

(19) 置元法による斜張橋の振動式

日大 (2) 工〇浪越 勇  
 " (2) " 五郎丸 英博

概説

斜張橋の振動式を多井<sup>(1)</sup>氏の理論に基づき図-1に示す型式について述べるものである。

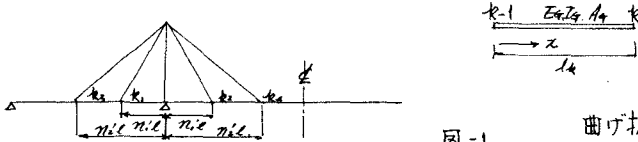


図-1.

曲げ振動の式は式(1)のように表はされる。

$$EI_k I_k \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \frac{\partial A_k}{\partial x} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - \frac{\partial I_k}{\partial x} \frac{\partial^2 y}{\partial x^2 \partial t^2} = 0 \quad (1)$$

$y(x, t) = \delta(x) \sin(pt + \varepsilon)$  なる運動を行つてゐる仮定すると式(1)の解は式(2)のようになる。

$$\delta(x) = \left\{ \frac{-Q_1^2}{Q_1^2 - Q_2^2} \cosh Q_1 x + \frac{Q_1^2}{Q_1^2 - Q_2^2} \cosh Q_2 x \right\} \delta_0 + \left\{ \frac{-Q_2^2}{Q_1(Q_1^2 - Q_2^2)} \sinh Q_1 x + \frac{Q_1^2}{Q_2(Q_1^2 - Q_2^2)} \sinh Q_2 x \right\} \delta_0' + \left\{ \frac{1}{Q_1^2 - Q_2^2} \cosh Q_1 x - \frac{1}{Q_2^2 - Q_1^2} \cosh Q_2 x \right\} \delta_0'' + \left\{ \frac{1}{Q_1(Q_1^2 - Q_2^2)} \sinh Q_1 x - \frac{1}{Q_2(Q_1^2 - Q_2^2)} \sinh Q_2 x \right\} \delta_0'''$$

$$\text{但し } Q_1^2 = (-Bp^2 + \sqrt{B^2 p^4 + 4Ap^2})/2, \quad Q_2^2 = (-Bp^2 - \sqrt{B^2 p^4 + 4Ap^2})/2 \quad (2)$$

式中  $\delta_0, \delta_0', \delta_0'', \delta_0'''$  は  $x=0$  の右端条件を示す。式(2)から  $\delta(x), \delta(x)', \delta(x)''$  と求め  $x=l_k$  (右端) と代入すれば、変位量及曲げ断面力は式(2)で表はされる。

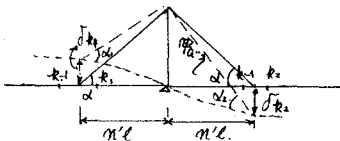
$$\{X_k\} = [F_k] \{X_{k-1}\} \quad (2)$$

$k-1$  差の変位量及曲げ断面力は  $\{X_{k-1}\} = [F_{k-1}] \{X_{k-2}\}$  で表はされ桁端変位マトリックスは式(3)で表はされる。

$$\{X_k\} = [R^k] \{X_0\} \quad (3), \quad \text{また中間変位については } \{X_{k-1}\} = [R^T] \{X_0\} \quad (4)$$

$\delta(k-1) = \delta(k) = 0, \quad \delta'(k-1) = \delta'(k), \quad M_{(k-1)} = M(k)$  の関係から  $[R^T]$  の要素が求まる。

ケーブル取付長に關しては、



$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha, \quad V_k = V_{k1} = V_{k2}, \quad Q_k = Q_{k-1} + V_k$  より図-1の型式に於て、内側のケーブル、且つ外側のケーブルの取付長の行列は、式(5)のようになる。

$$[V_k] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{E_c A_c}{2n'l E_d I_d} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{内側ケーブル}), \quad [V_k] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{E_c A_c}{2n'l E_d I_d} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{外側ケーブル}) \quad (5)$$

