

## 自由落下水による空気混入の実験的研究

東北大学工学部 正員 坂本龍雄  
東北大学大学院 学士員 村上和男  
東北大学工学部 学生員 鈴木英世

### 1. まえがき

アーチダムの洪水吐に見られるような自由落下水は、静水面に突入する際に多量の空気を含みながら突入していく。この空気の影響によって、乱流構造に変化を起こしたり、導力の作用が弱いにたりして、空気混入のないかゆる落り噴流の場合とは、著しく異った現象を示す。落り噴流に関しては、過去に多くの論文が提出されており、空気混入の噴流に関しては余り多くの論文が提出されていない現状である。

この論文では、自由落下水脈が静水中に突入する際に、空気が水脈に均一に分布するものとし、また空気混入流れを噴流における物質拡散とみなして、安芸とAbrahamの各理論式を適用し、今回二次元的に得た実験値をこれと比較したものである。

### 2. 実験装置と実験方法

図-1に実験装置を示す。低水槽の大きさは、長さ3m巾0.6m高さ1.3mである。この水槽の真上から水を自由落下せしめ3ノズルの出口は、内法50cm×2cmで長い方の50cmの中央が水槽の中0.00mの中央に一致している。高水槽の位置を上下に移動、かつ低水槽の越流部の板の高さを変化させることにより、ノズルの出口と水面との高さの差(落下高)を変化させた。流速計については、プロット型のピトー管を用い、空気混入量については、図-2に示すようなミネソタ大学で行なわれた実験方法を用いた。水中に空気泡がいると、その間の抵抗が増大することを利用して、シンクロスコープにでた波形を写真に撮って、その値を平均することにより空気含有量を測定した。

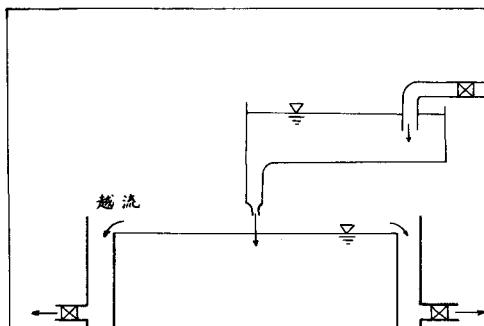


図-1 実験装置

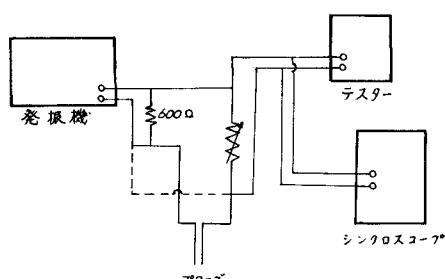


図-2 空気混入量測定装置

### 3. 安芸、Abrahamの理論式

安芸の理論は、本実験と同じく自由落下水の研究であるが、Abrahamの研究は汚水の拡散に伴う浓度の異なる噴流の研究である。両者とも、拡散水脈内の流速分布、浓度分布をそれぞれGauss分布で近似できるものとして、(1)式、(2)式を与えている。

$$u/u_m = \exp\{-K(y/x)^2\}$$

$$(P - P_s) / (P_m - P_s) = \exp \left\{ - \mu K \left( \frac{y}{x} \right)^2 \right\} \quad (2)$$

ここに於いて、 $u$ : 流れ方向の流速、 $u_m$ : 中心軸での流れ方向の流速、 $K, \mu$ : 定数、 $x$ : 原点から中心軸方向の距離、 $y$ : 中心軸から水平方向の距離、 $P$ : 密度、 $P_m$ : 中心軸での密度、 $P_s$ : 周囲の液体の密度を示す。連続の方程式、運動量方程式として(3),(4),(5)式を与えている。

$$d \int_y u dy = Q' dy \quad (3)$$

$$d \int_y u (P - P_s) dy = 0 \quad (4)$$

$$\int_y \rho u^2 dy = P_0 u_m^2 B_0 + g \int_y (P_s - P) dy \quad (5)$$

ここに於いて、 $Q'$ : entrainment、 $B_0$ : ノズルの厚さ、 $P_0, u_m$ :  $x=0$ での密度、流速

安芸は、(1)式、(2)式を(5)式に代入して(6)式を得、(6)式を整理して(7)式の三次方程式を得た。

$$\int_b^b P u^2 dy = \int_0^b \{ P_s + (P_m - P_s) e^{-\mu K \left( \frac{y}{x} \right)^2} \} u_m^2 e^{-2K \left( \frac{y}{x} \right)^2} dy \quad (6)$$

$$\left( \frac{u_m}{u_0} \right)^3 + \sqrt{\frac{2K(1+\mu)}{\pi(2+\mu)}} \frac{P_0 - P_s}{P_s} \frac{B_0 \left( \frac{u_m}{u_0} \right)^2}{x} - \sqrt{\frac{2K}{\pi}} \frac{P_0}{P_s} \frac{B_0}{x} \left( \frac{u_m}{u_0} \right) - \sqrt{\frac{K(1+\mu)}{2\pi\mu}} \frac{P_0}{P_s} \frac{u_m^2}{(P_0 - P_s)/P_s} g B_0 = 0 \quad (7)$$

