

U字管内を往復する流体に関する実験的研究

東北大学 正 坂本 龍雄

東北大学 学 〇高梨 清一

1 緒言

振動流に関する研究は、近年、かなり多くの報告がなされてきた。しかし、梶浦、野田などの報告にあるとおり、乱流域での渦動粘性に関して、1周期平均の値を考へ、時間的な要素が考慮されていなかった。堀川は、梶浦の渦動粘性に関する理論について、その妥当性を、実験的に確かめ、振動流の渦動粘性と、粗度長さは、時間的に変化あるものであることを指摘した。本報告では、乱流域での比較的長周期の振動流における渦動粘性と、粗度長さの時間的変化を U字管を使用して実験した結果から算出した。さらに時間的要素を考慮した比較的長い周期の振動流での渦動粘性係数の考え方を考へてみた。

2 実験結果

(1) 実験概要 : 振動流の渦動粘性を調べるため、流速分布の時間的変化に関するデータを測定することが目的である。装置は、概略、図-1に示すようである。

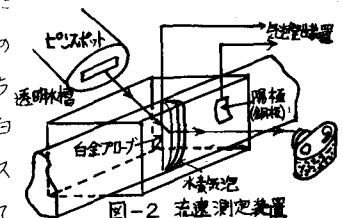
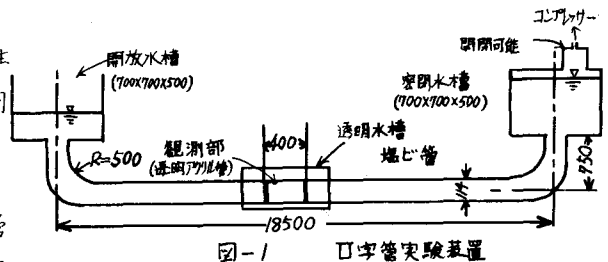
管は、内径10cmの塩化ビニル製内管とし、中央部にアクリル製の透明な観測部

を設けた。周期 $T=5.4$ 秒という、比較的長い周期の振動をさせるため、U字管の両端に、断面横0.49平米の水槽を取り付け、管路の壁面には、粒度番号24番の耐水研摩紙($D_{50}=0.9mm$)をいちめんに張り付け、粗度要素とした。透明な観測部の管に100 μ の白金線を張り、水素気泡発生装置により、水素気泡を20Hzのハルス状に発生させ、300Wのボンソレットの光をスリットを通してあて

、写真撮影した。また電磁誘導式小型正逆流速計で管軸付近のポテンシャル流の軸方向流速を測定した。その際、水素気泡発生装置の印加電圧は、流速によって多少かえたが、平均流速20 cm/s 位の時は約1KV、流速がそれよりおそい場合、これより少し下げた。内管のため、そのままでは中の様子が見えぬため、測定部のまわりは、水を満たした直方体の水槽でつつんだ。概略は図-2のようである。

(2) 実験結果 : 流速分布の時間的変化は、図-3に示すようである。渦動粘性係数 K_r と、粗度長さ Z_0 は、実験の結果得られた流速分布を用いて、堀川にならい、以下のようにして計算した。境界層外において、ポテンシャル流の流速を U とし、管軸方向に Z 軸を取れば、運動方程式は、

$$\frac{\partial U}{\partial t} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} \quad (1)$$



境界層内では、半径方向にr軸をとる。円柱座標で表現すれば

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(K_t r \frac{\partial u}{\partial r} \right) \quad (2)$$

ゆえに、

$$K_t = - \frac{\int_{R=0}^R \frac{\partial (U-u)}{\partial t} r dr}{r \frac{\partial u}{\partial r}} \quad (3)$$

