

丁字管内を往復する流体に関する実験的研究

東北大学 正 坂本 龍雄
東北大学 学 ○高嶋 清一

1 緒言

振動流に関する研究は、近年、かなり多くの報告がなされてきた。しかし、榎浦、野田などの報告にあるとおり、乱流域での渦動粘性に関して、1周期平均の値を考え、時間的な要素が考慮されていなかった。堀川は、榎浦の渦動粘性に関する理論について、その妥当性を、実験的に確かめ、振動流の渦動粘性と、粗度長さは、時間的に変化するものであることを指摘した。本報告では、乱流域での比較的長い周期の振動流における渦動粘性と、粗度長さの時間的变化を丁字管を使用して実験した結果から算出した。さらに時間的要素を考慮した比較的長い周期の振動流での渦動粘性係数の考え方を考えてみた。

2 実験結果

(1) 実験概要：振動流の渦動粘性を調べるために、流速分布の時間的变化に合うデータを測定することが目的である。装置は、概略、図-1に示すとおりである。管は、内径10cmの塩化ビニル製円管とし、中央部にアクリル製の透明な観測部

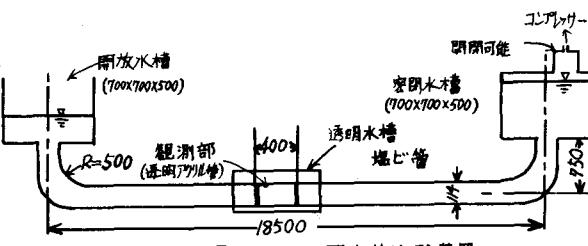


図-1 丁字管実験装置

を設けた。周期T=54秒という、比較的長い周期の振動をさせたため、丁字管の両端に、断面積0.49平方メートルの水槽を取り付け、管路の壁面には、粒度番号2枚の耐水研磨紙($D_{50}=0.9\text{ mm}$)をいちめんに張り付け、粗度要素とした。透明な観測部の管に100ルの白金線を張り、水素気泡発生装置により、水素気泡を20Hzのパルス状に発生させ、300Wのセンススポットの光をスリットを通しててて、写真撮影した。また電磁誘導式小型正逆流速計で管軸付近の逆テンシャル流の軸方向流速を測定した。その際、水素気泡発生装置の印加電圧は、流速によって多少かえたが、平均流速20cm/sの時は約1KV、流速がそれよりおそい場合、これより少しだけ。円管のため、そのままでは中の様子がひずんで見えるため、測定部のまわりは、水を満たした直方体の水槽でつんだ。概略は図-2のとおりである。

(2) 実験結果：流速分布の時間的变化は、図-3に示すとおりである。渦動粘性係数 K_{τ} と、粗度長さ Z_0 は、実験の結果得られた流速分布を用いて、堀川にならって以下のようにして計算した。

境界層外において、逆テンシャル流の流速を U とし、管軸方向に凸軸を取れば、運動方程式は、

$$\frac{\partial U}{\partial t} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial Z} \quad (1)$$

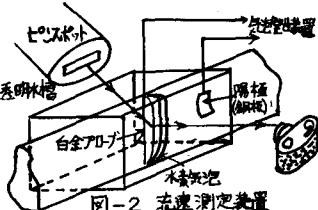


図-2 流速測定装置

境界層内では、半径方向に r 軸をとり、円柱座標で表現すれば

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(K_r \frac{\partial u}{\partial r} \right) \quad (2)$$

ゆえに、

$$K_r = -\frac{\int_{R-d}^R \frac{\partial(u-u)}{\partial t} r dr}{\frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r}} \quad (3)$$

流速の測定値を用い(3)式によって求めた K_r の値を図-4に示す。

図-4では、0～ 2π までの各位相での渦動粘性係数の分布の変化を示しているが、おおよそ次の様な傾向が見られる。

(1) 変化は、ほぼπの周期を持っている。

(2) 0～π、π～2πにおいて、それぞれ周期の初めと中心に大きなピークがあることが現われている。

(3) 0及びπにおけるピークの値が、各周期での最大値を示している。

(4) 線座標は、壁面からの距離を示すが、ピークの値を出す位置は、0～ $\frac{\pi}{2}$ で次第に上昇し、 $\frac{\pi}{2}$ ～π一旦下降し、わづかに上昇してある。この傾向は、π～2πでも同様である。

(5) $\frac{\pi}{2}$ 付近あるいは $\frac{3\pi}{2}$ 付近で1つの極大値をとっているが、この位相は、後述する底面線のピークの位相にほぼ一致するが、ないことは、わづかにおくれている(図5)。

次に、流速分布は、底面近傍で、対数分布するものと考えて、粗度長さの時間的変化を

みてみた(図-6)。これを見ると、かなりバラついているが、ほぼπの周期をもっているようである。1つの周期で見ると、位相が進むにつれて次第に値が大きくなり、πの手前ではほぼ最大値となり、次の周期に入るわづかの位相の間に、値が急激に下がっていく。

