

まえがき

前2回の発表会において、著者は、有限要素法を用いることにより、任意断面形無限長構中の弾性波を解析する手法を提案した。特に前回は同法による解析の例として、厳密解の知られている無限板中の波（Lamb 波）について求めた結果を示し、いわゆる1次要素を用いたのでは満足すべき値が得られず、より精度の良い要素を用いる必要があるとの結論を出した。ところが、その後2次要素による解析を試みている際に、計算プログラム中の誤りを見つけ、それを訂正したところ、1次要素を用いた場合でもかなり精度の良い結果を得られることが分った。

今回は、Lamb 波のうち縦波について、6節点の三角柱1次要素を用いて得られた結果を、高次のモードを含めて示す。具体的には、低次のモード5個に属する分散曲線、および、同じモードに属する変位、応力の断面内の分布を、4種類の波長について図示する。ただし、ここに提示したもの以外は、当日スライドで発表する。

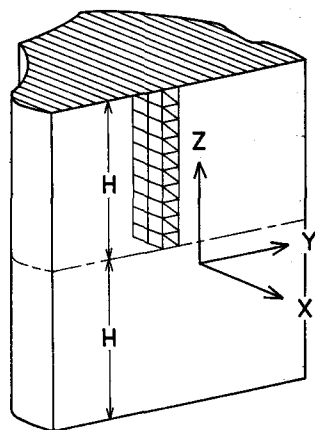


図-1 座標、要素分割

計算条件

厚さ $2H$ の無限板中に、図-1 の様なデカルト座標を定める。X 軸を波の進行方向とすれば、Y 方向には変位、応力とも一様であり、さらに縦波の場合は、 $Z=0$ の面に対して対称となる。よって、図-1 の様に Z 方向に10列、Y 方向に1列の計40個の三角柱要素で分割した。

通常の変位法を用いるので、境界条件は Y 方向変位 $V=0$ 、 $Z=0$ の面における Z 方向変位 $W=0$ である。

材質は鋼を想定し、物理定数としてヤング率 $E=2.1 \times 10^{12} \text{ dyn/cm}^2$ 、ポアソン比 $\nu=0.29$ 、密度 $\rho=7.8 \text{ g/cm}^3$ を用いた。

計算結果および考察

以上の条件により行った計算結果を分散曲線として表したのが、図-2 である。ここで λ は波長、 C は位相速度、 C_∞ は波長が無限大の波の位相速度である。以下、図中の実線は厳密解を、各種の丸印は本法により得られた結果を、数字はモード番号を表わす。分散曲線に関する限り本法の精度は十分であり、相対誤差は最大で4.45%である。位相速度が、後に示される変位（固有ベクトル）よりも精度が良いのは固有値の平方根である為に、誤差が半減したと考えられる。詳細に見ると、高次のモードとなるに従い、又、 H/λ が大となるに従い、誤差が増して行く傾向が読み取れる。後に示されるように、これは変位の断面内の変化が、その様な状況の時ほど大きい為と考えられる。

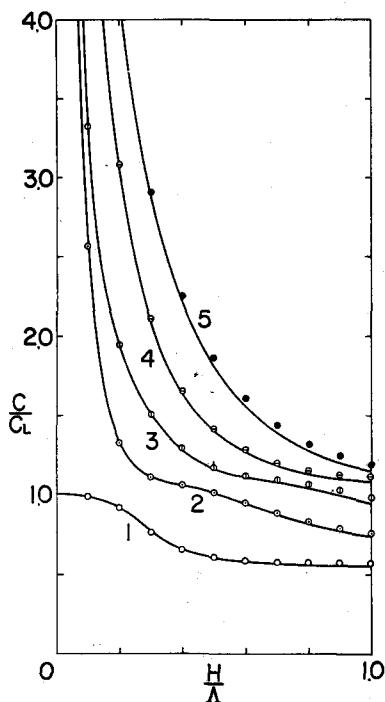


図-2 分散曲線

図-3, 4はそれぞれ軸方向変位 U , 垂直方向変位 W の振幅が断面内で変化する様子を表したものである。低次のモードについては極めて精度が良いが、高次のモードとなるに従い厳密解からのずれが大きくなっている。すなわち、断面内での変位の変化が大きくなれば、1次要素の変位関数では近似が不十分となることが容易に予想されるところであり、得られた結果の妥当性を示すものと言えよう。

