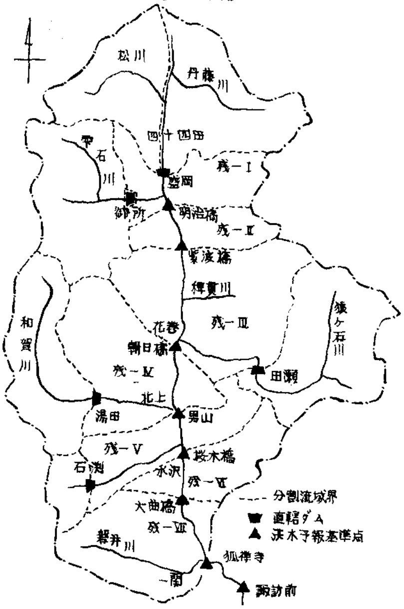
北上川ダム統合管理におけるダム群の操作手法について

東北地建　河　川　計画課　　斉藤正勝
岩手工事々務所　○川上　隆

まえがき

一つの流域にダムが沢山あってもそれをばらばらに単独で操作するよりも，他のダムのことも考えて有機的に操作した方が有効であることは直観的にもわかる。北上川（図－１）でもその主旨に沿って実際の洪水に当ってきたが，まだ確立された手法がなかったため満足には行なえなかった。ここでは定められた多数のダムの配置と治水容量を有効に使って，種々のパターンの洪水流をいかに適切に制御すれば下流懸案地点の洪水ピーク流量をできる限り小さくするのに有効か，すなわちダム群の最適操作の手法についての検討結果を述べる。

図－１　北上川流域図



１．洪水波形の変形

ダム地点における洪水波形は，河道を流下して本川基準点に達するまでに種々の条件により変形する。あるダムｉにおける波形 $g_i(t)$ の基準点ｎでの変形を次式で求めた。

$$g_{n,i}(t) = Q_n(t) - P_{n,i}(t) \qquad \cdots\cdots (1)$$

ここに

$g_{n,i}(t)$ ：基準点ｎでのｉダム地点波形の変形。　$Q_n(t)$ ：基準点ｎでの洪水波形。

$P_{n,i}(t)$ ：ｉダム流域を除く残流域の基準点ｎでの波形。

２．伝達関数の検討

洪水流の変形に関しては不定流の運動方程式および連続方程式より，ある種の仮定を設けて解を試みた結果，降雨解析に用いられるユニット・ハイドログラフの概念と同じ考え方が適用できることが従来の研究によりわかっている。式で示せば次のようになる。

$$g_{n,i}(t) = \int_0^t u_i(\tau)\cdot g_i(t-\tau)d\tau \qquad \cdots\cdots (2)$$

今１より $g_{n,i}(t)$, $g_i(t)$ を既知として式(2)より $u_i(t)$ をもとめるにはいくつかの方法がある。連立方程式による方法，最小二乗法による方法，等々であるがいずれの場合にも物理的に非現実的な負値が現われたり，振動したりしてうまくないことが検討の結果わかった。（図－２）そこでこれを解決する方法として伝達関数をある関数形として求めてしまう方法である。

$$u_i(t) = A_i t \exp(-\alpha_i t), \quad \int_0^\infty u_i(t)dt = 1 \qquad \cdots\cdots (3)$$

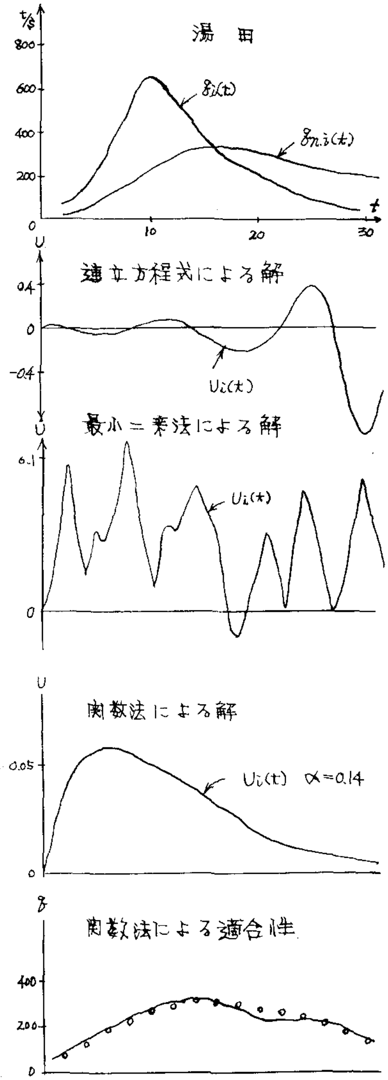
$A_i = \alpha_i^2$ であるから(3)式において洪水毎に α_i を決定すればよいわけであるが，その方法は次の通りで