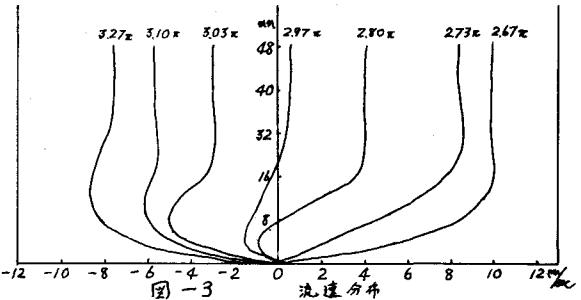


図-3

流速分布

図-4

渦動粘性係数分布

図-5

底面線はすべて2周期以降の変化を示す

図-6

粗度長さ

図-7

図-8

図-9

図-10

図-11

図-12

図-13

図-14

図-15

図-16

図-17

図-18

図-19

図-20

図-21

図-22

図-23

図-24

図-25

図-26

図-27

図-28

図-29

図-30

図-31

図-32

図-33

図-34

図-35

図-36

図-37

図-38

図-39

図-40

図-41

図-42

図-43

図-44

図-45

図-46

図-47

図-48

図-49

図-50

図-51

図-52

図-53

図-54

図-55

図-56

図-57

図-58

図-59

図-60

図-61

図-62

図-63

図-64

図-65

図-66

図-67

図-68

図-69

図-70

図-71

図-72

図-73

図-74

図-75

図-76

図-77

図-78

図-79

図-80

図-81

図-82

図-83

図-84

図-85

図-86

図-87

図-88

図-89

図-90

図-91

図-92

図-93

図-94

図-95

図-96

図-97

図-98

図-99

図-100

図-101

図-102

図-103

図-104

図-105

図-106

図-107

図-108

図-109

図-110

図-111

図-112

図-113

図-114

図-115

図-116

図-117

図-118

図-119

図-120

図-121

図-122

図-123

図-124

図-125

図-126

図-127

図-128

図-129

図-130

図-131

図-132

図-133

図-134

図-135

図-136

図-137

図-138

図-139

図-140

図-141

図-142

図-143

図-144

図-145

図-146

図-147

図-148

図-149

図-150

図-151

図-152

図-153

図-154

図-155

図-156

図-157

図-158

図-159

図-160

図-161

図-162

図-163

図-164

図-165

図-166

図-167

図-168

図-169

図-170

図-171

図-172

図-173

図-174

図-175

図-176

図-177

図-178

図-179

図-180

図-181

図-182

図-183

図-184

図-185

図-186

図-187

図-188

図-189

図-190

図-191

図-192

図-193

図-194

図-195

図-196

図-197

図-198

図-199

図-200

図-201

図-202

図-203

図-204

図-205

図-206

図-207

図-208

図-209

図-210

図-211

図-212

図-213

図-214

図-215

図-216

図-217

図-218

図-219

図-220

図-221

図-222

図-223

図-224

図-225

図-226

図-227

図-228

図-229

図-230

図-231

図-232

図-233

図-234

図-235

図-236

図-237

図-238

図-239

図-240

図-241

図-242

図-243

図-244

図-245

図-246

図-247

図-248

図-249

図-250

図-251

図-252

図-253

図-254

図-255

図-256

図-257

図-258

図-259

図-260

図-261

図-262

図-263

図-264

図-265

図-266

図-267

図-268

3 湍動粘性に関する式

樋津は、粗面乱流域での振動流の湍動粘性を2次元流の場合、次のように仮定した。

U_B^* ; 表面摩擦速度。 D_{fr} % (D は Nikuradse の相当粗度)。 Z ; 底面からの高さ。

χ ; Kármán定数。 η へは振幅の意味。 d ; 中間層の高さ。 γ ; 定数

とすると

$$K_f = \begin{cases} \eta X U_B^* D_r & 0 \leq Z \leq D_r \\ X U_B^* Z & D_r < Z \leq d \\ X U_B^* d & d < Z \end{cases} \quad (4)$$

$$K_f = \begin{cases} X U_B^* Z & D_r < Z \leq d \\ X U_B^* d & d < Z \end{cases} \quad (5)$$

$$K_f = \begin{cases} X U_B^* d & d < Z \end{cases} \quad (6)$$

d は

$$X U_B^* d = K \bar{U} \delta^*$$

($K = 0, 0.2$ (定数))。 \bar{U} ; ポテンシャル流の流速。 δ^* ; 排斥厚。)

の関係から算出する。

(4), (5), (6) の関係は、浅水表面波の比較的短かい周期の波に対して成り立つものである。長波に対して、樋津は、 U_B^* のわりに U_B^* を用いて表現した。 \sim は 1 周期の平均値である。このように 1 周期平均で表わされた式は、振動の減衰性などを巨視的にみる場合は充分成り立つが、振動流の性質を厳密に解析していくには支障が生じてくる。したがってそのような場合、湍動粘性係数の時間的な変動を調べることが必要になる。短周期の変動の場合は、壁面で発生した乱れのエネルギーが、管軸に向かって移動し、渦となり、やがて熱エネルギーなどに形を変えて消費される過程間に、短周期で、どんどん変化する乱れのエネルギーが、次、次と管壁から生じ、湍動粘性の時間的変化は、過去から現在までのこれらの変化量を、時間的に重みを置いて考慮した結果を表現するものと考えられ、かなり複雑なものとなるであろう。一方、長周期の振動の場合、乱れのエネルギーの発生量の時間的変化の割合はゆるやかで、近似的に定常流に近い考え方をすることが出来るようになり、湍動粘性は、流速、水面勾配、壁面粗度によって変化する乱れのエネルギーの発生量の変化と Linear な関係を持つと考えられる。筆者は、このような長周期の振動流の場合、湍動粘性係数の時間的変動のトラメータとして U_B^* に着目し、(5) 式の関係を基本にして、 U_B^* について時間の要素の入った式で表現することにより、湍動粘性の時間的な変動を表わすことを考えた。

