

1. はしがき

淡水二層流の定常状態における界面現象については、界面の安定不安定、混合、連行、界面抵抗などを水理学的に理解することが、今日の主要な研究課題となっている。本報告は、形成領域と発達領域における界面の安定度と混合特性について、既往の速度変動と塩分濃度変動との実験結果^{1), 2)}および、玉井³⁾が乱れ速度の観点から行った際の取扱いに基づき、界面およびその付近の乱流的性格に着目して考察を試みるものである。

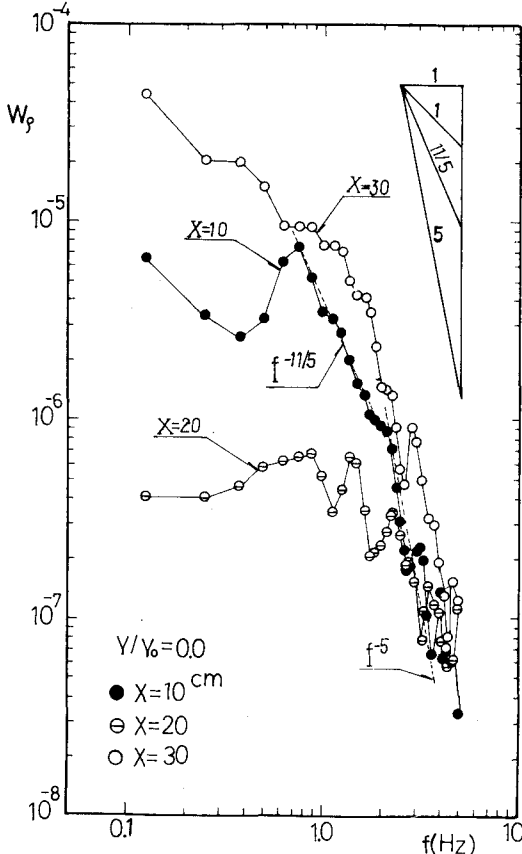
2. 界面の安定度

淡水水界面に生じる界面波は、 ρ_1 の重力 $(\Delta\rho/\rho)g$ とBrunt-Väisälä振動数 $N = (-g\rho^{-1}\partial\rho/\partial y)^{1/2}$ とに支配されると考え、周波数に対する界面波の変位スペクトル $P_w(f)$ と次の考察により求めると、

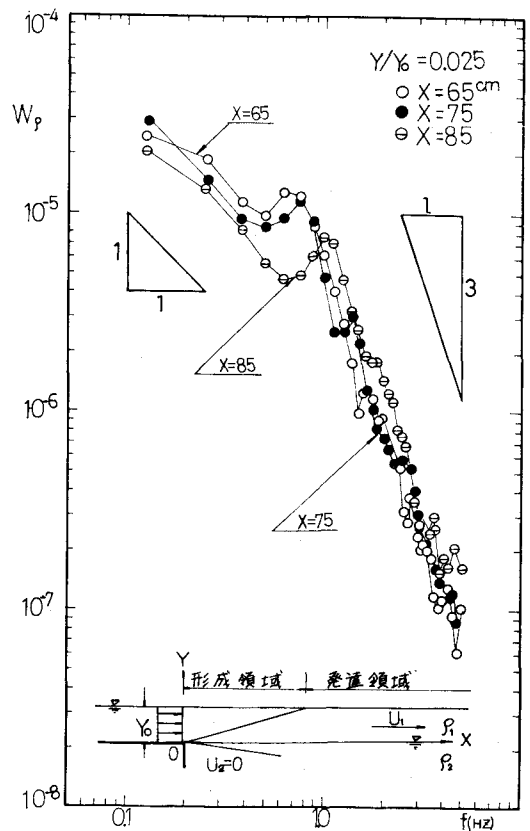
形成領域: $P_w(f) = \alpha_1 (\frac{\Delta\rho}{\rho})^2 N^2 f^{-1}$; ($f_1 \ll f \ll f_2$: 低周波域)……(1), $P_w(f) = \beta_1 (\frac{\Delta\rho}{\rho})^2 N^2 f^{-5}$; ($f_2 \ll f \ll f_3$: 高周波域)……(2)