ある。まずある値のα_iを仮定して$U_i(t)$を計算し，これを(2)式に代入して得られた値を$q'_{n,i}(t)$とすれば式(4)が最小になるようにトライヤルでもとめる方法である。

$$\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\{q_{n,i}(t) - q'_{n,i}(t)\}^2 \quad \cdots\cdots (4)$$

実際に数例について数値計算を行った結果，不規則な波形に対しては適合性はあまりよくないが，それ以外の波形に対してはほぼ満足的な結果が得られることがわかったので，以下の解析を進めるに当って式(3)を伝達関数として使用した。

図－2



3、ダム群の最適カット法

ダム流域に降った雨は制御できるがダム以外の流域に降った雨は制御できないことを考えれば，全ての残流域で構成される洪水波形$q_{n,r}(t)$のピークを一つの目標にし，各ダムの治水容量を考えて，カット・ラインを定めることができる。このカットラインより上のカット・ボリュームを各ダムの基準点に及ぼす影響に応じて配分すれば，次式により各ダムのカット波形$q'_{n,i}(t)$をもとめることができる。（図－3）

$$q'_{n,i}(t) = (Q_n(t) - Q_e)\cdot\left[\frac{v_i}{V}\right]_t \quad \cdots\cdots (5)$$

$$[V]_t = \sum_{i=1}^{m}[v_i]_t \quad \cdots\cdots (6)$$

ここに

$[v_i]$：時刻tにおけるダムiの空容量。

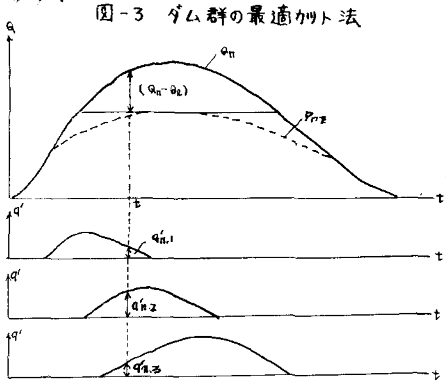
4、洪水波形の逆追跡

3に述べた方法により各ダムの基準点におけるカット波形がもとまったわけであるが，これをそのままダム地点でカットするわけにはいかない。ダム地点であるカットを行なった結果，その波形が基準点まで河道を流れてきて初めてq'になったわけであるから，ダム地点におけるカット波形をもとめるにはq'をダム地点まで逆追跡しなければならない。これは2で述べたと同様$U_i(t)$と$q'_{n,i}(t)$とを知って$q'_i(t)$をもとめる問題に帰着する。今サヒックスのわずらわしさをさけ簡単化するため式(2)において$q_{n,i} \to Q$, $U_i \to U$, $q_i \to G$とする。

$$Q(t) = \int_0^t U(\tau)\cdot G(t-\tau)\,d\tau$$
$$= \sum_{\tau=1}^{t} U(\tau)\cdot G(t-\tau+1) \quad \cdots\cdots (7)$$

ここで時刻tにおけるQ_tの各要素，U_1G_t，U_2G_{t-1}，……

図－3　ダム群の最適カット法



を Q_t で割った値を $\phi_{t,k}$ とする。

$$\phi_{t,k} = U_k G_{t-k+1} / Q_t \qquad k = 1, 2, \cdots t \qquad \cdots\cdots (8)$$

（但し $t \leqq m$ Uの個数）

次に3でのべた方法により $Q_t \Rightarrow Q_t'$ にカットしたとすれば Q_t' に含まれる各要素の大きさは

$$\phi_{t,k} \cdot Q_t' = U_k \cdot G_{t-k+1} \cdot Q_t' / Q_t \qquad \cdots\cdots (9)$$

