

温度変化を受けるコンクリート舗装版に関する一考察

東北大学工学部 正員 福田 正

東北大学大学院 学生員・櫻村輝男

1. はじめに

コンクリート舗装版は種々の気象作用、すなわち、気温、日射、湿度、風速等の影響を受け、版内の温度は常に変化していると考えられる。しかし、この温度変化は1日をあるいは年間を周期として考える時、ほぼ規則的に変動しているとみられる。舗装版はこの温度変化により、膨張、収縮を繰り返し、その自由な挙動を拘束される為、版内に応力、すなわち温度応力が生ずることになる。

Flomlinson¹⁾はコンクリート舗装の各層の熱的性質を同一とみなし、すなわち、同じ熱的性質を持つ材料による半無限体とし、舗装版の表面温度は正弦的に変化するとし、版中の温度分布を算出し、その温度分布に基づく応力をTimoshenko²⁾の理論より誘導している。しかしながら最近では版厚15cmのプレストレストコンクリート舗装から版厚30cmの一般のコンクリート舗装迄、あるいはアスファルト混合物をオーバーレイされる場合等その構造が多様化しており、舗装版内の温度分布は層構造としての各層の熱的性質の影響を受けることが予想される。この様なことから今回はコンクリート舗装を各層の熱的性質の異なる層構造体と考え、熱伝導方程式を解き、その数値解所をもとに舗装版の温度応力について若干の考察を行った。

2. 層構造体の熱伝導方程式の解

(1) 二層体

熱伝導の方程式

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} = \phi \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad (-r < x < 0) \quad \dots \quad (1)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} = \phi \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad (0 < x) \quad \dots \quad (2)$$

初期条件 $\theta(x, 0) = 0$, $\theta_2(x, 0) = 0$ 境界条件 $\theta(-r, t) = f(t)$, $\theta_2(\infty, t) = 0$

$$\theta(0, t) = \theta_2(0, t), \quad \lambda_1 \frac{\partial \theta}{\partial x}(0, t) = \lambda_2 \frac{\partial \theta_2}{\partial x}(0, t)$$

ここで θ : 温度, t : 時間, x : 深さ, ϕ : 熱拡散率, λ : 熱伝導率

r : 第一層の厚さ, $f(t)$: 表面温度

又、Laplace 変換に関して、 $\mathcal{L}\theta(x, t) = \theta(x, s)$, $\mathcal{L}f(t) = F(s)$ とする。

(1), (2) 式を Laplace 変換して、その常微分方程式を解くと次の様になる。

$$\theta = C_1 \exp\left(\frac{\sqrt{s}}{\phi} x\right) + C_2 \exp\left(-\frac{\sqrt{s}}{\phi} x\right), \quad \theta_2 = C_3 \exp\left(\frac{\sqrt{s}}{\phi_2} x\right) + C_4 \exp\left(-\frac{\sqrt{s}}{\phi_2} x\right)$$

ここに境界条件より係数を定めて、 $\frac{\lambda_1 \phi}{\lambda_2 \phi_2} = u$, $\frac{1-u}{1+u} = v$ とすると

$$\theta = F(s) \left[v \exp\left\{-\frac{(1-x)r}{\phi}\sqrt{s}\right\} + \exp\left\{-\frac{(1-x)r}{\phi}\sqrt{s}\right\} \right] \left\{ 1 + v \exp\left\{-\frac{2\sqrt{s}}{\phi}\sqrt{s}\right\} \right\} = F(s) \sum_{n=0}^{\infty} (-v)^n \left[v \exp\left\{-\frac{(2n+1)r-x}{\phi}\sqrt{s}\right\} + \exp\left\{-\frac{(2n+1)r+x}{\phi}\sqrt{s}\right\} \right]$$

