

コンクリート内部の含水状態推定式としての拡散方程式の妥当性について

岩手大学 正員 藤原忠司
学生員。飯泉章

1. 目的

コンクリート構造物には、乾燥過程において乾燥面とコンクリート内部との含水量の差により含水量勾配が生じ、内部応力が発生する。この内部応力の直接的測定技術は未だ確立されておらず現状では測定不可能である。しかし、直接的測定が不可能であっても乾燥によって生ずる内部応力は、コンクリート中の含水量の変化といざみとの関係を知り、おれ、簡略的に測定が可能と考えられる。

以上の観点に立ち筆者らは、乾燥過程でコンクリート中に発生する内部応力の測定を最終的目標とし、その一歩踏としてコンクリート中の含水量の状態を知るために多孔質物質中を透過する湿流に関する拡散方程式を得られ実験結果と対比することによってコンクリートの含水状態推定へのその適用可能性を検討してみた。

2. 拡散方程式の解法

図-1の様な供試体においてX・Y・Zの3方向から拡散が行なわれる」とすると拡散方程式は式(1)で表わされる。

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = K \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \right) \quad \cdots \cdots (1)$$

θ: 湿気密度

式(1)においてKは拡散係数と呼ばれるものであり時間tと位置(x, y, z)の関数であるが本文においては定数として取り扱う。

拡散がX方向のみから行なわれると仮定すると式(1)を一次元化することにより式(2)が得られる。

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = K \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} \quad \cdots \cdots (2)$$

式(2)の解法として変数分離法・差分法の二方法を用いあわせて検討してみた。

○変数分離法

式(2)において、初期条件 $\theta_{t=0} = \theta_0$ 、境界条件 $\theta_{x=\pm a} = 0 \cdots \cdots (3)$ のもとで一般解は式(4)の様になる。

$$\theta = \frac{4 \theta_0}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \left[(-1)^{n+1} \frac{1}{2n+1} \exp \left\{ -\frac{(2n-1)^2 \pi^2 t}{4a^2} \right\} \cos \frac{(2n-1)\pi x}{2a} \right] \quad \cdots \cdots (4)$$

○差分法

条件(3)のもとでX方向に刻まれ、土方に刻まれた格子を並ぶと $\theta_{ij} = \theta(x_i, t_j) = \theta(0+ir, 0+jt)$

式(2)において $\frac{\partial \theta}{\partial x^2}$, $\frac{\partial \theta}{\partial t}$ を Taylor 級数により近似させると

$$\frac{\partial \theta}{\partial x^2} \approx \frac{1}{h^2} (\theta_{i-1,j} - 2\theta_{i,j} + \theta_{i+1,j}) \quad \cdots \cdots (5) \quad \frac{\partial \theta}{\partial t} \approx \frac{1}{T} (\theta_{i,j+1} - \theta_{i,j}) \quad \cdots \cdots (6)$$

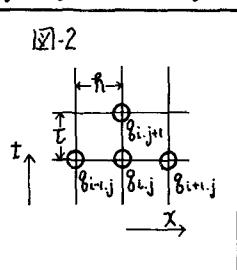
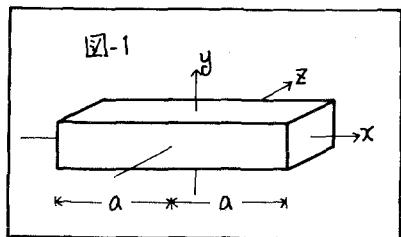
式(5)(6)を式(2)に代入し $\theta_{i,j+1} = \theta(x_i, t_j + T)$ について解くと

$$\theta_{i,j+1} = \frac{T K}{h^2} (\theta_{i-1,j} + \theta_{i+1,j}) + \left(1 - \frac{Z T K}{h^2}\right) \theta_{i,j} = \frac{1}{2} (\theta_{i-1,j} + \theta_{i+1,j}) \quad \cdots \cdots (7)$$

$T = \frac{h^2}{2K}$

○拡散係数Kの取り方

$$\text{湿気密度 } \theta = \frac{W_t - W_0}{V} = \omega \times \frac{W_0}{V} \quad \cdots \cdots (8) \quad \text{湿流の速さ } J = \frac{d\theta}{dt} \quad \cdots \cdots (9) \quad \text{または } J = -KS \frac{d\theta}{dx} \quad \cdots \cdots (10)$$



$$\text{式(9)(10)より } K = -\frac{1}{S} \frac{d\theta}{dx} J \quad \dots \text{ (11)} \quad (\theta: \text{含水量} \quad V: \text{供試体体積} \quad W_0: \text{最終供試体重量})$$

