

せん断場理論による板・トラス立体構造の解析

岩手大学工学部 正員 宮本 純

1. まえがき

図-1のような骨組みからなる構造のトラスの応力解析については、既に知られている。また図-2のような骨組と板(平面応力状態のシャイペ)よりなる構造のトラスの応力解析についての研究もある。¹⁾ここでは図-3のように近似解析法として骨組と板(せん断場)よりなる構造のトラスの応力解析をしたので、その結果をここに報告する。

2. 解析の理論

せん断場理論による板とトラス立体構造の解析にあたっては次のようにする。①立体トラスの剛性マトリックスを求める。②平面応力状態の板をせん断力のかかっていると見えていたが、直応力の項は無視する。)剛性マトリックスを求める。③構造物全体について合計する。④境界条件や荷重条件をえて変位を求める。⑤この変位を個々のトラス部材の剛性マトリックスの関係にあてはめるとトラス部材力が求められ、せん断場の剛性マトリックスの関係にあてはめると板のせん断力が計算される。

立体トラスの剛性マトリックスは式(1)の通りである。

$$\begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \\ X_j \\ Y_j \\ Z_j \end{bmatrix} = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} X^2 & \lambda\mu & \lambda\nu & -X^2 & -\lambda\mu & -\lambda\nu \\ \mu^2 & \mu\nu & -\lambda\mu & -\mu^2 & -\mu\nu & \\ \nu^2 & -\lambda\nu & -\mu\nu & -\nu^2 & & \\ & X^2 & \lambda\mu & \lambda\nu & & \\ & Sym. & & \mu^2 & \mu\nu & \\ & & & & \nu^2 & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_i \\ V_i \\ W_i \\ U_j \\ V_j \\ W_j \end{bmatrix} \quad \dots (1)$$

ここで X_i, Y_i, Z_i は i 点の x 方向, y 方向, z 方向の節点力であり, U_i, V_i, W_i は i 点の x 方向, y 方向, z 方向の節点変位である。A は部材断面積であり, L は部材長である。また λ, μ, ν は部材の x 軸, y 軸, z 軸に対する方向余弦である。

またせん断場の剛性マトリックスは式(2)の通りである。

$$\begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \\ X_j \\ Y_j \\ Z_j \\ X_m \\ Y_m \\ Z_m \\ X_n \\ Y_n \\ Z_n \end{bmatrix} = \frac{Gt}{4} \begin{bmatrix} r & 1 & r & -1 & -r & -1 & r & 1 \\ \frac{1}{r} & 1 & -\frac{1}{r} & 1 & -\frac{1}{r} & -1 & \frac{1}{r} & \\ r & -1 & -r & -1 & -r & 1 & & \\ \frac{1}{r} & 1 & \frac{1}{r} & 1 & -\frac{1}{r} & & & \\ r & 1 & r & -1 & & & & \\ \frac{1}{r} & 1 & -\frac{1}{r} & & & & & \\ Sym. & & & r & -1 & & & \\ & & & & \frac{1}{r} & & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_i \\ V_i \\ W_i \\ U_j \\ V_j \\ W_j \\ U_m \\ V_m \\ W_m \\ U_n \\ V_n \\ W_n \end{bmatrix} \quad \dots (2)$$