となる。このような操作を $t = 1 \sim n$（Gの個数）まで行い，次に時刻 t に無関係に(9)式の両辺を U_k で割れば表－1のような結果を得る。

表－1

t	G U	U_1	U_2	U_3 ………… M
1	G_1	$G_1 \frac{Q_1'}{Q_1}$		
2	G_2	$G_2 \frac{Q_2'}{Q_2}$	$G_1 \frac{Q_2'}{Q_2}$	
3	G_3	$G_3 \frac{Q_3'}{Q_3}$	$G_2 \frac{Q_3'}{Q_3}$	$G_1 \frac{Q_3'}{Q_3}$
4	⋮		$G_3 \frac{Q_4'}{Q_4}$	$G_2 \frac{Q_4'}{Q_4}$
5	N			$G_3 \frac{Q_5'}{Q_5}$

このようにして得られた縦の数列群 ----

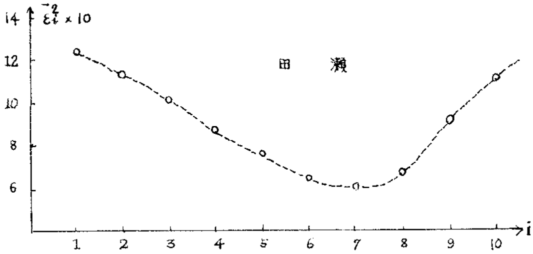
$$\cdots \left\{ G_1 \frac{Q_t'}{Q_t},\ G_2 \frac{Q_{t+1}'}{Q_{t+1}},\ G_3 \frac{Q_{t+3}'}{Q_{t+3}},\ \cdots \right\} \cdots \qquad (10)$$

の内の一つ一つを逆追跡の結果とみなすわけである。次にこの数列群より最適数列を決定するには2でのべたと同様，数列群の一つ一つを(7)式により再追跡した結果を Q_t'' とすれば式(11)

$$\overline{\varepsilon_i^2} = \min_{i=(1m)} \frac{1}{J} \int_0^J [Q_t' - Q_t'']^2 dt$$

$$= \min_{i=(1m)} \frac{1}{J} \int_0^J \left[Q_t' - \sum_{\tau=1}^{t} U(\tau) \cdot G_i(t-\tau+1) \right]^2 dt \qquad J = m+n-1 \qquad \cdots\cdots (11)$$

