

ガラスビーズの変形に関する基礎的実験

東北大学工学部 (学) 諸戸靖史
 (非) 遠藤秋生
 (学) 〇及川 研

ガラスビーズのせん断変形と三軸圧縮試験で調べた結果、その変形（ここでは全ヒズミをとりあつてゐる）が、

$$d\epsilon_{ij} = H \frac{\partial \psi}{\partial \sigma_{ij}} df \quad (1)$$

で表わされることがわかった。ここに H, ψ, f のようなスカラー関数の存在を仮定している。また応力が増大する変形のみを対象にした。

実験のあらまし： 試料は東芝工業製のガラスビーズ（粒径：0.56mm ~ 1.2mm, $G_s = 2.48$ ）を用いた。試験体は直径5cm, 高さ12cmの円筒形のもので、間ヤキは水で飽和させた。初期間ヤキ比 e_0 は0.58 ~ 0.60 で密なものであった。平均主応力を一定に保つようにして排水状態で三軸圧縮試験を行つた（載荷操作は全て手動）。応力とヒズミの符号は圧縮を正として

$$r = \epsilon_1 - \epsilon_3, \quad v = \epsilon_1 + 2\epsilon_3, \quad q = \sigma_1 - \sigma_3, \quad p = \frac{1}{3}(\sigma_1 + 2\sigma_3), \quad \eta = q/p$$

と書く。

せん断変形特性： 式(1)の f は変形状態を規定する関数で $df > 0$ のみの場合ガラスビーズに変形が生ずるものと考えらる。そして変形状態は等圧線で規定されるものとする（このことに関する詳しい説明はここでは省略する）。

(p, q) 平面上で実験的に等圧線を求めると図-1 のようになる。この図からわかるように p が大きくなると η の値が次第に小さくなり、 η 一定の直線から下にはずれてくる。つまり p の値が大きければ、同じ η に対して変形が大きくなる。そこで

$$f = \eta + m \log p \quad (m: \text{定数}) \quad (2)$$

と試してみることにする。

ψ はせん断ヒズミ増分の方向を規定する関数であり、ヒズミ増分比 $d\psi/d\epsilon$ が η だけの関数であるとして

$$\psi = p F(\eta) \quad (3)$$

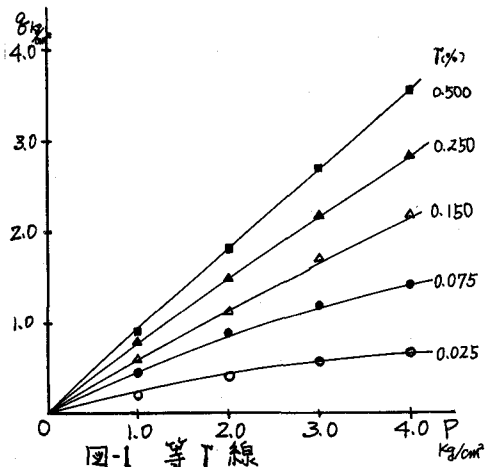
とおく。式(1)から三軸圧縮状態 ($\sigma_2 = \sigma_3, d\epsilon_2 = d\epsilon_3$) では

$$dv = H \frac{\partial \psi}{\partial p} df = H(F(\eta) - \eta \frac{\partial F(\eta)}{\partial \eta}) df \quad (4)$$

$$dr = \frac{3}{2} H \frac{\partial \psi}{\partial q} df = \frac{3}{2} H \frac{\partial F(\eta)}{\partial \eta} df \quad (5)$$

ここでサリテンシーの条件が

$$dv = D dr \quad (D: \text{定数}) \quad (6)$$



と書けるとき、式(4)、(5)、(6)より

$$F(\eta) - \eta \frac{\partial F(\eta)}{\partial \eta} = \frac{3}{2} D \frac{\partial F(\eta)}{\partial \eta} \quad (7)$$

