

混成防波堤の振動及び滑動に関する一考察

東北大学工学部 正 員 岩崎 敏夫

東北大学工学部 学 生 浅川 勉

東北大学工学部 学 生 扇畑 勝行

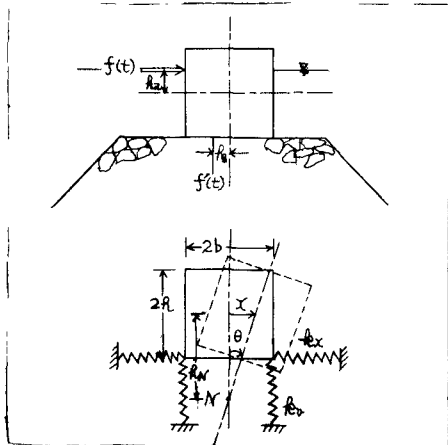
1 まえがき

現在、剛体的な壁体に作用する波力に関する研究ととて、堤体の滑動の問題に対して、碎波の衝撃的波圧の効果を知る為、防波堤の力学系としての応答解析に関する研究が進められている。

後者に関して言えば、まず、剛なる基礎の上に剛なる堤体が設置されていると仮定すれば、衝撃的な波圧の作用時にあつて、水平波力が静止摩擦を越えた瞬間に、堤体は滑動を起すことになり、永井の研究によれば、全水平波力が静止摩擦力に打勝つた瞬間に、コンクリートブロックの滑動が起つたという実験例が報告されている。しかし、羽幌港の実験⁽²⁾によると、弾性的な基礎の仮定が適当と見られ、実際の防波堤に関し、剛体的な力学系を仮定することには問題が残されている。この点に関し基礎を弾性体とみなし、堤体下面中央にロッキング中心を仮定した場合についての解析が林によつてなされ、衝撃的波圧の作用による堤体の滑動面におけるせん断力の計算が発表された。一、伊藤は実験観測から基礎の弾性を仮定する際、水平方向のせん断変形を考慮した方が適当じゃないかという見解を示し、筆者の観察によつて、大部分が塑性的な変形であると見られるが、それが認められれば、こゝに、基礎の塑性領域を含めての水平せん断弾性係数を仮定し、その振動特性と滑動の問題に対し若干の考察を行つてみた。

2 振動特性に関して

まず、混成防波堤の力学模型として、下図の如きものを考え、2自由度系の振動とする。これは一般に、ロッキング振動として広く知られている。ここでは簡単の爲、減衰項を無視することとする。



使用記号について (単位中当りを考慮)

$f(t)$: 作用波力 $f(t)$: 揚圧力 $\alpha: f(t) = \alpha f(t)$

M : 堤体質量

M' : 堤体仮想付加質量

I_G : 堤体重心まわりの慣性モーメント

I_G' : 堤体重心まわりの付加慣性モーメント

k_x : 地盤の水平バネ係数

k_θ : 地盤の回転バネ係数

K_x : 水平地盤係数

K_y : 鉛直地盤係数

R_m : 重心よりロッキング中心までの距離

ロッキンフ振動は、重心の水平方向の運動と、重心まわりの回転運動の2成分によって表わすことが出来るから、以下の二つを、運動の式が成り立ちます。

重心の水平方向の運動の式

$$(M+M')\ddot{x} + k_x(x-l\theta) = f(t) \quad \text{----- (1)}$$

重心まわりの回転の式

$$(I+I')\ddot{\theta} + k_\theta\theta - k_x\{k_x(x-l\theta)\} = (k_2+\alpha k_3)f(t) \quad \text{----- (2)}$$

そこで

$$\begin{aligned} \omega_x^2 &= k_x / (M+M') & r_x \omega_x^2 &= k_x k_x / (M+M') \\ \omega_\theta^2 &= (k_\theta + k_x l^2) / (I+I') & r_\theta \omega_\theta^2 &= k_x k_x / (I+I') \end{aligned} \quad \text{とおく}$$

(1), (2) 式は

$$\ddot{x} + \omega_x^2 x - r_x \omega_x^2 \theta = f(t) / (M+M') \quad \text{----- (3)}$$

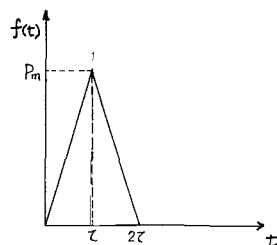
$$\ddot{\theta} + \omega_\theta^2 \theta - r_\theta \omega_\theta^2 x = (k_2 + \alpha k_3) f(t) / (I+I') \quad \text{----- (4)}$$

