RCげたの振動特性

学院大学　正会員　松本忠信

東北大学　学生員○片山憲一

1 まえがき

新幹線の出現によって鉄道構造物は、新たに、高速度運転による影響　特に各車軸は殆んど等しい軸重を持ちその軸配置に周期性がある事による影響が考えられる。具体的には桁の固有振動数と外力の振動数の一致による共振がある。このような橋梁の動的振動変形を取扱った研究を高速度領域に応用した最近の例としてはTRWグループのHSGT[1]に対する理論計算がある。この計算によれば高速度で走行する車両と橋梁が共振状態となると極めて大きな動的変形が橋梁に生じる恐れのある事を指摘している。これまではこの共振に対拠する為に桁高を高くして桁の持つ固有振動数を大きくする事が考えられて来た。しかし桁高を大きくする事は非常に不経済である。ここでは従来あまり実用的でないとして考慮されなかった支承部に減衰効果の高い材料を使用した場合に、どの程度の共振を避ける事が出来るかを知るための基本式を誘導し、数年来国鉄で行なってきた振動実験の結果を見ながら、どれ程効果があるかを知ろうとするものである。

2　橋梁振動の基本的理論と力学モデル

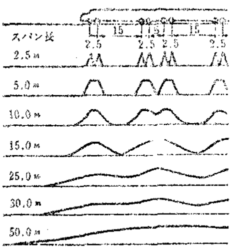

図1　電車荷重の通過によって橋梁中央に現われる応力波形

i) 共振について

列車通過による静的応力波形は、図1のようになる。スパンが2.5～15mでは、1ボギー毎に優勢な応力波形が現われる。すなわちその周期は、最短ボギー間隔である7.5mに相当する。そしてスパンが15mを越えると一車両（車両長25m）毎に応力波形が繰り返される事になる。従って応力波形の周期が橋梁の固有振動周期に一致した場合に共振を起こす可能性がある。東海道新幹線の実橋での測定結果からこの共振固有振動数を式で表わせば次のように書く事が出来る。

$$f = v / 3.6 l \qquad (1)$$

f：共振固有振動数　v：列車速度（km/hour）　l：車両長と軸距によってスパン長(L)に従って決まる長さ、$L \leqq 5m$；$l = 2.5m$　$5 < L < 15m$；$l = 7.5m$（あるいは25/3 m）　$15m < L$　$l = 25m$、軸配置による共振をすべて避けようとすると列車の最高速度から定まる振動数以上の固有振動数を持った断面を求めねばならない事になる。

ii) 力学モデルと基本的仮定について

力学モデルは図2に示すようなモデルを用いる。

仮定

1) 車両はばね上質量とばね下質量からなっている。これが数両連結されている。　2) ばね上質量とばね下質量とは、線型ばねと粘性ダッシュポットで結ばれている。　3) ばね下質量はレールに密着していて飛び上がる事はない。 4) 系1で桁の減衰定数は線型で長さ方向に一様に分布している。　5) 系1で桁は長さ方向に一様な曲げ剛性を有し、その単位質量も等しい。 6) 系2は剛体とし、支承部は線型ばねと粘性ダッシュポットで連結されている。　7) 桁の変形は系1の曲げによるものと、系2の支承の位置変化によるものを加え合わせたものとする。　8) 系1では桁の動的曲げたわみは、時間… の函数と時間に無関係

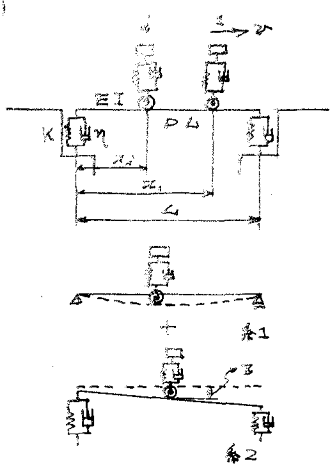

図2　力学モデル

な、位置のみの函数の積で表わされるものとする。

3　基本式の誘導

1)図2の系1についてはエネルギー法[2]によっている。系1内で発生する、すべての運動エネルギーT, 位置エネルギーU, 消散エネルギーFをもとめて：次式(2) Lagrangeの方程式に代入して基本式を得る。

