

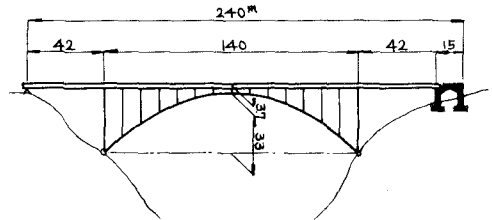
上路式補剛アーチの自由振動周期について

東北大学 正会員 工博 樋 浦 大 三
東北大学 学生員 ○ 樋 渡 滋

1. よえがき

東北大学橋梁研究室では、昭和40年7月、岩手県植木沢橋(国道45号線)の現場測定を行い、その成果を報告した。(東北大学工学部土木教室研究報告第15号)。今回の報告は、前記報告のうち、特に面内上下振動周期について、更に検討を加えたものである。

植木沢橋の一般図を図-1)に示す。橋梁型式としては、3区間連続プレートガーダーを、アーチで補強した上路式補剛アーチである。補剛桁はアイバーで右岸橋台にとめられている。又アーチリブはクラウンにおいて、補剛桁に剛に取りつけられ、左岸橋台は可動端となっている。本橋は4次の不静定と考えられる。

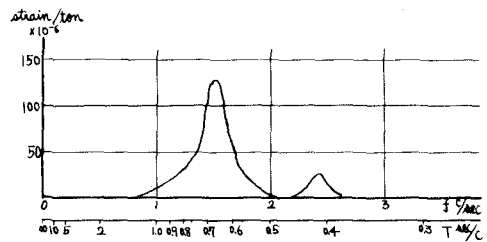


(図-1)

2. 実測された振動周期について

現場実験では、1)起振機によって共振点を求める方法、2)試験荷重トラック(総重量15 ton)の後輪を8 cmの角杭から急に落下させたときに生ずる振動記録をもとにする方法を行った。

(図-2)は、起振機を中央区間1/4点に設置して、上下方向に加振した結果を示したものである。図



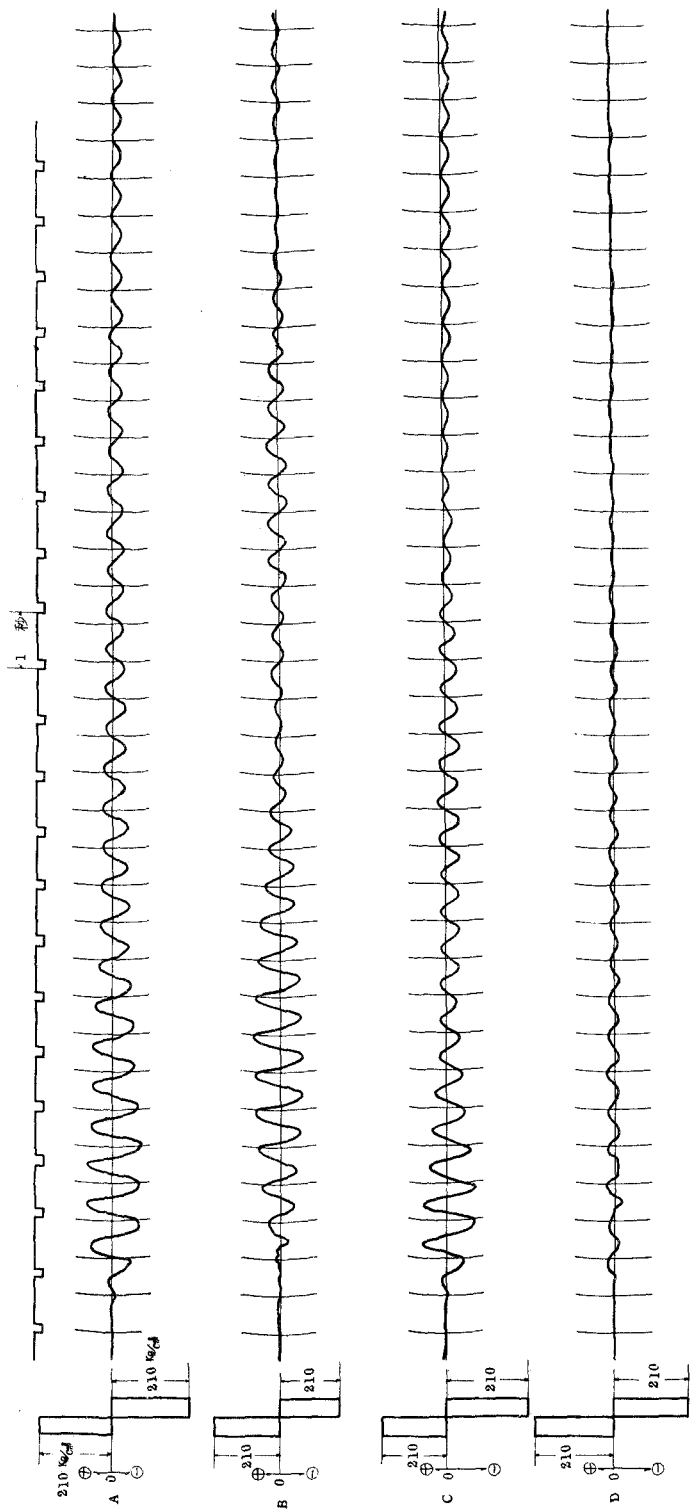
(図-2)