作用波 $f(t)$ とは仮定と同様、右図のようになり、
微分法によって解を求めると以下のように $x(t)$ が求まる

直、式中 ξ, η は

$$\xi = \frac{(\omega_x^2 + \omega_\theta^2) - \sqrt{(\omega_x^2 + \omega_\theta^2)^2 - 4(\omega_x^2 \omega_\theta^2 - r_x \omega_x^2 r_\theta \omega_\theta^2)}}{2} \quad \text{----- (5)}$$

$$\eta = \frac{(\omega_x^2 + \omega_\theta^2) + \sqrt{(\omega_x^2 + \omega_\theta^2)^2 - 4(\omega_x^2 \omega_\theta^2 - r_x \omega_x^2 r_\theta \omega_\theta^2)}}{2} \quad \text{を示す}$$



初期条件は $t=0$ で $x = \dot{x} = 0, \theta = \dot{\theta} = 0$ である

$$x(t) = \frac{P_m}{\tau} \left\{ \left(\frac{\omega_\theta^2}{M+M'} + \frac{k_2 + \alpha k_3}{I+I'} r_x \omega_x^2 \right) \frac{t}{\xi^2 \eta^2} + \left(\frac{-\xi^2 + \omega_\theta^2}{M+M'} + \frac{k_2 + \alpha k_3}{I+I'} r_x \omega_x^2 \right) \frac{\sin \xi t}{\xi^3 (\eta^2 - \xi^2)} + \left(\frac{-\eta^2 + \omega_\theta^2}{M+M'} + \frac{k_2 + \alpha k_3}{I+I'} r_x \omega_x^2 \right) \frac{\sin \eta t}{\eta^3 (\xi^2 + \eta^2)} \right\} \quad (0 < t < \tau) \quad \text{----- (6)}$$

$$= \frac{P_m}{\tau} \left\{ \left(\frac{\omega_\theta^2}{M+M'} + \frac{k_2 + \alpha k_3}{I+I'} r_x \omega_x^2 \right) \frac{-t + 2\tau}{\xi^2 \eta^2} + \left(\frac{-\xi^2 + \omega_\theta^2}{M+M'} + \frac{k_2 + \alpha k_3}{I+I'} r_x \omega_x^2 \right) \frac{\sin \xi t - 2 \sin \xi (t - \tau)}{-\xi^3 (-\xi^2 + \eta^2)} + \left(\frac{-\eta^2 + \omega_\theta^2}{M+M'} + \frac{k_2 + \alpha k_3}{I+I'} r_x \omega_x^2 \right) \frac{\sin \eta t - 2 \sin \eta (t - \tau)}{\eta^3 (\xi^2 + \eta^2)} \right\} \quad (\tau < t < 2\tau) \quad \text{----- (7)}$$

$$= \frac{P_m}{\tau} \left\{ \left(\frac{-\xi^2 + \omega_\theta^2}{M+M'} + \frac{k_2 + \alpha k_3}{I+I'} r_x \omega_x^2 \right) \left\{ \sin \xi t - 2 \sin \xi (t - \tau) + \sin \xi (t - 2\tau) \right\} + \left(\frac{-\eta^2 + \omega_\theta^2}{M+M'} + \frac{k_2 + \alpha k_3}{I+I'} r_x \omega_x^2 \right) \left\{ \sin \eta t - 2 \sin \eta (t - \tau) + \sin \eta (t - 2\tau) \right\} \right\} \quad (2\tau < t) \quad \text{----- (8)}$$

ここで求めた解は、すし複雑すぎるので、以下近似の取り扱いによって簡単にすることにする。

まず、問題としている混成堤の場合には、数値の比較を行って見ると、 ξ は他に較べて小さく、 $\xi^2 < \eta^2$ 、 $\xi^3 \ll \eta^3$ なることが言え、その結果、(6), (7), (8) 式の右辺三項は無視出来、又、右辺中 $\frac{-\xi^2}{M+M'} \ll \frac{\omega_\theta^2}{M+M'}, \frac{k_2 + \alpha k_3}{I+I'} r_x \omega_x^2$ となるので、 $\frac{-\xi^2}{M+M'}$ を無視可能となり、次のように簡単出来る。

$$x(t) \doteq \frac{P_m}{\tau} \frac{1}{\xi^2 \eta^2} \left(\frac{\omega_\theta^2}{M+M'} + \frac{k_2 + \alpha k_3}{I+I'} r_x \omega_x^2 \right) \left(t - \frac{\sin \xi t}{\xi} \right) \quad (0 < t < \tau) \quad \text{----- (9)}$$