また、時間の平方根と(時間における重量減り)/(最終重量減り) = 0.5以下との間に直線関係があるならば重量減りが最終重量減りの \sqrt{t} に達する時間の平方根から拡散係数 K は式(12)で求まる。

$$K = 0.049 \times (2a)^{\frac{1}{2}} / \sqrt{t} \quad \dots \text{ (12)}$$

3. 実験との比較

普通コンクリート($4 \times 4 \times 16 \text{ cm}^3$)について7日間水養生後恒温室(30°C)に供試体を放置して実験を行なった。配合を表-1に示す。コンクリート内部の含水状態を測定する方法として湿度計を用いてる例があるが湿度計ではコンクリート内の相対湿度が100%を下回って初めて測定可能になるとされる点をもつていて本実験では、単純ではあるが直接的であり信頼性が高いと思われる以下に述べる様な方法を用いた。つまり、図-1において乾燥面とX方向のみから行はれさせため1面($4 \times 4 \text{ cm}^3$)のみを乾燥させ他2面は -1°C を施し所定の乾燥期間において乾燥面から順次 $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 11 \text{ cm}$ の個所を割裂し割裂直後の重量とそれを絶乾状態にしてえた重量と差分で含水量を求めた。この含水量の経時変化を図-3に示す。この実験値を用い式(11)より拡散係数 K を求めた結果が表-2である。また、式(12)の成立条件を実験値が満たしたので、式(12)より拡散係数を計算したところ $K = 10.85 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{日}$ が得られた。このように拡散係数を用い乾燥7日にての拡散方程式の妥当性を確かめてある。図-4は変数分離法により求められた結果であり、図-5は差分法により求められた結果である。

兩国より拡散係数のとり方によって計算値が大いに異なることが認められる。これは、拡散方程式を解く上で拡散係数のとり方が結果に大きく影響を及ぼすことを示す。これら計算値の中での K の平均値(図-5印)を用いた方が最も近似している様思われる。また、変数分離法による結果と差分法による結果を比べてみると変数分離法の方が実験値と類似している形を示している。しかし、いずれにしても実験値との誤差が大きく曲線の形も異なる。この原因は拡散係数を一定としてとり扱つたことによると思われるが、変数分離法で各場所の拡散係数を用いて計算してみた。図-4からわかる通りこの場合やはり近似を得ることが出来る。このことは拡散係数を変数として取り扱う必要があることを示すと思われるが、この方法は拡散係数を一定として説明した式に拡散係数を場所の関数として与えており、数学的簡便性に欠ける。

研究に協力してくれた岩手大学 離子国
成氏 同学生殖地久仁男君に御礼致しまさ。
参考文献: (1) Crank, J "Mathematical of Diffusion" Oxford (1956)

表-1 配合表

組合せ	水セメント比	組合せ率	単位量			
			水	セメント	砂	石
15	5.0	43	183	366	723	382

図-3 含水量の経時変化

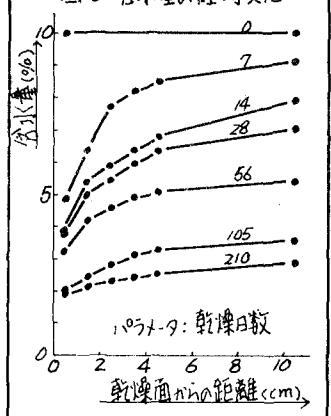


表-2 拡散係数値

X (cm)	0~1	1~2	2~3	3~4	4~5	5~11
0	10.45	22.90	32.43	69.45	113.76	193.86
7	2.37	8.60	30.89	17.64	17.76	59.84
14	0.49	3.34	5.96	7.69	15.96	60.48
28	1.02	4.70	9.91	14.88	34.50	86.53
56	1.77	5.00	6.00	7.81	16.04	46.81
105						

図-4 変数分離法による含水状態

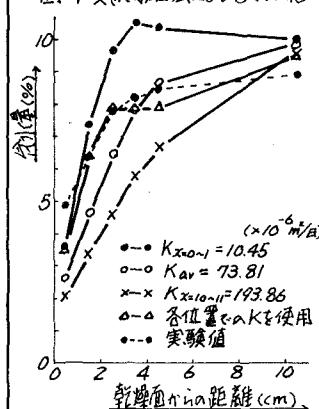


図-5 差分法による含水状態