より第1次振動周期 0.66 sec、第2次周期 0.42 sec、が得られる。

(図-3)は、右岸 END POSTより3.5 mの所で、角杭上より荷重車後輪を落下させたときの記録である。Aはクラウンプレート、Bは中央区間1/4点の下部フランジ、Cは中央区間1/4点の下部フランジ、Dは側区間1/4点の下部フランジのそれぞれ応力度の変化を示している。B、Cではかなりの現象がみられ、特にBでは著しい。これらの振動記録から極めて接近した周期の波が干渉していることが想像される。振動記録を分析すると、振中の大きい波の振動周期として 0.66 sec ~ 0.67 sec が得られる。これは起振機によって得られた第1次振動と一致する。他の振動周期は、うなりの計算から 0.56 sec と求められる。

3. 計算について

振動周期の計算は、Rayleigh-Ritz の方法によった。前報告において考慮されたエネルギーは、1)運動エネルギー(T で表す)、2)補剛桁の曲げ歪エネルギー(V_R)、3)死荷重推力(H)によってなされるエネルギー(V_0)、4)振動による推力の変化によるエネルギー($V_{\Delta H}$)であったが、今回はこれらの他、5)アーチリブの曲げ歪エネルギー(V_R)を加え、更に逆対称振動の場合、 $V_{\Delta H}$ について、桁端で橋台に結合されている影響を考慮に加えた。



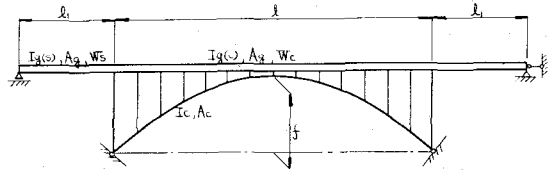
上図は右岸側 END POST より 8.5 m の所で約 80 m³ の角材上より荷重 (15 t) の鉄輪を落下させた時の記録の一部である。

A はクラウンブレート, B は 1/2 点下部フランジ

C は 1/4 点下部フランジ, D は側壁間 1/2 点下部フランジ の記録である。

図 3

部材の断面2次モーメントを I 、断面積を A であらわし、各部材の諸定数を(図-4)の記号であらわす。中央区間の振動にのみ形 y を、 $y = \eta(x) \sin \omega t$ 、
側区間の振動にのみ形 y_1 を、 $y_1 = \eta_1(x) \sin \omega t$ 、と
あらわすと、各エネルギーは次の様になる。



(図-4)

$$T = \frac{W_c}{2g} \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 dx + 2x \frac{W_s}{2g} \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 dx,$$

$$V_G = \frac{EI_c}{2} \int_0^l \left(\frac{d^2 y}{dx^2} \right)^2 dx + 2x \frac{EI_q(s)}{2} \int_0^l \left(\frac{d^2 y}{dx^2} \right)^2 dx,$$

$$V_R = \frac{EI_c}{2} \int_0^l \left(\frac{d^2 y}{dx^2} \right)^2 dx, \quad V_b = -\frac{H}{2} \int_0^l \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 dx,$$