発達領域: $P_w(f) = \alpha_2 (\frac{\Delta\rho}{\rho})^2 N^2 f^{-1}$; ($f_1 \ll f \ll f_2$: 低周波域)……(3), $P_w(f) = \beta_2 (\frac{\Delta\rho}{\rho})^2 N^2 f^{-3}$; ($f_2 \ll f \ll f_3$: 高周波域)……(4)

ここに、 α, β : 比例定数、 $\Delta\rho$: 密度差、 g : 重力の加速度、 f_1, f_2, f_3 : 界面波の特性振動数で、 f_1 は存在する界面波の最大周期、 f_3 は最小周期に対応するものである。なお、周波数のべき数は、濃度分布の変曲点が界面の性質を表わすので、界面(相対高さ $Y/Y_0 = 0$ 、 Y_0 : 流出端淡水深)での濃度変動の実験結果から、 $P_w(f) \equiv W_p(f)$ (濃度変動のスペクトル)として決定した。



(a) 形成領域¹⁾ ($0 \leq X < 64 \text{ cm}$)



(b) 発達領域²⁾ ($64 \text{ cm} \leq X$)

図-1 流程による濃度のスペクトル変化

図-1(a)から、形成領域では流下距離(塩水面接触開始点と $X=0$) $X=10\text{cm}$ から 30cm に至る間に、 W_u は増大しており、式(1)から $\Delta\varphi$ の変化はわずらわしくであると考えられるので、 N が減少していることになる。すなわち、長周期の界面波でさえ不安定性を増していることになる。このことは、高周波域の W_u が増加していることからも首肯しうる。

次に発達領域についてみると、図-1(b)から、 $X=30\text{cm}$ から 65cm に至る間に、 W_u は減少し、その後流下距離とともに漸減している。このことは、式(3)あるいは式(4)から、 $\Delta\varphi$ の変化に比し N の増大の方が大きいといえる。すなわち、流下するに伴い、界面は安定し、2層の分離が進むことを意味している。

次に、乱れ拡散に伴い、界面付近の流水乱れが増幅するの、あるいは減衰するのは、流水自体の安定度と拡散係数との関係においても重要であり、この点もふまえて乱れ速度の観点から見てみる。まず、乱れ速度は、前述の N と乱れのエネルギー-分散率 ϵ に支配されると考え、形成領域における乱れ速度のスペクトルと求めると、

$$W_u(f) = \gamma_1 N^3 f^{-5} \quad (Y/Y_0 = 0: \text{界面}) \quad (5)$$

$$W_u(f) = \gamma_2 N f^{-3} \quad (0.05 \leq Y/Y_0 < 0.20: \text{界面近傍}) \quad (6)$$

ここに、 γ は定数である。図-2から、 $Y/Y_0=0$ での $X=10\text{cm}$ における W_u の増加は $X=0$ に比して急激であり、式(5)から N の増加が考えられる。しかし、図-3から $\overline{u'^2}$ の増加は微量であるので、 N の増加の方が大きいといえる。他方、 $Y/Y_0 \geq 0.05$ では、 $\overline{u'^2}$ の増加が著しいのに反し、 W_u は漸増する程度となり、式(6)から N はむしろ減少気味であることが予想される。従って、 $X=0 \sim 10\text{cm}$ では、界面での乱れは塩水面が接触することにより安定化する方向に向いが、界面と離れたところの乱れは、逆に不安定性を増すことになる。同様の観点から、 $X=10\text{cm} \sim 20\text{cm}$ についてみると、 $Y/Y_0=0$ では ϵ は増加するが N は減少し、 $Y/Y_0 \geq 0.05$ では ϵ が減り N が増大するので、界面と離れたところの流水乱れは、塩分濃度のために減衰し安定度が増すといえる。さらに、 $X=20 \sim 30\text{cm}$ では、界面およびその近傍で N は共に増大するので、流水の乱れは安定化の方向に向うと考えられる。