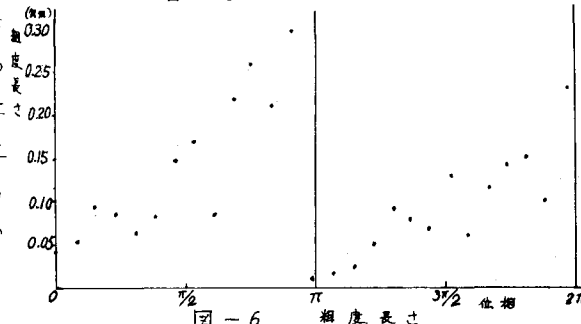
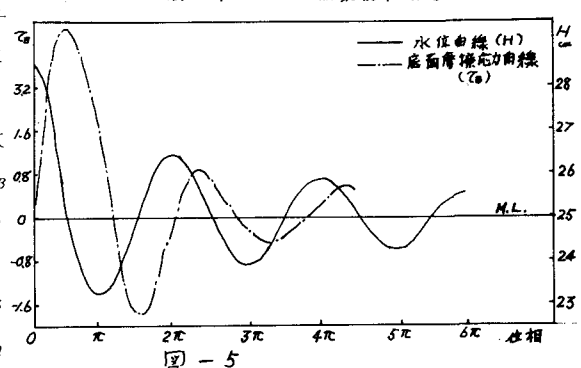
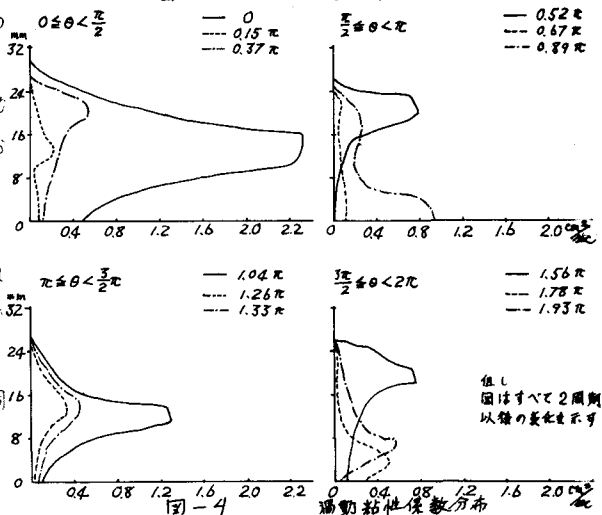
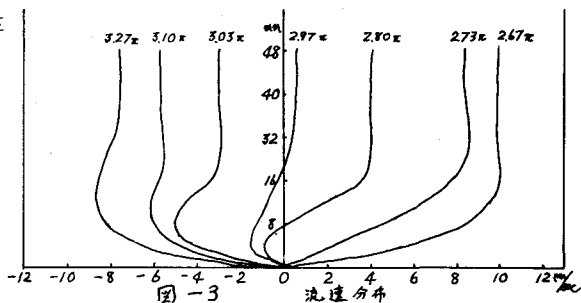
流速の測定値を用い(3)式によって求めた K_t の値を図-4に示す。

図-4では、 $0 \sim 2\pi$ までの各位相での渦動粘性係数の分布の変化を示しているが、およそ次の様な傾向が見られる。

- (1) 変化は、ほぼ π の周期を持っている。
- (2) $0 \sim \pi$, $\pi \sim 2\pi$ において、それぞれ周期の初めと中ごろに大きなピークが一つずつ現われている。
- (3) 0 及び π におけるピークの値が、各周期での最大値を示している。

- (4) 縦座標は、壁面からの距離を示すが、ピークの値を出す位置は、 $0 \sim \frac{\pi}{2}$ で次第に上昇し、 $\frac{\pi}{2} \sim \pi$ 一旦下降し、わづかに上昇している。この傾向は、 $\pi \sim 2\pi$ でも同様である。
- (5) $\frac{\pi}{2}$ 付近あるいは、 $\frac{3\pi}{2}$ 付近で1つの極大値をとっているが、この位相は、後述する τ_{θ} 曲線のピークの位相にほぼ一致するか、ないしは、わづかにおかれている(図5)。

次に、流速分布は、底面近傍で、対数分布するものと考えて、粗度長さの時間的变化を出してみた(図-6)。これを見ると、かなりバラついてはいるが、ほぼ π の周期をもっているようである。1つの周期で見ると、位相が進むにつれて次第に値が大きくなり、 π の手前でほぼ最大値となり、次の周期に入るわづかの位相の間に、値が急激に下がっている。



3 渦動粘性に関する式

橋本は、粗面乱流域での振動流の渦動粘性を2次元流の場合、次のように仮定した。

u_0^* ; 底面摩擦速度。 D_k ; $\frac{1}{2}$ (D はNikuradseの相当粗度)。 Z ; 底面からの高さ。

χ ; Kármán定数。 δ は振幅の意味。 d ; 中間層の高さ。 η ; 定数

とすると

$$K_t = \begin{cases} \eta \chi u_0^* D_k & 0 \leq Z \leq D_k \quad (\text{内層}) \\ \chi u_0^* Z & D_k < Z \leq d \quad (\text{中間層}) \\ \chi u_0^* d & d < Z \quad (\text{外層}) \end{cases} \quad (4)$$

$$(5)$$

$$(6)$$

d は

$$\chi u_0^* d = K U \delta^*$$

($K=0.02$ (定数)。 U ; ポテンシャル流の流速。 δ^* ; 排除厚。)

の関係から算出する。

(4)、(5)、(6)の関係は、浅水表面波の比較的短かい周期の波に対して成り立つものである。長波に対して、橋本は、 u_0^* のかわりに $\bar{u}_0^*$ を用いて表現した。 $\bar{u}_0^*$ は1周期の平均値である。このように1周期平均で表わされた式は、振動の減衰性などを巨視的にみる場合は充分成り立つが、振動流の性質を厳密に解析してゆくには支障が生じてくる。したがってそのような場合、渦動粘性係数の時間的な変動を調べる必要になる。短周期の変動の場合は、壁面で発生した乱れのエネルギーが、管軸に向かって移動し、渦となり、やがて熱エネルギーなどに形を変えて消費される過程の間に、短い周期で、どんどん変化する乱れのエネルギーが、次、次と管壁から生じ、渦動粘性の時間的な変化は、過去から現在までのこれらの変化量を、時間的に重みを変えて考慮した結果を表現するものと考えられ、かなり複雑なものとなるであろう。一方、長周期の振動の場合、乱れのエネルギーの発生量の時間的な変化の割合はゆるやかで、近似的に定常流に近い考え方をすることが出来るようになり、渦動粘性は、流速、水面勾配、壁面粗度によって変化する乱れのエネルギーの発生量の変化とLinearな関係を持つと考えられる。筆者は、このような長周期の振動流の場合、渦動粘性係数の時間的な変動のパラメーターとして u_0^* に着目し、(5)式の関係の基本にして、 u_0^* について時間の要素の入った式で表現することにより、渦動粘性の時間的な変動を表わすことを考えた。