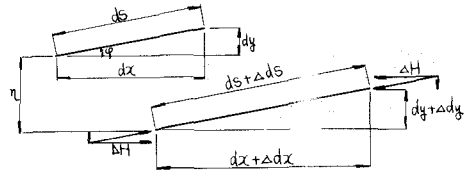
$$V_{AH} = \frac{(\Delta H)^2 L_s}{2EA_c}$$

・ ΔH についてアーチリブの微小要素の変化長の水平成分の総和が0である条件より
 $\int_0^l \Delta dx = 0$ (a)

(図-5)において、 ΔH により $ds \rightarrow ds + \Delta ds$ になつたとすると

$$\Delta ds = \frac{\Delta H \cdot ds}{EA_c \cos \varphi}$$

$$(ds + \Delta ds)^2 = (dx + \Delta dx)^2 + (dy + \Delta dy)^2$$



(図-5)

2次以上の項を無視して、 $\cos \varphi = \frac{dx}{ds}$ 、 $\Delta dy = d\eta$ を代入すれば

$$\Delta dx = \frac{\Delta H}{EA_c \cos \varphi} dx - \frac{d\eta}{dx} \cdot \frac{dy}{dx} \cdot dx \quad \text{となり (a) によって} \int_0^l \frac{\Delta H}{EA_c \cos \varphi} dx - \int_0^l \frac{d\eta}{dx} \cdot \frac{dy}{dx} dx = 0$$

より2項、部分積分によって、 $\int_0^l \frac{d\eta}{dx} \frac{dy}{dx} dx = [\eta \cdot y]_0^l - \int_0^l y \cdot \eta \cdot dx = - \int_0^l y \cdot \eta \cdot dx$
 $\int_0^l \frac{dx}{\cos^3 \varphi} = l \left(1 + \frac{f^2}{2l^2} \right) = L_s$ とおけば $\Delta H = - \frac{EA_c}{L_s} y' \int_0^l \eta \cdot dx$ となる。

対称振動の場合、アーチクラウンは水平方向の変位を生ずるが、その変位は橋台に結合された補剛桁によって制限される。クラウンの変位を δ_c とすれば、アーチについて

$$\delta_c = \int_0^{l/2} \Delta dx = \frac{\Delta H}{2EA_c} L_s + y' \int_0^{l/2} \eta \cdot dx \quad \text{一方補剛桁については} \quad \delta_c = \frac{2 \cdot \Delta H \cdot (l + l/2)}{EA_g} = \frac{\Delta H (2l + l)}{EA_g}$$

(したがって $-\frac{\Delta H}{2EA_c} L_s - y' \int_0^{l/2} \eta \cdot dx = \frac{\Delta H (2l + l)}{EA_g}$ となり、 ΔH および δ_c は

$$\Delta H = \frac{2EA_c}{L_s} \frac{-y'}{1 + \frac{2(2l+l)}{L_s} \frac{Ac}{Ag}} \int_0^{l/2} \eta \cdot dx, \quad \delta_c = -y' \frac{\frac{2(2l+l)}{L_s} \frac{Ac}{Ag}}{1 + \frac{2(2l+l)}{L_s} \frac{Ac}{Ag}} \int_0^{l/2} \eta \cdot dx \quad \text{となる。}$$

(図-6)を参照して、左半分のアーチリブのエネルギーに

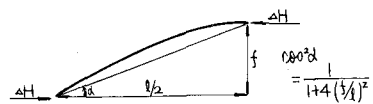
ついて考えると、その量は

$$\frac{\Delta H \cdot \cos \alpha}{2} \left(\frac{\Delta H \cdot L_s \cos \alpha}{2EA_c} - \delta_c \cos \alpha \right) = (y')^2 \frac{EA_c}{L_s} \cos^2 \alpha \left\{ \frac{1 - \frac{2(2l+l)}{L_s} \frac{Ac}{Ag}}{1 + \frac{2(2l+l)}{L_s} \frac{Ac}{Ag}} \right\}^2 \left\{ \int_0^{l/2} \eta \cdot dx \right\}^2$$

