載荷試験と粘弾性

秋田大学（正） °赤木知之
秋田大学（正） 色部誠

1. 緒言

路盤等の地盤係数，あるいは支持力を求めるのに，普通平板載荷試験が行なわれる。地盤を弾性体と仮定すれば，その解はブーシネスクの式より導びかれ，一般に基礎の沈下，応力計算等に応用される。しかし，実際の地盤挙動は時間依存性を有し，粘弾性材料として取り扱わなければならない。物質の変形と流動の現象論的な研究は，Maxwell，Boltzmann，Voigt 等によって初められ，弾性バネと粘性機構（ダッシュポット）の適当な組合わせによる力学モデルを仮定して，物質の流動性を近似的に表現し現在に到っている。

しかし，土質材料は，含水量，飽和度，攪乱度，履歴その他数多くの因子の影響によって千変万化の挙動を示すばかりでなく，応力レベルによっても挙動を異にする非線形性を有するので，土を要素モデルでおきかえることは，材料の本質に触れ得ない無意味なものとなる。したがって，その取り扱いを厳密に行なおうとすれば，物質構造と現象との相互関係をあきらかにする微視的とりあつかいが必要になる。金属材料のクリープでは，転位論の発展とともに比較的こみ入った知識が得られており量子力学とあいまって，完全な理論体系を見い出す可能性があるかも知れない。がしかし，土質材料に関するこの取り扱いは，重要な問題にもかかわらず，その構成要素の複雑さより困難きわまりなく，これらに関する研究は非常に少ない。

最近，粘塑性体力学に基づく構成方程式の提案がいくつかなされているが，実際の解析に適用された例は未だない。結局，土質材料における構造地盤の変形挙動を解析しようとするとき，土の複雑な挙動を直観的に捕えるのに便利であるという理由から，適用できる構成方程式は力学モデルによるのが一般的であろう。

本報告は，一般化Maxwell モデルから導びかれる緩和関数[1]を地盤の材料定数に代表させ，平板載荷試験からその定数を決める手法について述べ，実際の適用例，更にその定数を用いた地盤の粘弾性解析[2]例について記述する。

2. 地盤の粘弾性定数の決定法

剛な載荷板を用いた場合の載荷試験による弾性解は Boussinesq により与えられ，

$$w = \frac{P(1-\nu^2)}{2aE} \tag{1}$$

とあらわされる。今，地盤を線形粘弾性体と仮定すれば，その粘弾性解は対応原理により，ラプラス変換形で，次式のようになる。

$$\overline{w}(s) = \frac{(1-\overline{\nu}(s)^2)\,\overline{P}(s)}{2a\cdot s\,\overline{E}(s)} \tag{2}$$

ここで，ポアソン比$\nu(t)$=Constant，又荷重$P(t)$を単位ステップ関数 $P_0\cdot 1(t)$ と仮定すれば(2)式は次に変形される。

$$\bar{w}(s)=\frac{(1-\nu^2)P_0}{2a\,s^2\bar{E}(s)} \tag{3}$$

但し，ーはラプラス変換をあらわし，sは変換パラメータである。(3)式を$\bar{E}(s)$について解けば

$$\bar{E}(s)=\frac{(1-\nu^2)P_0}{2a\,s^2\,\bar{w}(s)} \tag{4}$$

となる。今，平板載荷試験による変形$w(t)$をProny級数に分解できるものと仮定し，$n=2$までとれば

$$w(t)=w_0+w_1(1-e^{-\frac{t}{\Omega_1}})+w_2(1-e^{-\frac{t}{\Omega_2}}) \tag{5}$$

と表らわされ，このラプラス変換をとって(4)式に代入すれば，次式を得る。

$$\bar{E}(s)=\frac{(1-\nu^2)P_0}{2a}\,\frac{1}{s\left\{w_0+\dfrac{w_1}{\Omega_1(s+\frac{1}{\Omega_1})}+\dfrac{w_2}{\Omega_2(s+\frac{1}{\Omega_2})}\right\}} \tag{6}$$

(6)式の逆変換をとって，緩和関数 $E(t)$ を得る。

$$E(t)=\frac{(1-\nu^2)P_0}{2a}\left\{\frac{1}{w_0+w_1+w_2}+\frac{(\frac{1}{\Omega_1}-\mu_1)(\frac{1}{\Omega_2}-\mu_1)}{w_0\mu_1(\mu_1-\mu_2)}e^{-t/\mu_1}+\frac{(\frac{1}{\Omega_1}-\mu_2)(\frac{1}{\Omega_2}-\mu_2)}{w_0\mu_2(\mu_2-\mu_1)}e^{-t/\mu_2}\right\} \tag{7}$$

ここで

$$\begin{matrix}\mu_1\\ \mu_2\end{matrix}=\frac{1}{2}\left\{\frac{1}{w_0}\left(\frac{w_0+w_1}{\Omega_1}+\frac{w_0+w_2}{\Omega_2}\right)\pm\sqrt{\frac{1}{w_0^2}\left(\frac{w_0+w_1}{\Omega_1}+\frac{w_0+w_2}{\Omega_2}\right)^2-4\,\frac{w_0+w_1+w_2}{w_0\Omega_1\Omega_2}}\right\}$$

(7)式は一般化Maxwellモデルの$n=2$，つまり5要素モデルに対応する。
平板載荷試験により変形曲線$w(t)$を得，曲線のあてはめにより(5)式の未定係数を求めれば，それを(7)式に用いて緩和関数が定まる。体積成分$K(t)$，せん断成分$G(t)$は，ポアソン比を一定と仮定しているから

$$K(t)=\frac{1}{3(1-2\nu)}E(t)\quad,\qquad G(t)=\frac{1}{2(1+\nu)}E(t) \tag{8}$$

の関係式より導びかれる。

適用例として，砂質シルトからなる埋立地埠頭の変形解析を行なった。地盤中のクリープ度の分布，岸壁のはらみ出し等，興味ある結果が得られた。これらは当日スライドにて報告する。

参考文献

1). 色部，赤木「粘弾性材料における緩和関数の決定」，才27回土木学会年次学術講演論文集
2) 赤木，色部「プレストレストコンクリート構造物の粘弾性解析」才27回土木学会年次学術講演