有限要素法による動的応答解析

東北工業大学　正　員　　秋田　宏
〃　　　学生員　○佐久間文雄
〃　　　〃　　　大野　治郎

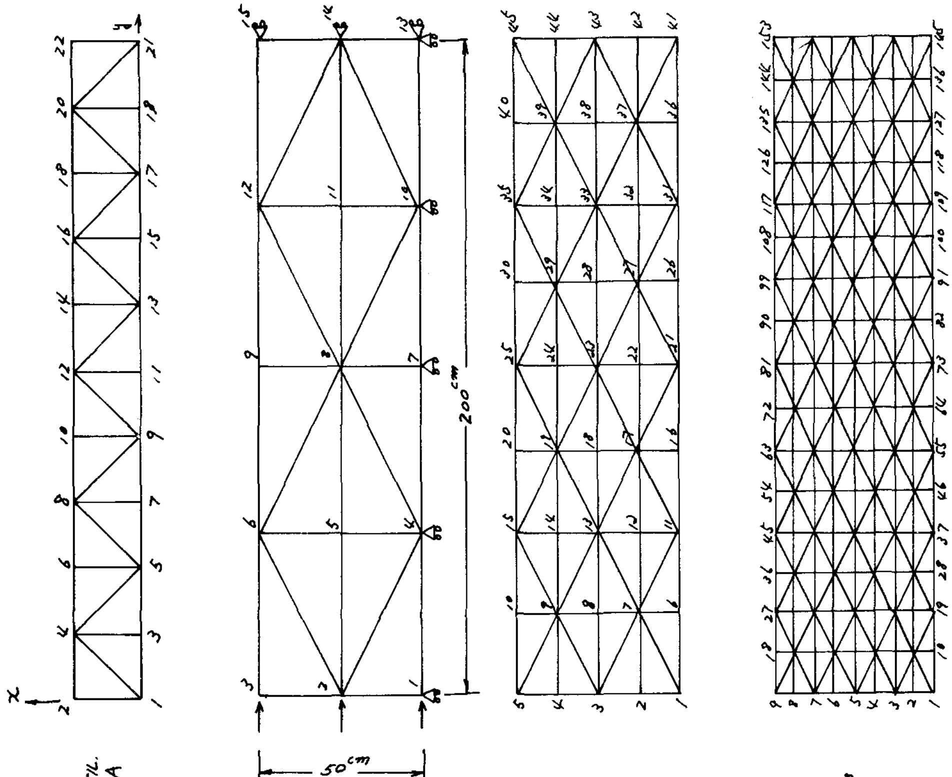
1.はしがき

電子計算機の利用とともに，構造解析における有限要素法の重要性が，急激に増しつつある。中には，複雑な構造物の応答計算を行なった論文も発表され，ある種の問題については，すでに設計に適用される段階にある。そこで本報告は，有限要素法による完全弾性体における，波動伝播状態を求めることにあるが，次に掲げる諸問題について検討してみる。

①モデルAの様な，棒の中を伝播する縦波は，すでに検討されているので（桜井，小島，両氏による波動伝播問題の適用で検討ずみである）横方向の応力分布が，モデルBの様な場合について

②時間とともに，どの様に変化するか．

③細分割するにしたがって，どの様に変化するか．



モデル A　　モデル B_1　　B_2　　B_3

2. 計算方法.

物体の運動を支配する力としては、次の四つに大別される。すなわち、慣性力、減衰力、復元力、及び作用外力である。有限要素法では、荷重は節点に作用すると仮定し、質量は、節点に集中していると仮定する。質量と加速度の積に負号をつけたものを慣性力とし、運動に抵抗する減衰力は、一般に、速度に比例していると仮定しているが、本問題では、完全弾性体である為、今回は、無視することにした。復元力は、静的な計算で得た剛性マトリックスに、変位ベクトルを掛け合わせたものであるから、周知の d'Alember の原理を用いれば、次式が成立する。

$$[M]\{\ddot{U}\}+[K]\{U\}=\{P\} \quad \cdots\cdots \text{(a)}$$

すなわち、$[M]$は質量マトリックス、$[K]$は剛性マトリックスを表わし、$\{\ddot{U}\}$, $\{U\}$は、それぞれ、各節点の加速度ベクトル、変位ベクトルを表わし、$\{P\}$は、外力ベクトルを意味する。本研究においては、二次元平面応力状態に限定する。三角形要素は、四角形要素に比べて、低い近似度の解しか得られないと、一般的に言われているが、分割を細分化すれば、その差が、ほとんどないこと、計算が容易で、しかも短時間ですむという理由から、三角形要素を適用した。

質量マトリックスは、要素の質量を 1/3 ずつ節点に配分した、対角型のものと、いわゆる consistent mass matrix がある。ツィエンキーヴィッツは、対角マトリックスは、精度が悪いと述べているが、costantino は、計算時間を考慮した場合は、むしろ対角型のマトリックスの方が、合理的であるとしている。ここでは、計算が著しく容易で、短時間ですむという理由から、対角マトリックスを採用し、むしろ分割を細かにすることに重点を置いた。さらに(a)式は、線形二階連立常微分方程式であるので、数値解法は、ルンゲ・クッターギル法を用いることにより、容易に解が得られる。

ところで、電子計算機における記憶容量には限度があり、質量マトリックスをみた場合、ほとんどが、零要素であり、記憶場所を、無駄に使用していることになるから、零要素を記憶させないプログラムを採用した。なお、材料として、鋼を想定し、荷重は、時間について階段関数で表わされるものを作用させた場合の解析例を当日、発表する予定である。

参考文献

1. C. J. Costantino, "Finite Element Approach to stress wave Problems", Prac ASCE EM2 April 1967 PP, 153～176
2. 三本木 茂夫／吉村 信敏 共著. 有限要素法による構造解析プログラム September 1970 培風館.
3. 桜井 春輔, 小島 省三 有限要素法の波動伝播問題への適用について. june 1971 日本鋼構造協会第5回大会研究集会, マトリックス構造解析研究発表論文集
4. 磯田和男, 大野 豊 監修 FORTRAN による数値計算ハンドブック May 1971 オーム社
5. O.C. ツィエンキーヴィッツ／Y. K. チューン共著 吉識 雅夫監訳 マトリックス有限要素法 March 1970