これを逆変換し、 $f(t) = \theta_0 \sin \frac{2\pi}{T} t$ (θ_0 : 表面温度の(半)振幅, T : 周期), $x' = x + r$ とすると

$$\theta_1 = \frac{\theta_0}{2\sqrt{\pi \phi}} \sum_{n=0}^{\infty} (-v)^n \int_0^t v \left\{ 2(n+1)r - x' \right\} \int_0^x \sin \left\{ \frac{2\pi}{T} (x-t) \right\} \exp \left\{ -\frac{(2n+1)r-x}{\phi} \sqrt{s} \right\} \cdot T^{-\frac{1}{2}} dT \\ + (2n+1)r + x' \int_0^t \sin \left\{ \frac{2\pi}{T} (x-t) \right\} \exp \left\{ -\frac{(2n+1)r+x}{\phi} \sqrt{s} \right\} \cdot T^{-\frac{1}{2}} dT$$

(2) 三層体

熱伝導の方程式

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} = \phi \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad (-r_1 < x < 0) \quad \dots \quad (3)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} = \phi \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad (0 < x < r_2) \quad \dots \quad (4)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} \quad (R_0 \leq x) \dots \textcircled{5}$$

初期条件 $\theta_1(x, 0) = 0$, $\theta_2(x, 0) = 0$ 境界条件 $\theta_1(-R_1, x) = f(x)$, $\theta_2(R_2, x) = 0$

$$\theta_1(x, 0) = 0$$

$$\theta_1(0, x) = \theta_2(0, x), \lambda_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial x}(0, x) = \lambda_2 \frac{\partial \theta_2}{\partial x}(0, x)$$

$$\theta_2(R_2, x) = \theta_1(R_2, x), \lambda_2 \frac{\partial \theta_2}{\partial x}(R_2, x) = \lambda_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial x}(R_2, x)$$

ここで R_1 : 第一層の厚さ, R_2 : 第二層の厚さ

二層係の場合と同様な手法により解を求めると次の様になる。

$$\frac{\lambda_1 \phi_1}{\lambda_1 \phi_2} = u_1, \frac{\lambda_2 \phi_2}{\lambda_2 \phi_1} = u_2, \frac{1-u_1}{1+u_1} = v_1, \frac{1-u_2}{1+u_2} = v_2$$

$$A_1 = \frac{2(l-m+n)x-x'}{\phi_1} + \frac{2m\phi_2}{\phi_1}, A_2 = A_1 + \frac{2\phi_2}{\phi_1}$$

$$A_3 = \frac{2(l-m+n)x+x'}{\phi_1} + \frac{2m\phi_2}{\phi_1}, A_4 = A_3 + \frac{2\phi_2}{\phi_1}$$

$$B_1 = \frac{2(l-m+n)x+l\phi_1}{\phi_1} + \frac{2(m+n)\phi_2-x}{\phi_2}, B_2 = B_1 + \frac{2(x-R_2)}{\phi_2} \text{ とする。}$$

$$\theta_1 = \frac{\phi_2}{2\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^n \frac{f(R_1) \dots f(-m+n)}{m!} \frac{m(m-1) \dots (m-n+1)}{n!} v_1^{l-m} v_2^m [v_1 A_1 \int_0^x \sin\{\frac{2\pi}{\phi_1}(x-\tau)\} \exp(\frac{-A_1^2}{4\tau}) \tau^{-\frac{3}{2}} d\tau$$

$$+ v_2 A_2 \int_0^x \sin\{\frac{2\pi}{\phi_2}(x-\tau)\} \exp(\frac{-A_2^2}{4\tau}) \tau^{-\frac{3}{2}} d\tau + A_3 \int_0^x \sin\{\frac{2\pi}{\phi_1}(x-\tau)\} \exp(\frac{-A_3^2}{4\tau}) \tau^{-\frac{3}{2}} d\tau + v_2 A_4 \int_0^x \sin\{\frac{2\pi}{\phi_2}(x-\tau)\} \exp(\frac{-A_4^2}{4\tau}) \tau^{-\frac{3}{2}} d\tau]$$