$$U_B^* = \sqrt{\frac{|f(t)|}{\rho}} \quad (7)$$

の関係から、 U_B^* を求め、円柱座標を用いて、

$$K_f = \begin{cases} X U_B^* D_r & 0 \leq R - t \leq D_r \\ X U_B^* (R - t) & D_r < R - t \leq d \\ X U_B^* d & d < R - t \end{cases} \quad (8)$$

$$K_f = \begin{cases} X U_B^* (R - t) & D_r < R - t \leq d \\ X U_B^* d & d < R - t \end{cases} \quad (9)$$

$$K_f = \begin{cases} X U_B^* d & d < R - t \end{cases} \quad (10)$$

ここで、 R ; 管の半径。 r ; 半径方向座標

(8) 式と (4) 式を比較すると、(8) 式では $\eta = 1$ ということになるが、樋津は (4) 式の η について、 D_r の高さでの流速分布の連続性の条件から導いて値を定めた。その結果、樋津の考えた湍動粘性の分布図は、 D_r の所で値が不連続に変化することになる。しかし、筆者らの実験結果から計

算出した値では、そのような差がみられなかった。そのため、筆者の式では $\alpha = 1$ としてある。
次に T_B の式について、Yarin は、2 次元流の場合、運動方程式から導いて、次の関係を得た。
 α, β ; 定数。 D ; 境界層外のオテンシャル流。 S ; 水面勾配。 S_1 ; 境界層厚
とすると。

$$T_B = \alpha \beta |U|U + \beta S S \quad (11)$$

この式は、層流の場合、解析的に導かれるものであるが、 α と β の内容を変えることによつて粗面乱流域にも適応出来る。またこの関係は、円管内のΩ字管振動の場合にも成り立つものである。

4 実験結果と式についての考察

(11) 式において、 α と β は、それぞれ

$$\alpha = \left[\frac{X}{\ln \left(\frac{|U|(R-h)}{D} \right)} \right]^2 \quad (12)$$

$$\beta = \frac{1}{g D S} \left[\frac{X U}{\ln \left(\frac{30(R-h)}{D} \right)} \right]^2 \quad (U \text{ 及び } S \text{ は } D=0 \text{ の時の値を使用する。}) \quad (13)$$

で表わされる。この 2 式において、 D の決め方が問題になる。Yarin は、 D_p をあてはめたが、実験結果と比較すると、図-6 で求めた相当粗度の平均値を代入すれば、(8), (9) 式の渦動粘性の値と、実験結果から算出した値のオーダーが割合よく一致する。しかし、図-4 と図-5 の石曲線を比較してみればわかるとおり、(11) 式では、図-4 の位相図及びπで出てくる大きなピークについてうまく説明することができない。これは筆者の考えた渦動粘性の式が、もつと長周期の振動運動でないとうまくあわないとみられてゐる。それから中間層の高さの取り方について、機械の方法によれば、壁面から僅か数ミリ離れた所となり、これを用いた計算では実験結果と合わない。したがつてこの決定法には、新たに考え方が必要となり、今後の課題として残されたものである。外層は、実験と理論では、分布がかなりちがつてゐる、剪断应力として比較した場合、 $\frac{du}{dy}$ が小さいため、さほど問題ではないが、(6) 式と (10) 式の考え方とは、少しおよび近似として妥当なものと考えられる。しかし、これもさらに考えてゆかねばならない問題である。流速分布を求める実験は、1 ケースのデータを取るために、まったく同じ初期条件で、数回実験しなければならぬが、この初期条件のバラつきが相当あり、その結果、(3) 式で計算した渦動粘性の分布図が、かなり亂れ、時には負の値をとることもあつたが、負の値は、実験データのバラつきからくるものとして扱つた。

最後に、実験装置製作の際、助力下さつた技官の山崎弘人さん、実験とデータ整理を担当した、学部4年生の園部武正君に感謝して結ぶとする。

参考文献

- A Model of Bottom Boundary Layer in Water Waves (K. Kojimura) 1967 (東大農研報告)
- 表面波による振動流境界層に関する研究 (城川 清・渡辺晃) 1968 (海講)
- Measurement in the Turbulent Wave Boundary Layer (I.G.Joneson) 1963 (IAHR)
- 波動による乱流境界層の発達 (野田英明) 1969 (海講)
- Shear Stress due to Long Waves (M.S. Yalin) 1966 (Journal of Hydraulic Research)