$$\doteq \frac{P_m}{\tau} \frac{1}{\xi^2 \eta^2} \left(\frac{\omega_\theta^2}{M+M'} + \frac{k_2 + \alpha k_3}{I+I'} r_x \omega_x^2 \right) \left\{ -t + 2\tau - \frac{\sin \xi t - 2 \sin \xi (t - \tau)}{\xi} \right\} \quad (\tau < t < 2\tau) \quad \text{----- (10)}$$

$$\doteq \frac{P_m}{\tau} \frac{1}{\xi^2 \eta^2} \left(\frac{\omega_\theta^2}{M+M'} + \frac{k_2 + \alpha k_3}{I+I'} r_x \omega_x^2 \right) \left\{ \frac{\sin \xi t - 2 \sin \xi (t - \tau) + \sin \xi (t - 2\tau)}{-\xi} \right\} \quad (2\tau < t) \quad \text{----- (11)}$$

同様の取扱いによって、 $\theta(t)$ は以下ようになる。

$$\theta(t) \doteq \frac{P_m}{\tau} \times \frac{1}{s^2 \eta^2} \left(\frac{h_2 + \alpha h_3}{I + I'} \omega_x^2 + \frac{r_0 \omega_0^2}{M + M'} \right) \left(t - \frac{\sin 5t}{5} \right) \quad (0 < t < \tau) \quad \text{----- (12)}$$

$$- \frac{P_m}{\tau} \times \frac{1}{s^2 \eta^2} \left(\frac{h_2 + \alpha h_3}{I + I'} \omega_x^2 + \frac{r_0 \omega_0^2}{M + M'} \right) \left\{ -t + 2\tau - \frac{\sin 5t - 2 \sin 5(t - \tau)}{5} \right\} \quad (\tau < t < 2\tau) \quad \text{---- (13)}$$

$$\doteq \frac{P_m}{\tau} \times \frac{1}{s^2 \eta^2} \left(\frac{h_2 + \alpha h_3}{I + I'} \omega_x^2 + \frac{r_0 \omega_0^2}{M + M'} \right) \left\{ \frac{\sin 5t - 2 \sin 5(t - \tau) + \sin 5(t - 2\tau)}{-5} \right\} \quad (2\tau < t) \quad \text{---- (14)}$$

以上より、ロッキング中心 R_L を求めてみると

$$R_L = \frac{X}{\theta} = \frac{\frac{\omega_0^2}{M + M'} + \frac{h_2 + \alpha h_3}{I + I'} r_0 \omega_x^2}{\frac{h_2 + \alpha h_3}{I + I'} \omega_x^2 + \frac{r_0 \omega_0^2}{M + M'}} = \frac{r_0 + r_0 h^2 + (h_2 + \alpha h_3) h r_x}{(h_2 + \alpha h_3) r_x + h r_0} \quad \text{----- (15)}$$

ここで、 $r_0 = \frac{2}{3} K_b b^3$, $r_x = b S K_b$, $S = \frac{K_b}{K_{\theta}}$, $n = \frac{b}{h}$, $(h_2 + \alpha h_3)/h = m$ において R_L を求めるに、 $R_L = \frac{1}{3} n^2 + (1+m)S / (1+m)S$ となり、これを図-1に示す。直、 m なるパラメータは、ほぼ $0 < m < 1$ の範囲にあり、これは材のパラメータ λ に対応するところ、 m を λ に直すと約 $0.5 < \lambda < 1.2$ の範囲に当る。

3 滑動に関して

以上の振動を考慮した場合、堤体滑動面に生ずるせん断力 $S(t)$ は次のように表わせる。

$$S(t) = f(t) - (M + M') \ddot{X} = r_x (X - h\theta) = \left(\frac{r_0 + r_0 h^2 + (h_2 + \alpha h_3) h r_x}{h r_x} \right) \cdot X(t) \quad \text{----- (16)}$$

ここで、(9)(10)(11)式の $X(t)$ を上式に代入すると $S(t)$ が求められる。

$X(t)$ の式において

$$\left(\frac{\omega_0^2}{M + M'} + \frac{h_2 + \alpha h_3}{I + I'} r_0 \omega_x^2 \right) / s^2 \eta^2 = \left(\frac{\omega_0^2}{M + M'} + \frac{h_2 + \alpha h_3}{I + I'} r_0 \omega_x^2 \right) / \omega_x^2 \omega_0^2 - r_0 \omega_0^2 = \frac{r_0 + r_0 h^2 + (h_2 + \alpha h_3) h r_x}{h r_x} \quad \text{--- (17)}$$