また、Abrahamは(5)式に於いて、密度差が影響を及ぼすのは考力の項だけであるとして、右辺の $P$ を $P_s$ で置き換えて解釈し、(8)式、(9)式を与えている。

$0 < x < x_c$  (Zone of positive entrainment)

$$\left( \frac{u_m}{u_0} \right)^2 = \frac{B_0}{x} \left[ \left\{ \sqrt{\frac{2K}{\pi}} \frac{M_e}{M_0} \right\}^{3/2} + \sqrt{\frac{2(1+\mu)K}{\pi\mu}} \frac{1}{F} \left\{ \left( \frac{x}{B_0} \right)^{3/2} - \left( \frac{x_e}{B_0} \right)^{3/2} \right\} \right]^{2/3} \quad (8)$$

$x_c < x$  (Zone of negative entrainment)

$$\left( \frac{u_m}{u_0} \right)^2 = \frac{B_0}{x} \sqrt{\frac{2K}{\pi}} \frac{M_e}{M_0} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2}{\pi\mu}} \frac{1}{F} \frac{P_{m,t} - P_s}{P_0 - P_s} \left( \frac{x}{B_0} - \frac{x_e^2}{x B_0} \right) \quad (9)$$

ここに於いて  $c$ : positive entrainment と negative entrainment の遷移点

$e$ : potential core の最終点

$$F: Froude number = u_0^2 / \frac{P_0 - P_s}{P_s} g B_0$$

今回の実験は装置の関係上、positive entrainmentの領域内のみの実験しか行はれていない。

#### 4. 実験結果

図-3は各横断面における流れ方向速度の分布の一例を示す。実線の曲線は  $u/u_m = e^{-\mu K \left( \frac{y}{x} \right)^2}$  ( $K = 26.65$ ) の曲線を示す。この図から看りの場合と同様に、空気混入の場合も similarity が大体成立するものと仮定しても大きな誤差はない。また表-1に  $u/u_m = 0.5$  の時の  $y/x$  の値を示す。これより、両方の場合とも拡散中が原点からの距離に比例するといふことが假

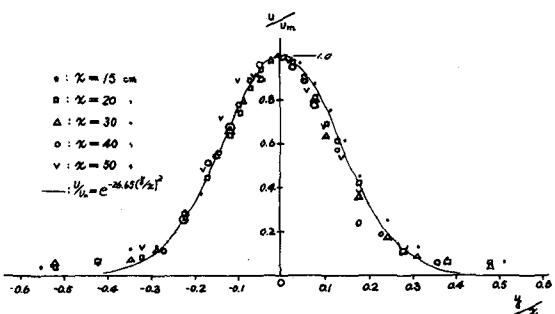


図-3. 各横断面における流れ方向速度の分布

定できる。これから式(1)の仮定が成り立つことがわかる。実験値を整理して次のようないちを得た。これを表-2に示す。 $P_0$ は  $x=0$  での密度であるが、この点での密度の測定が困難であるため、 $x=100\text{cm}$  に

於いて  $P$  を測定し、(4)式を用いて  $P_0$  を決定した。この結果よりと、 $P_0$  の値は幕下高が増加するにつれて減少している。しかしこの値は余り精度が良くなく、この値が速度減衰に大きな影響力をもつことから、もと

と良い精度で測定する必要がある。表-3に  $x=10\text{cm}$  での  $P$  の測定値を表わす。 $y=0.5\text{m}$  がなり小さな値を示している。これは運行された空気が、水脈と空気の境界から吸入するところがわかる。この分布を(2)式の実験的分布( $\frac{u}{u_0}$ )と近似することは、かなり無理があるが、計算の簡単のために全段の分布を用いた。図-4に中心軸( $y=0$ )に沿う流れ方向の流速分布を無次元化して、両対数グラフと片対数グラフにそれぞれアロットしてある。

## 5. 計算結果と実験結果との比較

(7)式、(8)式に表-2の値を代入して、 $\frac{u}{u_0}$  の値を計算した。 $P_0$  と  $K$  は実験値であり、 $\mu$  の値は Abraham の文献に基づいて 0.5 と仮定した。この値は他文献によると、Rouse(1.29)、安芸(0.8)の値が示されているが、各々の値について計算しても、その解に大きな違いがみられなかった。ただ  $\mu$  の値が小さい程、 $\frac{u}{u_0}$  の値が小さい、要するに速度の減衰が大きいことが示されたが、その差は小さく誤差の範囲内である。

故にここでは Abraham の  $\mu=0.5$  の値を採用した。この結果を図-4に示す。Abraham と安芸の理論曲線は大体近い曲線を示している。若干 Abrahamの方が速度減衰が小さい。両者の理論曲線は対数紙上直線にかなり近いゆるやかな曲線を示しているが、これにはやく実験値の方があがりが大きい。これは幕下水脈中の空気泡が水塊と一緒に運動しているものと仮定し、密度差の輸送として解析され