式(7)を解いて

$$F(\eta) = \frac{3}{2} D + \eta \quad (8)$$

を得る。Dはダイレタニシー係数で $r \sim v$ 関係の接線の勾配である。 r が図-2から変形が大きくなるとは $r \sim v$ 関係が直線的であるが、変形が小さいときは曲線的となっている。したがって変形の小領域では、対象とする区間のダイレタニシー特性を線形関係で代表させ、平均的なダイレタニシー係数 $\bar{D}$ を設定する必要がある。その $\bar{D}$ を用いると式(8)は

$$\psi = \frac{3}{2} \bar{D} p + g \quad (9)$$

と書ける。

関数 ψ の概念図を (p, g) 平面上で図示すると図-4のようになる。

またせん断ヒズミに対する η 、 p の依存性(図-3)を考慮して

$$r = G(p, \eta) = p^\alpha g(\eta) \quad (10)$$

と仮定する。ここに α は定数とする。すると

$$dr = \frac{\partial G}{\partial p} dp + \frac{\partial G}{\partial \eta} d\eta \quad (11)$$

p -定とすると、 $df = d\eta$ であることを考え、

式(10)に式(9)を用いて

$$dr = \frac{3}{2} H d\eta \quad (12)$$

また式(11)から

$$\begin{aligned} dr &= \frac{\partial G}{\partial \eta} d\eta = p^\alpha \frac{dg}{d\eta} d\eta \\ &= p^\alpha h(\eta) d\eta \end{aligned} \quad (13)$$

ここに

$$h(\eta) = \frac{dg(\eta)}{d\eta} \quad (14)$$

である。式(12)と式(13)を比較して

$$H = \frac{3}{2} \frac{\partial G}{\partial \eta} = \frac{3}{2} p^\alpha h(\eta) \quad (15)$$

このように H は応カーヒズミ曲線($\eta \sim r$)の接線として定義できる。

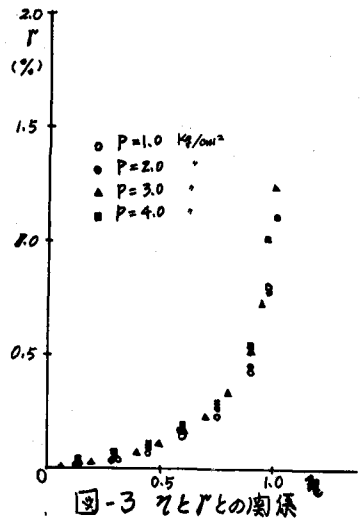
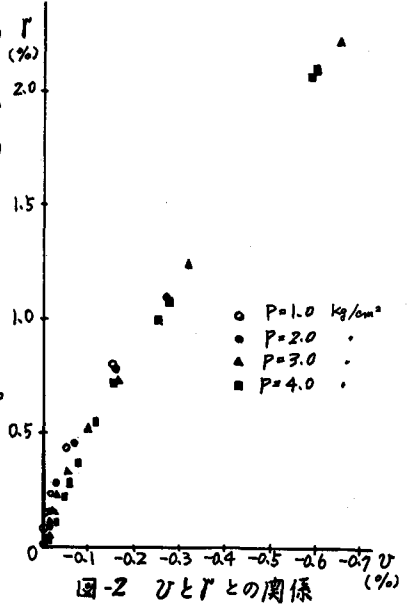
次に定数 α の値を求めてみる。 p -定試験においては

$$df = d\eta$$

式(15)から

$$dr = \frac{3}{2} H \frac{\partial \psi}{\partial g} df = \frac{3}{2} H \frac{\partial \psi}{\partial g} d\eta$$

ゆえに



$$\mu = \frac{3}{2} p^\alpha I, \quad I = \int_0^\eta h(\eta) \frac{\partial \psi}{\partial \eta} d\eta$$