図-5, 6はそれぞれ応力成分のうち σ_x , σ_z について示したものである。全般的に変位よりも精度が悪く、特に理論的に応力が0となるべき、図-6の $Z/H=1$ のところでの誤差が目立っている。さらに特徴的なことは、厳密解と全く掛け離れた結果も得られていることである。これらの図ではモード2がその例である。この様な異常な結果の出現には簡単な法則は認められないようである。例えば、ある H/Λ に着目した場合、異常なモードよりも高

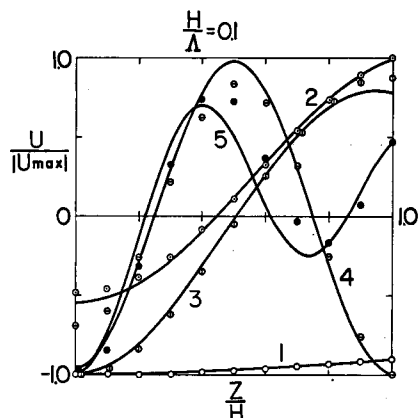


図-3 軸方向変位

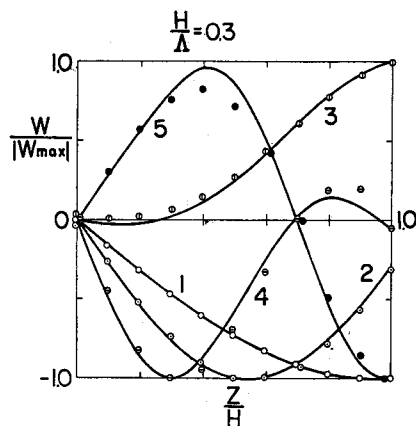


図-4 垂直方向変位

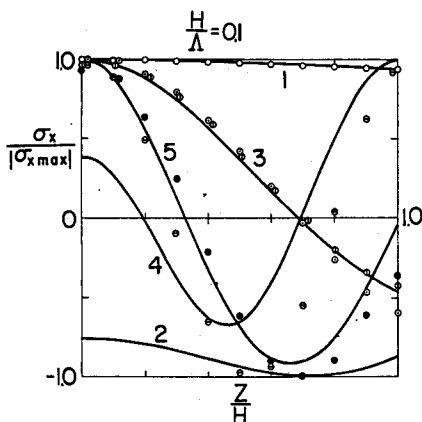


図-5 応力成分 σ_x

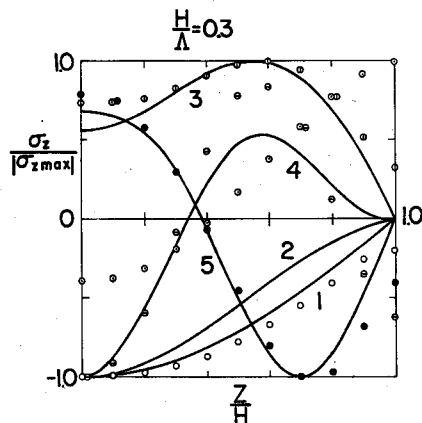


図-6 応力成分 σ_z

次のモードは精度が良く、又、ある特定のモードに着目すると、異常な H/Λ の値の前後は精度が良いことがある。この点に關しては、さらに検討してみたい。

結論としては、分散曲線を問題とする限り、1次要素を用いた解析で十分である。ただし、これらのsin波を重ね合わせて、任意の波形の波を解析する為には、より精度の良い値が必要と考えられる。尚、今回の結果により、本法が実用に耐えるとの見通しは得られたものと思われる。

参考文献

- 1) 秋田宏 “任意断面棒中の弾性波の応力分布について” 昭47 東北支部技術研究発表会講演概要 P.205
- 2) 秋田宏 “有限要素法による弾性波の解析例” 昭48 東北支部技術研究発表会講演概要 P.141