表-1  $R = 32.5\text{cm}$

$x$	$y/x$	$K$
15cm	0.165	25.46
20cm	0.158	27.77
30cm	0.153	29.61
40cm	0.160	27.08
50cm	0.160	27.08
60cm	0.173	23.16
70cm	0.168	24.56
80cm	0.160	27.08

表-2

$R$	潜り	2.5cm	12.5cm	22.5cm	32.5cm	42.5cm
$P_0$	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
$P_0$	—	0.946	0.854	0.846	0.806	0.794
$\mu$	—	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
$K$	51.56	49.07	44.80	36.48	26.65	23.57
$u_0$	4.01%	3.99%	4.21%	4.43%	4.65%	4.85%
$B_0$	2.0cm	2.0cm	2.0cm	2.0cm	2.0cm	2.0cm
$F$	00	-1.504	-619	-650	-569	-583

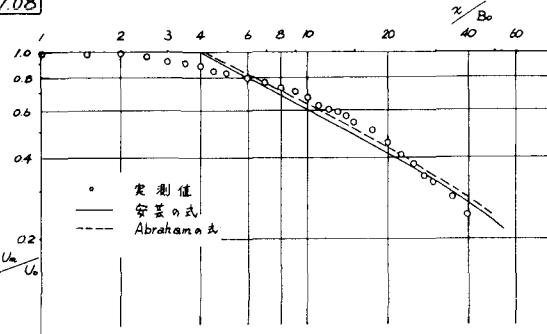


図-4 中心軸に沿う流速分布(両対数)

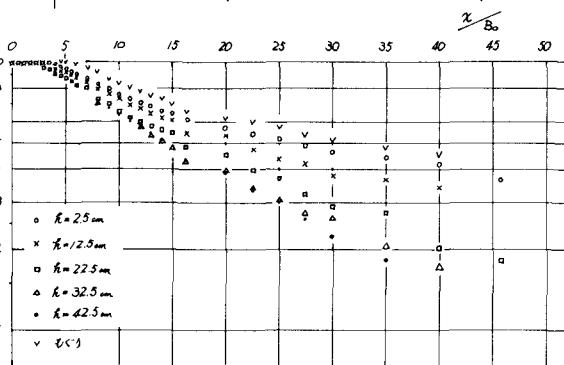


図-5 中心軸に沿う流速分布(片対数)

表-3

$y/R$	2.5cm	12.5cm	22.5cm	32.5cm	42.5cm
0 cm	0.955	0.917	0.866	0.872	0.847
0.5 cm	0.952	0.904	0.899	0.848	0.863
1 cm	0.959	0.909	0.912	0.875	0.861
1.5 cm	0.981	0.914	0.928	0.913	0.905
2 cm	0.993	0.943	0.925	0.928	0.912
2.5 cm	1.000	0.954	0.958	0.953	0.950
3 cm	1.000	0.964	0.973	0.965	0.967

た安芸、Abrahamの理論式と本論文の実験結果とは、ある程度傾向はあっていいが、まだまだ厳密さに欠けるのではないかと思われる。岩崎、千秋の文献によると、空気混入噴流の場合は片対数グラフで直線にならなくていいが、図-5をみると、落下高が大きい場合はかなり直線に近づくが、小さい場合は、潜り噴流と同様に若干右上がりの曲線となってしまう。

#### 6. おわりに

以上述べたことから、わかったことについて箇条書きにしてみる。

(1) 潜り噴流、自由落下噴流についても similarity の仮定を用いても、差し障りはない。

(2) 両者とも、拡散率は原点からの距離  $x$  に比例するものとしよう。

上の 2 つのことから、 $u/u_m = e^{-K(x)}$  と仮定することは妥当である。

(3)  $K$  の値は、落下高すなわち空気導入量が増加するにつれて、減少することわかる。これは、空気導入量が増加すると、落下水深の拡がりが大きくなることを示している。

(4) 安芸、Abraham の理論式と実験結果を比較してみると、両者の理論式が両対数紙で、かなり直線に近い曲線であるのに比べて、実験値は大きな傾向はあるが、曲線のまがりが大きく、まだまだ良い結果とはいえない。

次後、課題として、密度  $\rho$  の値を  $\rho_1$  といい精度で測定すること、底面の影響が入らないように、低水槽、水槽までよくすること、そして、一般の密度の異、下流側の噴流と空気導入流の場合の拡散が異なる点を十分考慮に入れる必要があるものと思われる。最後に本論文の作製にあたり、終始実験に協力して頂いた 東北大岸技官、鈴木政彦氏に感謝の意を表します。

#### 7. 参考文献

- 1). Straub, Lorenz G., and Lamb, D. P. "Experimental Studies of Air Entrainment in Open Channel Flow." Trans. A.S.C.E. Vol 121, pp 33-44, 1956.
- 2). 安芸樹一, "自由落下水深リッジ効果に関する研究," 電力中央研究所研究報告, No. 5777, 1959
- 3). Aonanini, G. "Jet Diffusion in Stagnant Ambient Fluid." Delft Hydraulics Laboratory Publication. No. 29, 1953.
- 4). 岩崎敏夫、千秋信一, "静水中二層下流の実験" 土木学会誌 38巻 8号, 昭和28年.