$$\theta_2 = \frac{\phi_1}{2\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^n \frac{f(R_2) \dots f(-m+n)}{m!} \frac{m(m-1) \dots (m-n+1)}{n!} v_1^{l-m} v_2^m (1+v_1) [v_1 B_1 \int_0^x \sin\{\frac{2\pi}{\phi_1}(x-\tau)\} \exp(\frac{-B_1^2}{4\tau}) \tau^{-\frac{3}{2}} d\tau$$

$$+ B_2 \int_0^x \sin\{\frac{2\pi}{\phi_2}(x-\tau)\} \exp(\frac{-B_2^2}{4\tau}) \tau^{-\frac{3}{2}} d\tau]$$

3. 舗装材料の熱特性値

舗装版の温度分布を知るには、まずその舗装材料の熱的性質を知ることが必要である。しかし、その熱特性値は種々の条件、すなわち骨材の石質、粒度分布、間隙率、含水比、配合等によって異なってくるので、系統的な研究は未だはされていないのが現状である。そこで、今回は舗装版内の温度分布を知ろうと必要の舗装材料の概略的な熱特性値を求めるために便宜上にある種々の材料を取り上げ、その熱伝導率、熱拡散率の測定を行った。得られた結果を表-1に記す。なお、熱伝導率測定用供試体は内径4cm、外径20cm、高さ40cmの円筒形で、測定は直接法に準じて、熱拡散率測定用供試体は径20cm、高さ40cmの円柱形で、測定はThomaonの方法に準じて行った。温度の計測には銅コンスタンタン線を使用し、同一試料につりての供試体個数は熱伝導率、熱拡散率ともに各々3個とした。

この特性値より、層構造体としての舗装の影響を次に考えることにする。

表-1 舗装材料の熱特性値

舗装材料	熱伝導率 $\left(\frac{\text{Kcal}}{\text{m}^2 \cdot \text{sec}}\right)$	熱拡散率 $\left(\frac{\text{cm}^2}{\text{sec}}\right)$	密度 (g/cm^3)
砂 (白石川産)	0.435	0.00270	1.81
セメント処理砂 (砂使用)	1.56	0.00273	1.81
砕石 (高館産)	0.517	0.00217	1.77
密粒式AS コンクリート	1.00	0.00184	1.99
コンクリート	2.36	0.00367	2.31

注. 配合はセメント安定処理砂 $\frac{W}{S/C} = 0.1$
 $\frac{S}{C} = 0.06$
 コンクリート $\frac{W}{C} = 0.431$
 $\frac{G}{S} = 1.92$
 $W = 140 \text{ kg/m}^3$

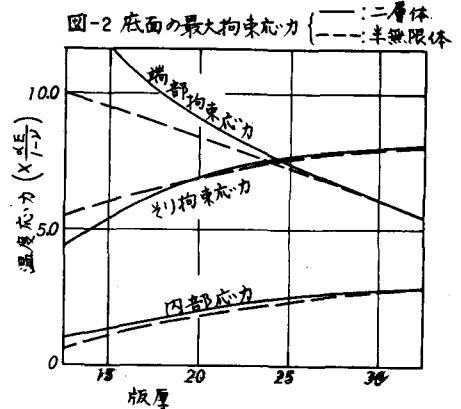
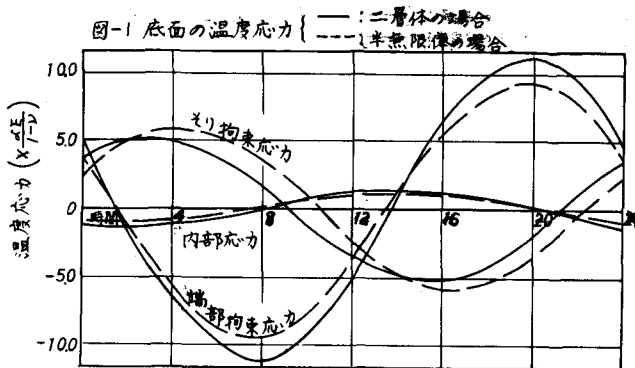
4. 考察