となり、アーチ全体としては

$$V_{AH}(R) = 2 \times (y')^2 \frac{EA_c}{L_s} \cos^2 \alpha \left\{ \frac{1 - \frac{2(2l+l)}{L_s} \frac{Ac}{Ag}}{1 + \frac{2(2l+l)}{L_s} \frac{Ac}{Ag}} \right\}^2 \left\{ \int_0^{l/2} \eta \cdot dx \right\}^2 \quad \text{となる。}$$

補剛桁については



(図-6)

$$V_{AH}(G) = \frac{2 \Delta H \delta c}{2} = 2 \times (y')^2 \frac{E A c}{L_s} \frac{\frac{2(l_1+l_2)}{L_s} \frac{A_c}{A_g}}{\left\{1 + \frac{2(l_1+l_2)}{L_s} \frac{A_c}{A_g}\right\}^2} \left\{ \int_0^l \eta_1 dx \right\}^2$$

となり、 $V_{AH} = V_{AH}(R) + V_{AH}(G)$ で求められる。

対称振動形として $\eta_1(x) = a_1 \sin \frac{\pi x}{l} + a_2 \sin \frac{3\pi x}{l}$, $\eta_1(x) = -(a_1 + 3a_2) \frac{l_1}{l} \sin \frac{\pi x}{l_1}$
 送対称振動形として $\eta_1(x) = a_2 \sin \frac{2\pi x}{l}$, $\eta_1(x) = -a_2 \frac{l_1}{l} \sin \frac{\pi x}{l_1}$ を仮定し

$$E = 2.1 \times 10^7 \text{ kg/cm}^2, \quad g = 9.8 \text{ m/sec}^2, \quad I_g(s) = 5.89 \times 10^{-2} \text{ m}^4, \quad I_g(c) = 9.20 \times 10^{-2} \text{ m}^4$$

$$I_c = 0.40 \times 10^{-2} \text{ m}^4, \quad A_g = 22.00 \times 10^{-2} \text{ m}^2, \quad A_c = 3.23 \times 10^{-2} \text{ m}^2, \quad l = 140.0 \text{ m}$$

$$l_1 = 42.0 \text{ m}, \quad W_s = 2.59 \text{ kg/m}, \quad W_c = 3.56 \text{ kg/m}, \quad f = 33.0 \text{ m}$$

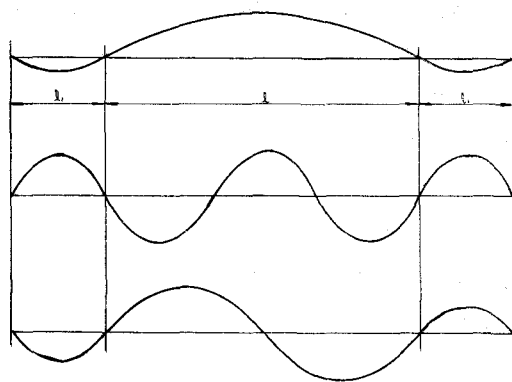
$$H = 250.37 \text{ t}, \quad L_s = 202.16 \text{ m} \quad \text{を代入すると、(表-1)の結果を得る。}$$

なお、前報告における結果を並記する。

	前回の計算値	今回の計算値	実測値
対称1次振動	0.63	0.64	0.67
、2次、	0.44	0.43	
送対称1次振動	1.04	0.58	0.56

(表-1) 振動周期 sec/c

(図-7)は仮定した振動にわみ形を示す。



(図-7)

4 結果について

植木次橋型の上路式補剛アーチにおいては、補剛桁の一端をアイバーで橋台に結合するために、補剛桁の軸方向の移動を抑え、地震力を直接橋台にとることができ、有利である。

- 1) この場合にも、送対称形の振動は依然として存在するが、アイバーのない場合と比較すると、その振動周期は大中に変っている。
- 2) 対称振動周期はアイバーのない時と変わらない。
- 3) エネルギー法でも、実用上支障のない周期を計算することができる。