3. 混合特性

界面波の周波数スペクトルを、Taylorの凍結乱流の仮説を用いて波数スペクトルに変換し、定常状態における上層から下層に移行するエネルギー E と求めると、

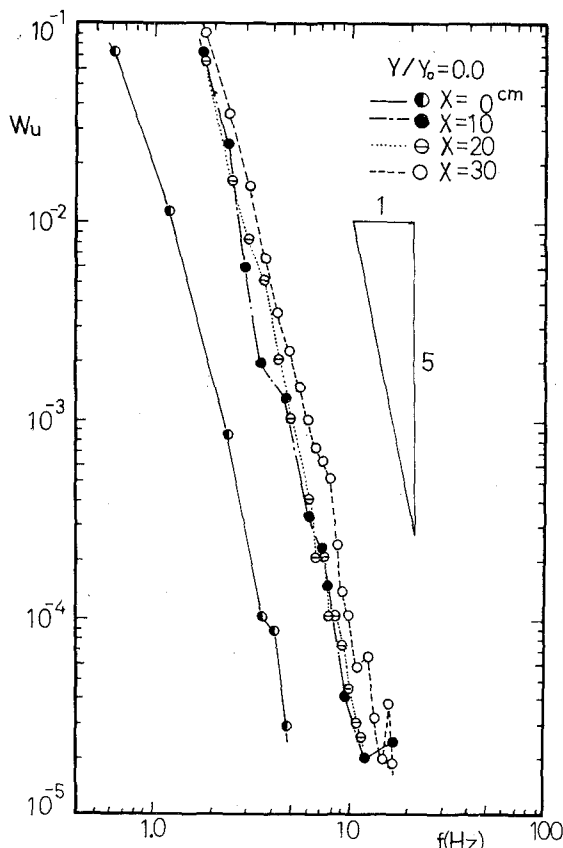


図-2 流程による速度変動のスペクトルの変化

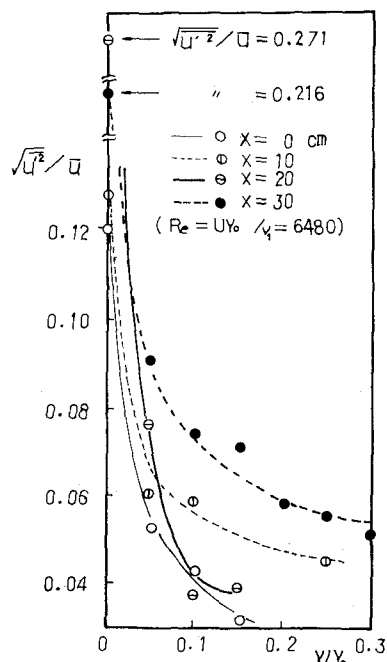


図-3 乱流強度の相対高による変化

$$\text{形成領域} : E = \left(\frac{\Delta \rho}{\rho} g \right)^2 N^4 \left\{ d_1 \log \frac{k_2}{k_1} + \frac{\beta_1}{4} \bar{u}^{-4} k_2^{-4} - \frac{\beta_1}{4} \bar{u}^{-4} k_3^{-4} \right\} \dots\dots (7)$$

$$\text{発達領域} : E = \left(\frac{\Delta \rho}{\rho} g \right)^2 N^2 \left\{ d_2 \log \frac{k_2}{k_1} + \frac{\beta_2}{4} \bar{u}^{-2} k_2^{-2} - \frac{\beta_2}{4} \bar{u}^{-2} k_3^{-2} \right\} \dots\dots (8)$$

ただし、 $\bar{u}$: 平均流速, k : 波数 (rad/cm), k_1, k_2, k_3 はそれぞれ小周波数 f_1, f_2, f_3 に対応する。

