

(12) 鋼床板の固有振動周期の一計算法

秋田大学土木工学科

正員

塚 農 知 徳

秋田大学土木工学科

正員

薄 木 征 三

秋田大学土木工学科

学生員

○ 瀧 内 健 仁

1. まえがき 鋼床板の解析方法には、一般に直交異方性板として解く方法と、格子構造として解く方法が知られている。一般に土木・建築・航空等の構造分野においては、多くの骨組構造があるが、これらは一本の梁部材の集合体として理想化できる。即ち立体骨組構造は、全て一様断面の梁要素が互いにある一定の幾何学的空間関係を保ちながら結合されて出来た集合体と考える。その為、梁の横振動・曲げ振動・ねじれ振動に関する剛性マトリックスおよび質量マトリックスを加えあわせると、一般的な梁要素の剛性マトリックスおよび質量マトリックスが得られる事になる。ここで梁要素の座標は全て断面の主軸に関して表われ、曲げ・ねじれの影響は考慮されないものとする。本論文では、初めに局部座標系における剛性マトリックスと質量マトリックスを示し、次いで対称行列法と Mass Condensation 法による鋼床板の固有振動周期計算を行い、その比較を試みたものである。振動計算において、実際の構造を忠実に Model 化しようとする、未知自由度は数100ないし数1000元となり容量・精度の面で、計算不可能となる。100元前後のライブラリー・ルーチンを用いるとすれば、一節点の自由度は6個であるので、17節点(17×6=102元)で限界となるが、Mass Condensation 法においては、格子構造物の様な場合は、垂直変位が他の変位に較べ大きく固有振動周期に対して、支配的であると考えられる場合では、各節点の自由度のうち垂直変位自由度のみを取り出して計算することができ、17×1=17元と縮小される。但しここでは減衰項は無視する。

2. 骨組構造物の剛性マトリックスと質量マトリックス 骨組構造物の剛性マトリックスと質量マトリックスを示すに次のようになる。 $M\ddot{u} + Ku = P$, $u = [u_1, v_1, w_1, \theta_1, \phi_1, \psi_1, u_2, v_2, w_2, \theta_2, \phi_2, \psi_2]^T$, $P = [N_1, Q_1, R_1, M_1, M_2, M_3, N_2, Q_2, R_2, M_2, M_3, M_2]^T$

$$K = \begin{bmatrix} \frac{EF}{L^3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{EF}{L^3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{12EF}{L^3} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6EF}{L^2} & 0 & -\frac{12EF}{L^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EF}{L^2} & 0 \\ \frac{12EF}{L^3} & 0 & -\frac{6EF}{L^2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{12EF}{L^3} & 0 & -\frac{6EF}{L^2} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{6EF}{L^2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{6EF}{L^2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{4EF}{L^2} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{6EF}{L^2} & 0 & \frac{2EF}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{4EF}{L^2} & 0 & -\frac{6EF}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{2EF}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{EF}{L^3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{12EF}{L^3} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{6EF}{L^2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{12EF}{L^3} & 0 & -\frac{6EF}{L^2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{12EF}{L^3} & 0 & -\frac{6EF}{L^2} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{6EF}{L^2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{6EF}{L^2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{4EF}{L^2} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{6EF}{L^2} & 0 & \frac{2EF}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Symm.

$$M = \frac{mL}{g} \begin{bmatrix} \frac{1}{g} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{g} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{13}{35} & 0 & 0 & 0 & \frac{11}{210} & 0 & \frac{9}{70} & 0 & 0 & 0 & -\frac{13}{420} & 0 \\ \frac{13}{35} & 0 & -\frac{11}{210} & 0 & 0 & 0 & \frac{9}{70} & 0 & \frac{13}{420} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{105} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{13}{420} & 0 & -\frac{13}{420} & 0 & -\frac{1}{140} & 0 & 0 \\ \frac{1}{105} & 0 & -\frac{13}{420} & 0 & 0 & 0 & -\frac{13}{420} & 0 & 0 & -\frac{1}{140} & 0 & 0 \\ \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{13}{35} & 0 & 0 & 0 & -\frac{11}{210} & 0 & \frac{9}{70} & 0 & \frac{13}{420} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{13}{35} & 0 & \frac{11}{210} & 0 & 0 & 0 & \frac{9}{70} & 0 & -\frac{13}{420} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{105} & 0 & 0 & 0 & -\frac{13}{420} & 0 & -\frac{13}{420} & 0 & -\frac{1}{140} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Symm.