ここで $p = p_1 = \text{一定の場合}$

$$\mu = \mu_1$$

$p = p_2 = \text{一定の場合}$

$$\mu = \mu_2$$

とすると

$$\mu_1 = \frac{3}{2} p_1^\alpha I, \quad \mu_2 = \frac{3}{2} p_2^\alpha I$$

したがって

$$\alpha = \frac{\log(\mu_1/\mu_2)}{\log(p_1/p_2)}$$

また等圧状態では一定状態と対応しているものと考えているから

$p = p_1 = \text{一定}$ における μ に対応する応力比を η_1

$p = p_2 = \text{一定}$ における μ に対応する応力比を η_2 とし

$$\eta_1 + m \log p_1 = \eta_2 + m \log p_2$$

したがって

$$m = \frac{\eta_1 - \eta_2}{\log(p_2/p_1)}$$

$p = 1.0 \text{ kg/cm}^2$ 一定試験と $p = 4.0 \text{ kg/cm}^2$ 一定試験の結果

を用いて、 α と m の値を求めたものと図-5、図-6のようである。

α の値は η の値が小さいほど、即ち変形初期であるほど大きい。また m の値も変形初期ほど大きく、変形が進むにつれて小さくなるに似ている。

したがって変形が進んでくるとともに α と m の影響を無視してもよいことがわかる。

このとき式(1)は次のように簡単になる。

$$d\epsilon_{ij} = h(\eta) \frac{\partial \psi}{\partial \epsilon_{ij}} d\epsilon$$

$$d\epsilon = d\eta$$

$$\psi = \frac{3}{2} D p + g$$

$$h(\eta) = \frac{2}{3} \frac{dg}{d\eta}$$

謝辞：本研究を進めるにあたり、絶えず御指導をいただいた河上教授、河沢助教授に感謝いたします。

参考文献

- 1) Porrochash, H. B.: Deformation of Sand in Triaxial Compression, Proc. 4th Asian Regional Conf., SMFE, (1971) pp. 63-66
- 2) 龍岡 末夫 “三軸圧縮における砂の応力-歪特性” 第6回土木工学研究発表会発表講演集。
- 3) 龍岡 “三軸圧縮における砂の応力-歪特性” 第26回地球学会、第27回土木学会。

(一) 龍岡

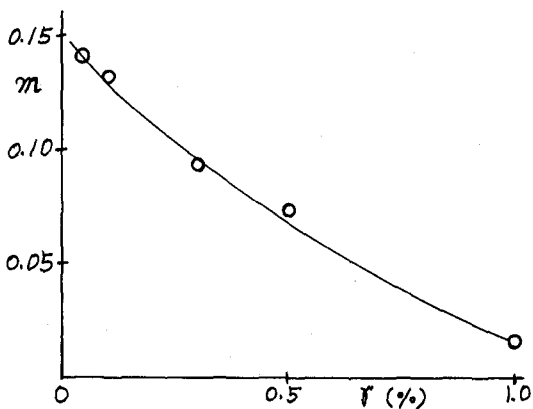
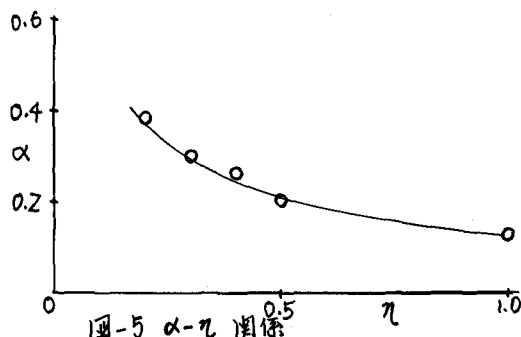
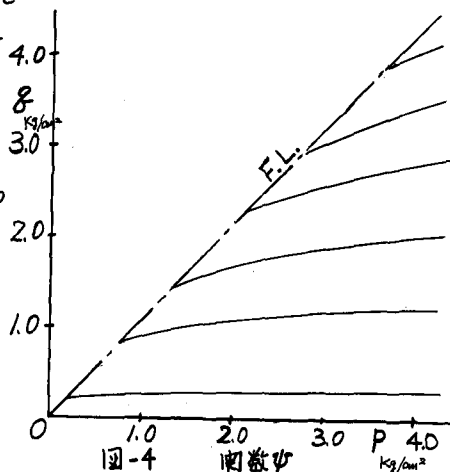


図-6 m と η の関係