2.9	3.0	3.1	3.2	3.3	3.4	3.5

表-1より最大地震動期待値を求めると東京1.66cm, 仙台1.44cmとなった。なお高次の推移確率 $P_{jj}^{(n)}$ は、東京では $n=10 \sim 14$, 仙台では $n=9 \sim 13$ で定常分布を示した。

b) 連続時間を考へ定常状態での最大地震動期待値決定

(8)式において $\lambda = 1.0$ とし各 $T=(t-\tau)$ 年に対し定常分布を求めそれより各 T に対する期待値を求めた。図-2は、その結果で()内の数字は(8)式における n の値を示している。

c) 極値理論への適用

一般にある期間の最大値だけを対象とするとそれらの分布に次式で表わされる最大値の極値分布が適用できる。

$$F(x) = \exp(-e^{-y}) \quad (9)$$

$$y = a(x - x_0) \quad (\text{ゲンベル分布}) \quad (10)$$

定数 a , x_0 は、次式より求められる。

$$1/a = \alpha / S_y, \quad x_0 = m - \frac{1}{a} \bar{y} \quad (11)$$

m , α は、 x の平均、標準偏差であり、 S_y , $\bar{y}$ は資料数 N の関数であり既成の表より $S_y = 1/6.7797$, $\bar{y} = 0.5772$ と求められた。各耐用年数 T に対する最大地震動予測値の計算結果を表-2に示す。

4. あとがき

毎年の最大地震動をマルコフ連鎖と考へ、離散時点及連続時点でそれぞれ定常分布を求め、それより最大地震動期待値を求めそれらを極値分布に適用し、それぞれの耐用年数に対する最大地震動予測値を計算することを示した。

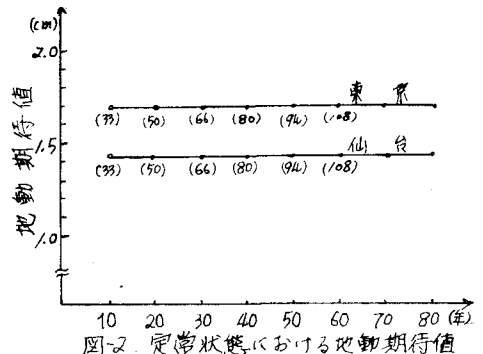


表-2. 各 T に対する最大地震動予測値 (cm)

	平均	標準偏差	$T=10$ 年 $y=2.25037$	$T=25$ 年 $y=3.19853$	$T=50$ 年 $y=3.91944$	$T=100$ 年 $y=4.60015$
東京	1.66	6.32	9.31	14.58	18.04	21.49
仙台	1.44	5.58	8.72	12.85	15.91	18.94