熱伝導方程式を解りて得られた温度分布式に舗装材料の熱特性値の値を代入して数値解析を行い、その結果より次の二つの問題について考察を行う。なお数値解析に際して舗装版の表面温度の(半)振幅は15°C、周期は1日とした。応力の誘導にはTimoshenkoの理論を用い、変形は完全に拘束されているものとし、温度応力を内部応力、より拘束応力、端部拘束応力に分けて整理した。実際の舗装版を考える際には、拘束の程度を表わす拘束係数を導入し、拘束応力に拘束係数を乗じて温度応力が求められる。

(1) コンクリート版厚と温度応力

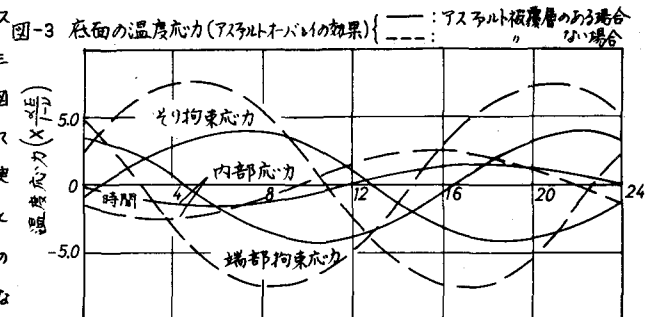
舗装を版、路盤、路床の三層構造と考える時、各層の熱的性質は層を構成する材料の石質等によって異なっ

くる為に一層にいうことは出来ないが、表-1をともに考えるならば、路床材料の砂と路盤材料の碎石とはほぼ熱的性質を同一にしていると考えることが出来る。又、高級路盤としてのセメント安定処理材はコンクリート及び砂の中間的性質を有するものということが出来るが、これはセメント安定処理材の熱的性質をコンクリートと同一と考え、すなわちコンクリートの版厚をその分だけ厚く考えて計算を行ってもコンクリート版の温度分布にさほどの差異は生じない。この様なことから舗装をコンクリート版(版厚15cm)及び砂質土よりなる二層体と考え、コンクリート版底面の温度応力を算出し、図-1にそれを示した。同様にして、他の版厚についても計算を行い、それぞれの最大値を求め、それを図-2に示した。それによると版厚の厚い場合はThomlinson⁽¹⁾の様に舗装を半無限体と仮定してもさほどの誤差は生じないが、薄い場合にはかなりの誤差を生じる。なお、図-2に示されている各応力の最大値はそれぞれ位相が異なっているため合成温度応力はそれぞれの和とはならない。



(2) アスファルトオーバーレイの効果

厚さ25cmのコンクリート版に厚さ5cmのアスファルト層を被覆した場合について、舗装を三層体と考えて同様の計算を行い、その結果を図-3に示した。これより被覆した場合については温度応力がかなり減少することがわかる。実際にはアスファルト舗装とコンクリート舗装とは日射量の吸収率が違い、表面温度は前者の方が大きくなってくるので簡単には論じられないが、温度応力を軽減するうえではかなりの効果があると思われる。



注. α : コンクリートの膨張係数, E : ヤング係数, ν : ボアソン比

参考文献

- (1) J. Thomlinson: Temperature Variations and Consequent Stress Produced by Daily and Seasonal Temperature Cycles in Concrete Slabs. Concrete and Constructional Engineering, June-July, 1940
- (2) S. Timoshenko, and J.N. Goodier: Theory of Elasticity. Mc Graw-Hill 1951
- (3) Bureau Reclamation: Thermal Properties of Concrete. Boulder Canyon Project Final Report, Part VII, 1940
- (4) W.T. Thomson: A Method of Measuring Thermal Diffusivity and Conductivity of Stone and Concrete. Proc. ASTM, 1940