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial T}{\partial q_r} + \frac{\partial U}{\partial q_r} + \frac{\partial F}{\partial \dot{q}_r} = N_r \qquad (2)$$

N_r：外力，仮定(B)に基いて系1のたわみyを次のようにおく

$$y = \sum_{r} A q_n(t) \sin(n\pi/L)x \qquad (3)$$

ここでは簡単のために、車両のバネ定数が無限大かつ減衰定数は零として、荷重が橋梁上を走行する場合を考える。今橋梁の振動モードを一次とし集中荷重が1個のみ走行するとすれば(3)式とおめたエネルギーから(4)式を得る。（式中 $x = vt$ とした。）

$$\ddot{q} + 2\zeta\omega\dot{q} + \omega^2 q = \frac{2}{A^2 mL} Pg \sin\frac{\pi v}{L}t \qquad (4)$$

ここに ω_n は桁の円固有振動数（$\zeta = 0$）であり　$\omega_n = (n^2\pi^2/L^2) \times \sqrt{EI/m}$

(4)式をラプラス変換によって解くと

$$q(t) = q_p(t) + q_0(t) \qquad (5)$$

ここに　ζ と $\omega - \pi v/L$ が同時に0でない時

$$q_p(t) = \frac{2\pi v Pg}{A^2 mL}\Big[E\cos\left(\frac{\pi v}{L}t\right) + \frac{F}{(\pi v/L)}\sin\left(\frac{\pi v}{L}t\right) - E e^{-\zeta\omega t}\cos(\omega\sqrt{1-\zeta^2}\cdot t) + \frac{1}{\omega\sqrt{1-\zeta^2}}(G + \zeta\omega E)e^{-\zeta\omega t}\sin(\omega\sqrt{1-\zeta^2}\cdot t)\Big] \qquad (6)$$

$$q_0(t) = q(0+)e^{-\zeta\omega t}\cos(\omega\sqrt{1-\zeta^2}\cdot t) + \frac{1}{\omega\sqrt{1-\zeta^2}}\{\zeta\omega q(0+) + \dot{q}(0+)\}e^{-\zeta\omega t}\sin(\omega\sqrt{1-\zeta^2}\cdot t) \qquad (7)$$

多数の荷重がある場合は次式のようにして重ね合わせて考える。例えば、荷重がm個ある場合

$$q^m(t) = \sum_{j=1}^{m} U\left(t - [j-1]\frac{x_{j-1}}{v}\right) q\left(t - [j-1]\frac{x_{j-1}}{v}\right) \qquad (8)$$

2) 系2に於て運動方程式をつくると　Wを荷重と桁の重さを加え合わせたものとして

$$\frac{W}{g}\ddot{z} + 2\eta\dot{z} + 2kz = P_E \sin\omega t \qquad (9)$$

$$\frac{W}{g}i^2\ddot{\theta} + \frac{L^2}{2}\eta\dot{\theta} + \frac{L^2}{2}k\theta = 0 \qquad (10)$$

共振状態では系1でもある固有振動形を有するように系2でも定常状態では $\theta = 0$ として、上下方向に運動すると仮定すると(9)式は支承部に周期的外力が加わった場合の支承部の運動を示すことになる。(9)式を解いて

$$z = e^{-\frac{g}{W}\eta t}\left(C_1\cos\sqrt{\frac{2gk}{W}}\cdot t + C_2\sin\sqrt{\frac{2gk}{W}}t\right) + M\sin\omega t + N\cos\omega t \qquad (11)$$

の形に整理出来る。

4. 以上のような考えで誘導した基本式から桁の振動の方程式を見出し、入力データとして新幹線車両の諸値現在使用されているRC桁の標準断面を用いる。　ここで η, K, ζ　等を変化させ　η, K, ζ　の変化で、たわみの減衰などの程度あるかを知る事が出来る。計算方法は口述する。

参考文献（文中引用のみ）

1) TRW System Groupe "Train Elevated Guideway Interaction" Feb 1970. "Dynamic Response of Continuous Beam Elevated Guideways" July 1970. 2) Hurty, "Dynamics of structures" Prentice Hall, 1964