$$u_0^* = \sqrt{\frac{|\tau_0|}{\rho}} \quad (7)$$

の関係から、 u_0^* を求め、円柱座標を用いて、

$$K_r = \begin{cases} \chi u_0^* D_k & 0 \leq R-t \leq D_k \quad (\text{内層}) \\ \chi u_0^* (R-t) & D_k < R-t \leq d \quad (\text{中間層}) \\ \chi u_0^* d & d < R-t \quad (\text{外層}) \end{cases} \quad (8)$$

$$(9)$$

$$(10)$$

ここで、 R ; 管の半径。 r ; 半径方向座標

(8)式と(4)式を比較すると、(8)式では $\eta=1$ ということになるが、橋本は(4)式の η について、 D_k の高さでの流速分布の連続性の条件から導いて値を定めた。その結果、橋本の考えた渦動粘性の分布図は、 D_k の所で値が不連続に変化することになる。しかし、筆者らの実験結果から計

算した値にば、そのような差がみられなかった。そのため、筆者の式では $\eta = 1$ としてある。

次に τ_B の式について、Yarinは、2次元流の場合、運動方程式から導いて、次の関係を得た。

α, β ; 定数。 U ; 境界層外のポテンシャル流。 S ; 水面勾配。 δ ; 境界層厚
とすると、

$$\tau_B = \alpha \rho |U|U + \beta \rho S \delta \quad (11)$$

この式は、層流の場合、解析的に導かれるものであるが、 α と β の内容を変えることによって粗面乱流域にも適応出来る。またこの関係は、円管内のU字管振動の場合にも成り立つものである。

4 実験結果と式についての考察

(11)式において、 α と β は、それぞれ

$$\alpha = \left[\frac{\chi}{\ln \left(\frac{11(R-t)}{D} \right)} \right]^2 \quad (12)$$

$$\beta = \frac{1}{95S} \left[\frac{\chi U}{\ln \left(\frac{30(R-t)}{D} \right)} \right]^2 \quad (U \text{ 及び } S \text{ は } U=0 \text{ の時の値を使用する。}) \quad (13)$$

で表わされる。この2式において、 D の決め方が問題になる。Yarinは、 D_p とあてはめたが、実験結果と比較すると、図-6で求めた相当粗度の平均値を代入すれば、(8)、(9)式の渦動粘性の値と、実験結果から算出した値のオーダーが割合よく一致する。しかし、図-4と図-5の τ_B 曲線と比較してみればわかるとう、(11)式では、図-4の位相0及び π で出てくる大きなピークについてうまく説明することが出来ない。これは筆者の考えた渦動粘性の式が、もつと長周期の振動運動でないとうまくあわないためかと考えられる。それから中間層の高さの取り方について、概測の方法によれば、壁面から僅かに数ミリ離れた所となり、これを用いた計算では実験結果と合わない。したがってこの決定法には、新たな考え方が必要となり、今後の課題として残されたものである。外層は、実験と理論では、かなり一致しているが、剪断応力として比較した場合、 $\frac{dU}{dy}$ が小さいため、さほど問題とはならず、(6)式と(10)式の考え方は、第1次近似として妥当なものと考えられる。しかし、これもさらに考えてゆかねばならない問題である。流速分布を求める実験は、1ケースのデータを取るために、まったく同じ初期条件で、数回実験しなければならぬが、この初期条件のバラつきが相当あり、その結果、(3)式で計算した渦動粘性の分布図が、かなり乱れ、時には負の値をとることもあったが、負の値は、実験データのバラつきからくるものとして扱った。

最後に、実験装置製作の際、助力下さった校官の山路弘人さん、実験とデータ整理を担当した、学部4年生の岡部武正君に感謝して結びとする。

参考文献

- ・ A Model of Bottom Boundary Layer in Water Waves (K. Kojiura) 1967 (東大農研報告)
- ・ 表面波による振動流境界層に関する研究 (堀川 清・渡辺 晃) 1968 (海 講)
- ・ Measurement in the Turbulent Wave Boundary Layer (I. G. Jonsson) 1963 (IAHR)
- ・ 波動による乱流境界層の発達 (野田 英明) 1969 (海 講)
- ・ Shear Stress due to Long Waves (M. S. Yehin) 1966 (Journal of Hydraulic Research)