

1. はじめに. 前回, Biotの線形弾性圧密理論¹⁾を用いて, 熱弾性理論におけるエントロピー変位の代わりに流量なる物理量を用い, 土粒子骨格の変位と流体流量の二つを独立変数とし, 不飽和材料土の有限要素法のための定式化を行ない, その数値解析例として, 一次元圧密問題の数値結果を示した²⁾. 本報告においては, 先に提示した解式を用い, 二次元圧密問題と創とし, その地下現象とこの種の問題において, 多くの興味をそそげる間隙圧力の挙動を示すことにする.

2. 弾性圧密変形のための変分方程式と剛性方程式. 圧密現象において, 流体の流れがDarcyの法則に従うようなゆっくりとした流れであるとすれば, 温度変化の小さい場合の連成熱弾性理論の場の方方程式の代わりにBiotの線形弾性圧密理論の支配方程式を用いることにより, 一次元圧密に対する支配方程式と境界条件とを満足する変分方程式が不可逆過程の熱弾性的なBiotの考えと同様にして, 土粒子骨格の変位と流体流量を独立変数として誘導することからできる. (参考文献2), 3), 4))

$$\delta Y + \delta u = \int_V \rho_f \epsilon \delta u_i dv + \int_V \rho_f \epsilon \delta v_i dv + \int_S (T_i \delta u_i - p_i \delta v_i) dS \quad (1)$$

$$Y = \frac{1}{2} \int_V (\sigma_{ij} \epsilon_{ij} + p \zeta) dv = \frac{1}{2} \int_V (C_{ijkl} \epsilon_{ij} \epsilon_{kl} + b/p) dv \quad (\text{弾性圧密ポテンシャル})$$

$$u = \frac{1}{2} \int_V \lambda_{ij} \dot{v}_i \dot{v}_j dv \quad (\text{散逸エネルギー})$$

この変分方程式と有限要素法の考え方の基本に従って定式化を行ない, 任意の要素に対して変分 δu_i と δv_i が任意の値ととりうることから, 平衡方程式と流れの現象方程式を意味する二元連立方程式を導き, Wilson-cloughにより動的応答問題に関連して提案された差分式を用いれば, マトリックスベクトル表示された任意の時刻における剛性方程式が次式のように得られる.

$$\begin{Bmatrix} F \\ -q \end{Bmatrix}_x + \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{Bmatrix}_x + \begin{Bmatrix} 0 \\ q_{t-\Delta t} \end{Bmatrix}_x = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix}_x \quad (2)$$

従って, 全体の領域にわたって $F_2(2)$ を重ね合わせると系全体の剛性方程式を得る. なお, 均質等方性体の材料の場合, 応力-ひずみ関係はマトリックス表示すると次のようになる. (平面ひずみ問題)

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \\ p \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 2G(1-\nu)/(1-2\nu) + \alpha^2 Q & 2G\nu/(1-2\nu) + \alpha^2 Q & 0 & \alpha Q \\ 2G\nu/(1-2\nu) + \alpha^2 Q & 2G(1-\nu)/(1-2\nu) + \alpha^2 Q & 0 & \alpha Q \\ 0 & 0 & G & 0 \\ -\alpha Q & -\alpha Q & 0 & -Q \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_{xy} \\ \zeta \end{Bmatrix} \quad (3)$$

3. 数値計算例とその考察. 解析例として, 一様な地盤上に無限の広がりをもつ一定荷重を載荷し, 載荷面からの排水の妨げられるという土層の一次元圧密問題を取り上げた. 土層は均質, 等方材料土とし, 数値解析の境界条件として鉛直方向の流体の流れのみ止むという条件を取り入れる. 図-1はそのときの有限要素法によって求めた土層内部の間隙圧力と荷重強度 q との比, p/q の載荷直後の挙動を示すものである. これによると, 不飽和土の場合, 土粒子骨格の瞬時変形の影響のため, 土層内部に一様な間隙圧力が発生させ, 時間の経過とともに載荷面からの排水とともに間隙圧力の減少が起る. しかしながら, この土層内部に引き起される間隙圧力は載荷された荷重強度よりも,

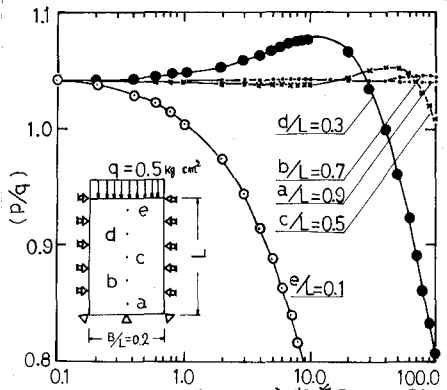


Fig.1 間隙圧力の初期挙動

大きな圧力強度を有する時間内圧はさせる。いわゆる Mandel-Cryer 効果の現象を不飽和土の場合も顕著に示すが、飽和土のいずれの場合のように荷重が載荷された瞬間 $t/t_0 = 1.0$ の値をとらず、飽和度 α の影響を受ける値をとる。さらに、土層内部の各位置の最大間隙圧力の発生する時間的ずれ、すなわち、圧力伝播の現象とは一対と把握することからできる。土層内の最大間隙圧力の発生は、図-1 から推定されるように荷重の載荷後ある時間を経過した後、しかもこの場合、土層厚の中心より上側の方に生じ、中心においては間隙圧力のわずかの減少の後、ピークに達するという興味深い動きなどが認められる。これらの現象は土層の下端で非排水としたことに起因するものと思われる。図-2 は土層内の特に関隙