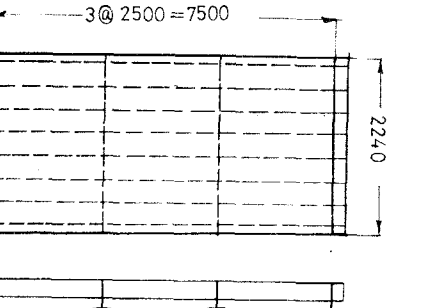
3. 固有振動数及び振動形の計算方法 ④ 対称行列法 骨組み構造物に対する振動数方程式 $[K - p^2 M] = 0$ (p^2 : 振動系の固有振動数)より固有円振動数および振動系の計算法について述べる。 K, M がともに対称行列の際は、対称行列は右上三角行列 V とその転置行列 V^T との積に分解される。即ち $M = V^T V$ 振動数方程式に代入し変形すると、 $KY = p^2 MY = p^2 V^T V Y (V^T)^T KY = p^2 V Y$, $(V^T)^T KY \cdot (V^T)^T (V) = p^2 V Y$, $Z = V Y$ において、 $(V^T)^T K V Z = p^2 Z$, $U = (V^T)^T K V^T Z$ とおくと、 $U Z = p^2 Z$, $(U - p^2) Z = 0$ となる。これは $(K - p^2 M) Y = 0$ と同型で、 U は、対称行列である。この方法は固有値問題の解法となり、非対称行列の解法に比べ、計算時間・容量の面で有利となる。⑤ Mass Condensation 法 自由振動問題の特性方程式をポテンシャルエネルギー最小の原理から求める。ポテンシャルエネルギー $\pi = \int_V (\frac{1}{2} \epsilon^T D \epsilon - p^2 \delta^T \delta) dV$ ① 変位は微小 力学的境界は自由、幾何学的境界は、固定である。 ϵ : 歪ベクトル D : 弾性定数マトリックス p^2 : 固有円振動数 δ : 単位重量 δ : 変位ベクトル

$\mathbf{K}$; 剛性マトリクス $\mathbf{U}$; 構造全体の節点変位

$$\bar{\mu} = \frac{1}{p^2} \bar{\mu}^T [C_{ii}]^T [C_{ii}]^T M [C_{ii}] [C_{ii}^{-1}] \bar{\mu}$$

例として、鋼床板を対象とし、その形状寸

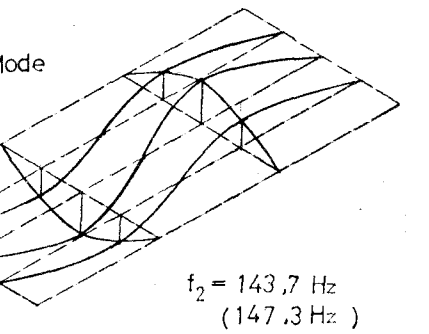
Figure 1. A schematic diagram of the experimental setup. The subject is seated in a chair, viewing a screen displaying a target. The target is a horizontal line, and the subject is required to move a cursor to the target. The cursor is represented by a small circle on the screen. The subject's hand is positioned at the starting point, and the cursor is moved to the target. The distance between the starting point and the target is 10 cm. The subject is required to move the cursor to the target within a specified time limit. The time limit is 10 seconds. The subject is required to move the cursor to the target within the specified time limit. The time limit is 10 seconds. The subject is required to move the cursor to the target within the specified time limit. The time limit is 10 seconds.



$$= 25150 \text{ [cm}^4\text{]} \quad r = 17.8 \text{ [cm]}$$

2次モード——

2次モード——



、 $16 \times 6 = 96$ 自由度を持っている。

鋼橋の理論と計算 2) 川井忠彦「マトリックス