であり、又 $\tau = \tau/\tau = \tau/5\pi$, $t' = t/\tau = (5\pi/\tau)t$ なる材と同じ無次元表示を用いると、(16)式は次のようになります。

$$S(t) \doteq \frac{P_m}{2\pi\tau} (2\pi t' - \sin 2\pi t') \quad \text{--- (18)}$$

$$\doteq \frac{P_m}{2\pi\tau} \left\{ 2\pi(-t' + 2\tau') - \sin 2\pi t' + 2 \sin 2\pi(t' - \tau') \right\} \quad \text{--- (19)}$$

$$\doteq \frac{P_m}{2\pi\tau} \left\{ \sin 2\pi t' - 2 \sin 2\pi(t' - \tau') + \sin 2\pi(t' - \tau') \right\} \quad \text{--- (20)}$$

この $S(t)$ の式において問題となるのは、材のパラメータとして用いた入角近似の取扱いの中で無視されたことであるが、次にこれを検討してみよう。まず $f(t) - (M + M') \ddot{X}$ に(9)式を代入し、 M, I を無視すると $f(t) - M \ddot{X} = \frac{P_m}{2\pi\tau} (2\pi t' - \sin 2\pi t')$, $X = \frac{1}{3} n^2 + (1+m)S / (1+m)S + \frac{1}{3} n^2$ となる。この X を $n=1$ の場合について計算したところ、右図に示すが、ほぼ1と見做して近似的に取扱った方が便利であろうと思われる。直、この差だけ近似解は原方程式を満足しないことになる。

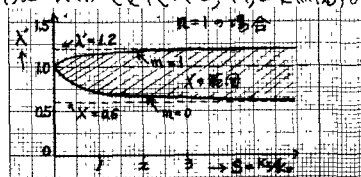
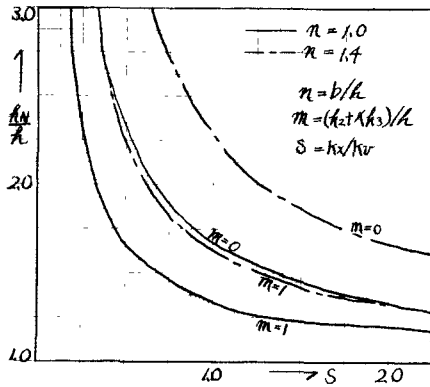
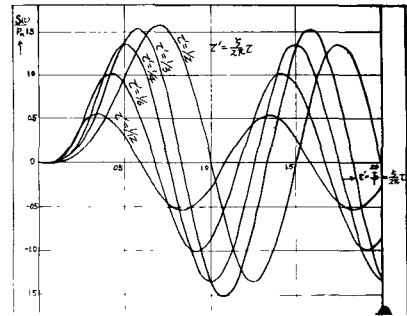


図-1



— 図-2 —



(18)(19)(20)式で $S(h)/h_m$ を計算し、図-1, 図-2 である

4 考 察

以上、非常に大まかな近似的取扱いによって、水平セリ断変形を考慮した場合の衝撃波圧の影響を見加、この近似の程度では、その影響ははっきり見出せなかつた。ただし、ロッキング中心、ロッキング周期ら、などは式(15)(20)でその特性は検討出来ると思われる。まずロッキング中心には δ_m が大となる場合、 δ_m が小となる時には堤体下面中央に仮定することは無理で、又水深が浅い時は $m=0$ までの計算しなかつたのであるがこれと同様である。ここで一つの問題は (k_2+k_3) はどうとるかどうか、これはまだ正確なことがわからないようである。筆者の計算とどう意味で参考までと云うことである。

次に、滑動面におけるセリ断力については、林の計算と同様のことが得られ、工学的に見て、この程度の近似で十分であろうと思われる。直、水平セリ断変形を考慮すべきかどうかには問題はあるが、消極的に見て一応のチェックは必要であろう。

又、そう一つ重要な事は、腰かけ部圧力はどう取入れるかであるが、これは今後検討してみたい。

5. 参考文献

- (1) 永井莊七郎 ヤク回、ヤク回海岸工学講演会講演集
- (2) 村木 義雄 ヤク回海岸工学講演会講演集
- (3) 林 泰造 ヤク回、ヤク回ヤク回海岸工学講演会講演集
- (4) 伊藤 喜行 港湾技術研究所報告(運輸省) ヤク巻 14号 (1966年)