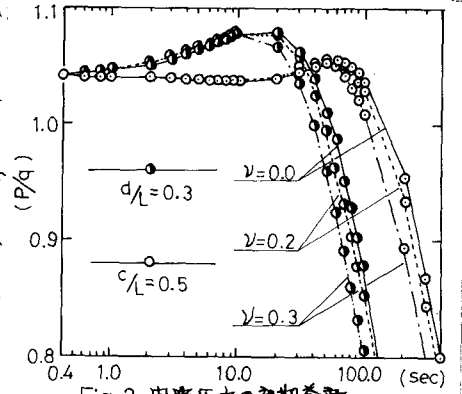


Fig.2 間隙圧力の初期挙動

圧力の変化の激しい $c/L=0.5$, $d/L=0.3$ の位置でのポアソン比の変化による初期間隙圧力の動きを表わしたものである。この数値解析の結果によるとそれほど大きな影響はなく同じ荷重強度に対して最大間隙圧力の発生する時間的ずれと大きさに違いが認められるにとどまる。すなわち、文献(6)の飽和土に対するものはよりしたものではないが、ポアソン比の値が大きいほどピークに達する時間が早く、その発生最大間隙圧力もわずかに小さい。次に、局部載荷による側方流動および地盤の局所沈下のような水圧圧密問題と例として取り上げた。図-3 は等方、均質地盤に局部載荷したときの沈下曲線を示すものである。飽和度 $\alpha=0.98$, $\nu=0.0$ とし、解の比較のため Biot の理論解析値も示してある。この結果によると、有限要素法による解が Biot の解よりも大きな沈下を示す。この原因と考えられるのは Biot の境界値問題としてのモデルが深さ方向および地盤の広がり方向に対して、おのおの半無限、および無限の広がりをもつ地盤を対照としているのに対して、有限要素法のための解析モデルが深さ、および広がり方向に対して有限な地盤としたことにある。すなわち、境界上の拘束の影響を非常に大きく受け、さらに、土質材料をガラス箱に付めたような型式の境界条件をとったため、境界上での流体の流れが起こり易いからであると推察される。

4. まとめ。これまで報告した解析法によると、1) 境界における拘束の影響が大きい；2) 不飽和材料の場合の Mandel-Cryer 効果の確認。3) として、幾何学的な項が内在するゆえ、要素の分割の仕方により計算結果が異なるので要素において結果の平均値をとる必要がある。従って、解析の対象とする地盤の深さおよび広がり方向の境界に対して荷重の影響が到達しないように十分考慮してモデル化する必要がある。

(参考文献)

- 1) Biot, M.A., "General Theory of Three-Dimensional Consolidation," Journ. Appl. Phys. Vol. 12, Feb., 1941.
- 2) 伊藤 洋, "有限要素法による不飽和土の圧密変形解析", 土木学会東北支部発表会, 昭和49年2月.
- 3) Biot, M.A., "Thermoelasticity and Irreversible Thermodynamics", Journ. Appl. Phys., Vol. 27, No.3, March., 1956
- 4) Proke, M., Alaghi, T., and Bish, H., "Finite Element Method of Consolidation of Unsaturated Soil," Proc. Int. Symp. F.E.M. in Flow-Problem, 1974.
- 5) Zienkiewicz, O. C. and Y. K. Cheung / 吉沢雅夫監訳「ベトリックス有限要素法」, chap. 10, 培風館, 1970,
- 6) 最上武雄「土質力学」, chap. 4, phase 4, 技報堂.

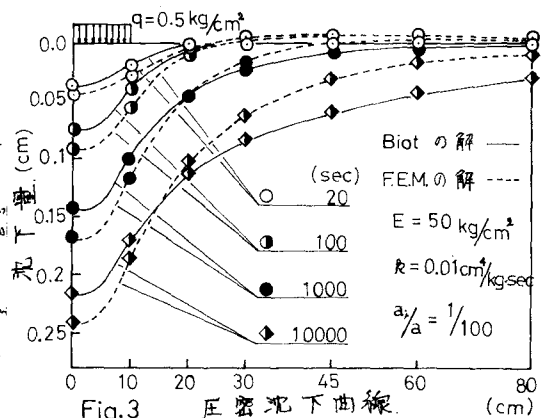


Fig.3

圧密沈下曲線