式(3)と  $\delta(k-1) = \delta(k) = 0, \quad \delta'(k-1) = \delta'(k), \quad M_{(k-1)} = M(k)$  から、式(6)が得られる。

$$\begin{pmatrix} \delta(k) = \delta(k-1) \\ \frac{M(k)}{E_0 I_0} = \frac{M(k-1)}{E_0 I_0} \\ \frac{Q(k)}{E_0 I_0} \\ \gamma_1 \\ \gamma_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_{21}^T - \frac{R_{22}^T R_{11}^T}{R_{12}^T} & 0 & R_{23}^T - \frac{R_{22}^T R_{13}^T}{R_{12}^T} & R_{24}^T - \frac{R_{22}^T R_{14}^T}{R_{12}^T} \\ R_{31}^T - \frac{R_{32}^T R_{11}^T}{R_{12}^T} & 0 & R_{33}^T - \frac{R_{32}^T R_{13}^T}{R_{12}^T} & R_{34}^T - \frac{R_{32}^T R_{14}^T}{R_{12}^T} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta(k) \\ \frac{Q(k)}{E_0 I_0} \\ \gamma_1 \\ \gamma_2 \end{pmatrix} \quad (6)$$

$\delta k_1, \delta k_2, \delta k_3, \delta k_4$  は式(6)と  $Q_0/E_0 I_0 = -R_{11}^T/E_0 I_0 \delta_0 - R_{12}^T/E_0 I_0 \gamma_1 - R_{14}^T/E_0 I_0 \gamma_2$  で表はされ、 $\gamma_1, \gamma_2$  は  $\gamma_1 = (\delta k_1 + \delta k_2) \sin \alpha_2, \gamma_2 = (\delta k_3 + \delta k_4) \sin \alpha_2$ . (7)

支脚中受の行列は式(8)のように表はされ、荷重は式(9)のようになる。

$$\{X_k\} = [R^c] \{Y_0\} \quad (8)$$

$$\left. \begin{aligned} \delta_c &= R_{11}^c \delta_0 + R_{12}^c \frac{Q_1}{E_0 I_0} + R_{13}^c \gamma_1 + R_{14}^c \gamma_2, & \delta'_c &= R_{21}^c \delta_0 + R_{22}^c \frac{Q_1}{E_0 I_0} + R_{23}^c \gamma_1 + R_{24}^c \gamma_2 \\ M_c &= R_{31}^c \delta_0 + R_{32}^c \frac{Q_1}{E_0 I_0} + R_{33}^c \gamma_1 + R_{34}^c \gamma_2, & Q_c &= R_{41}^c \delta_0 + R_{42}^c \frac{Q_1}{E_0 I_0} + R_{43}^c \gamma_1 + R_{44}^c \gamma_2 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

式(8)と式(9)の関係から  $\gamma_1, \gamma_2$  を消去し桁左方と右方との  $\delta_c = \delta'_c, \delta_c = \delta'_c$

$M_c/E_0 I_0 = M'_c/E_0 I_0, Q_c/E_0 I_0 = -Q'_c/E_0 I_0$  の関係から

$$\begin{pmatrix} R_{11}^c + R_{13}^c \gamma_1 + R_{14}^c \gamma_2 & R_{12}^c + R_{13}^c \gamma_2 + R_{14}^c \gamma_4 & -(R_{11}^c + R_{13}^c \gamma_1 + R_{14}^c \gamma_2) & -(R_{12}^c + R_{13}^c \gamma_2 + R_{14}^c \gamma_4) \\ R_{21}^c + R_{23}^c \gamma_1 + R_{24}^c \gamma_2 & R_{22}^c + R_{23}^c \gamma_2 + R_{24}^c \gamma_4 & R_{21}^c + R_{23}^c \gamma_1 + R_{24}^c \gamma_2 & R_{22}^c + R_{23}^c \gamma_2 + R_{24}^c \gamma_4 \\ R_{31}^c + R_{33}^c \gamma_1 + R_{34}^c \gamma_2 & R_{32}^c + R_{33}^c \gamma_2 + R_{34}^c \gamma_4 & R_{31}^c + R_{33}^c \gamma_1 + R_{34}^c \gamma_2 & R_{32}^c + R_{33}^c \gamma_2 + R_{34}^c \gamma_4 \\ R_{41}^c + R_{43}^c \gamma_1 + R_{44}^c \gamma_2 & R_{42}^c + R_{43}^c \gamma_2 + R_{44}^c \gamma_4 & R_{41}^c + R_{43}^c \gamma_1 + R_{44}^c \gamma_2 & R_{42}^c + R_{43}^c \gamma_2 + R_{44}^c \gamma_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta_0 \\ \frac{Q_1}{E_0 I_0} \\ \gamma_1 \\ \gamma_2 \end{pmatrix} = 0 \quad (10)$$

式(10)の係数行列式が0になるものを求めれば固有振動数が出る。

参考文献

- (1) 鳥井信一：斜張橋の解析 石川高技報 別冊一。
- (2) R. Kersten 著：浮橋 著訳 構造力学における量元法 技報堂。