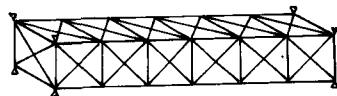


図-1

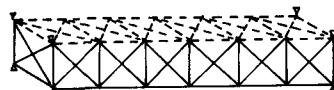


図-2

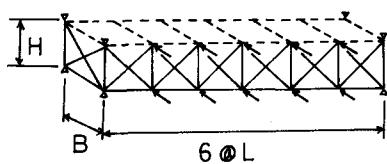


図-3

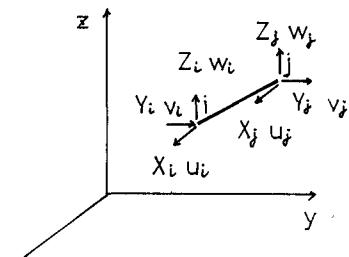


図-4

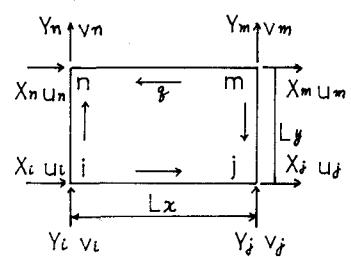


図-5

ここで $r = \frac{L_x}{L_y}$ とする。G はせん断弾性係数であり、
t は板厚である。

せん断場のせん断流は式(3)から計算される。

$$f = \frac{Gt}{2Lx} (ru_i + u_e + ru_j - u_f - ru_m - u_n - ru_t + u_n) \quad \dots (3)$$

3. 解析例

図-3における断面寸法は $B = 7\text{m}$, $H = 7\text{m}$, $L = 7\text{m}$, $E = 2.1 \times 10^6 \text{kg/cm}^2$, 板厚 $t(\text{cm})$, ト拉斯部材の断面積: 下弦材 $A = 100\text{cm}^2$, 下横構 $A_e = 100\text{cm}^2$, 斜材 $A = 100\text{cm}^2$, 立柱 $A_s(\text{cm}^2)$ である。比較のため図-1, 図-2についても同断面で計算した。その時はボアソン比 $\nu = 0.3$, 上弦材 $A = 100\text{cm}^2$, 上横構 $A_e(\text{cm}^2)$ となる。

せん断場つきト拉斯構造物の板厚 t と節点変位 v_4 の関係を求め(図-6), これとすでに求めた立体ト拉斯の上横構断面積 A_e と節点変位 v_4 の関係と比較すると次のことが言える。同一のひびきを生ずるための A_e と t の関係を求めると, 上横構 A_e の換算板厚 t が求められる(図-7)。せん断場を持つト拉斯構造物では七-ひ曲線よりわかるように, もがきにくさもすばやさも一定値をとる。したがってもがき少し変化するだけで A_e の最大値に近づくため, A_e -七曲線がシャイバを持つトラン構造物よりも急勾配になる。このことは部材力 S についても同様のこと成り立つ。

終りに本研究をすこめらに際し北大工学部渡辺昇教授に非常にお世話になつたことを感謝する。

なお計算は北大大型計算機センターと東北大大型計算機センターを利用した。

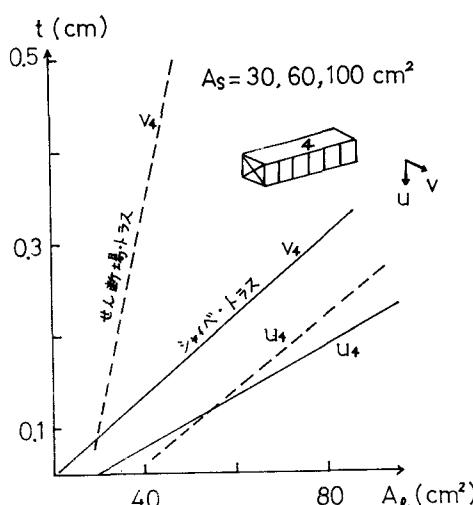


図-7

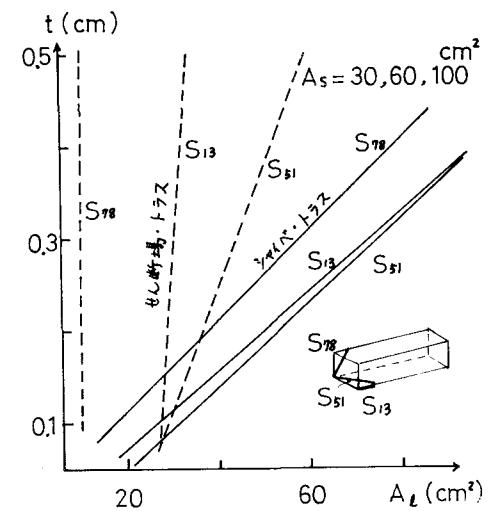


図-8