図－4

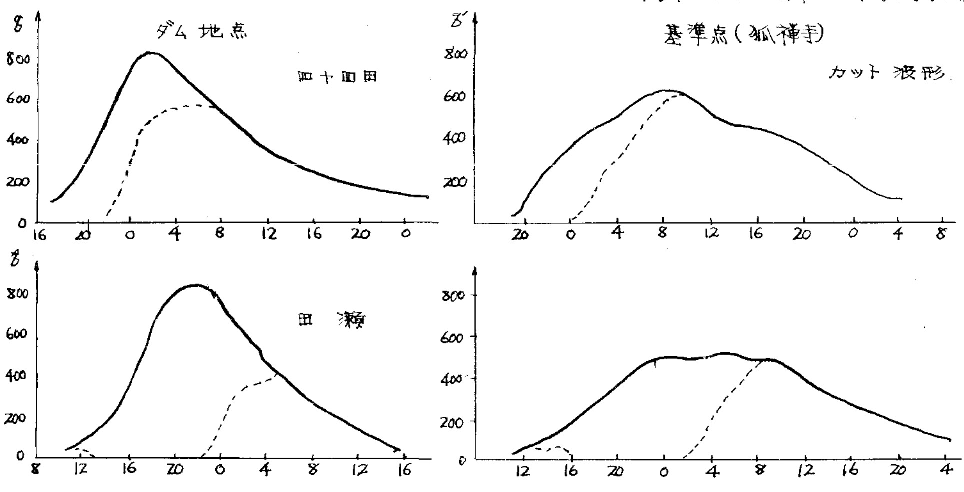


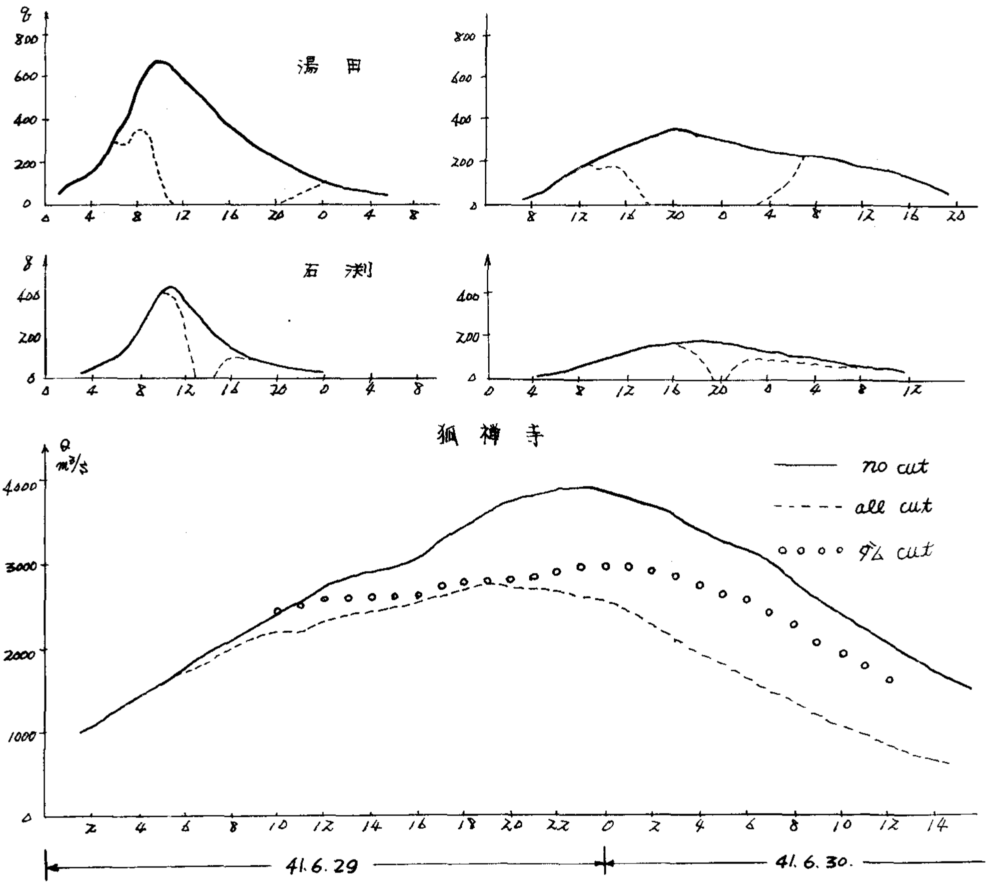
すなわち，Q_t' と Q_t'' との差の二乗和の平均が最小となるような数列を逆追跡波形とする。実際に数値計算を行うと $\overline{\varepsilon_i^2}$ と i はと下に凸の曲線となり，式(11)を満たす数列はただ一つしかない。（図－4）

5．実例計算

1～4でのべたように伝達関数の算定，ダム群のカット，カット波形の逆追跡などを応用して昭和41年6月洪水に対して適用した結果を図－5に示す。

図－5　ダム群による洪水調節（昭和41年6月洪水による例）





あとがき

以上のような考えのもとに北上川ダム統合管理に関する手法を述べたわけであるが，この方法を適用すれば一回で最適な解が求まるわけでは決してない。周知のごとく自然現象は複雑であり，このことにおいて洪水の流れも例外ではないことを考えれば，代数方程式を解くごとくそれが解けるわけがなく，自然そこにはトライヤルの手法がはいらざるを得ない。しかしトライヤルといっても全くでたらめに行なって最適な解に到達すればいいのか，あるいは一定の方向なり，すじがきにそって行なえばいいか，同じ最適な解に到達するにしてもどちらがいいか明らかであろう。ここには一つのすじがきを考えてみたわけであるが，これが一番いいかどうかもちろんわからない。しかし，現在までに我々が行なってきた数多くの検討の結果の一応まとまった成果である。

参考文献

1) 矢野勝正：洪水流について，京大防災研年報第2号，昭和33年12月

2) 木下武雄：電算機の応用例，1968年水工学に関する夏期研修会講義集，1868年8月