いま、淡水水の場合であるので、 $\Delta \rho / \rho \ll 1$ であり、内部フルード数 F_{ri} と Brunt-Väisälä 振動数 N とリチャードソン数 J で表わし、安定な界面波の波数の最大値 (ほぼ卓越波長と考えよう) と k_2 とし、さらに H と流速分布と有する層の厚さ (拡散幅に相当する) とすれば、

$$\left. \begin{aligned} F_{ri}^2 &= \bar{u}^2 / \left\{ \left(\frac{\Delta \rho}{\rho} g \right) H \right\} \\ N &= \bar{u} J^2 / H \\ k_2 &= J / H \end{aligned} \right\} \dots\dots (9)$$

密度混合に関する限り、式(7), (8)の右辺の第2項のみが支配的と考えられるので、式(9)を用いて、このときの密度混合に因するエネルギー E_M と求めると、

$$\text{形成領域} : E_M / H^2 = \frac{\beta_1}{4} J^{-2} \dots\dots (10), \quad \text{発達領域} : E_M / H^2 = \frac{\beta_2}{4} J^{-1} \dots\dots (11)$$

となり、密度混合によって消費されるエネルギーはリチャードソン数に逆比例することになるが、その特性は形成領域と発達領域では異なると考えられる。

他方、乱流速度の混合に因するエネルギー E'_M は、玉井³⁾の検討によれば次のようである。

$$E'_M / \bar{u}^2 = \frac{1}{2} AC J^{-1} \dots\dots (12)$$

ここに、 A : Kolmogoroff のスペクトル定数, C : 乱流プラントル数の逆数である。

この式(12)を用いて、式(10)と式(11)のスペクトルの強さに関係する未定係数 β と決定すると、

$$\text{形成領域} : \beta_1 = 2ACJ \dots\dots (13), \quad \text{発達領域} : \beta_2 = AC \dots\dots (14)$$

となり、形成領域では、界面の状態すなわち Flow Regime の変化に伴ってスペクトルの強さが変わることになるが、発達領域では一定となることが帰結される。この点、図-1 に示した実験結果とよく実証している。

すると、式(10)と式(11)は、

$$\text{形成領域} : E_M / H^2 = \frac{1}{2} AC J^{-1} \dots\dots (15), \quad \text{発達領域} : E_M / H^2 = \frac{1}{4} AC J^{-1} \dots\dots (16)$$

となり、形成領域では、上層から移行する乱流速度の混合に因するエネルギーは、全て密度混合のために消費されることになるが、発達領域では乱流速度の混合に因すると考えられているエネルギーの一部は、渦が浮力に抗して仕事とする (すなわち、図-1(b) に基づいて言えば、 $1H$ 前後の波数 k_2 に対応する卓越周波数が $\lambda = 65 \text{ cm}$ から 85 cm に進む間に、高周波数側へ移動し、スペクトルの強さが減少することであり、換言すれば、大きなスケールの渦が密度勾配のためにそのスケールを減じるのに使用されていることになる。

4. あとがき

界面の安定度と混合特性は、塩水侵入規模の推算すなわち界面の状態による界面抵抗の算定との、出水時の河口における河積と確保する際の損失エネルギーの見積り、さらには取排水問題などに使連しており、界面現象の乱流的性格と知ることは重要だ。今後一層の検討を要するところである。

最後に、本報告と草するにあたり、東北大学教授 岩崎敏夫先生に御指導、ご鞭撻を、厚く感謝の意を表します。

参考文献

- 1) 岩崎西郎 (1969) : 淡水水界面付近の乱流の測定, 第16回海講, PP163~169
- 2) 岩崎西郎 (1970) : 淡水二層流における乱流拡散に関する研究(1), 第17回海講, PP343~347
- 3) 玉井西村 (1973) : 成層流境界面における内部波および混合の特性に関する一考察, 第17回水講, PP32~37