

自然河川河口部における洪水波と潮汐波との重合に関する研究

東北大学工学部 正 員 岩 崎 敏 夫

東北大学大学院 学生員 ○高 井 俊 郎

1. まえがき

自然河川における非定常流れを数値計算する際、断面を単純な矩形、あるいは、広矩形に仮定しないで、手計算することは、計算過程が繁雑すぎて困難である。

本研究では、断面形を高次式で近似し、非定常流れの基本方程式を階差化することによって、デジタル・コンピューターを用いて計算をおこなった。ここでは、名取川を計算例にとり上げ、「洪水波と潮汐波との重合」、「河川固有流量と感潮域との関係」などについて検討しようとしている。計算には、東北大学計算センターの NEAC 2230 を利用し、現在も計算中であるので、計算法と、結果の一部を示す。

2. 数値計算法

非定常流れの基本方程式は、(1)、(2)の2式で表わされる。

運動方程式として

$$\frac{\partial Z}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{v^2}{2g} \right) + \frac{n^2 v^2}{R^{4/3}} + \frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} = 0 \quad (1)$$

連続方程式として

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q \quad (2)$$

ここに Z ; 基準面からの水面の高さ v ; 平均流速 n ; 粗度係数 R ; 径 深
 A ; 断面積 B ; 水面中 q ; 単位長さ当りの横流出入量 Q ; 流量

ここに示す数値計算法は、J.R. Rossiter と G.W. Lennon にならって、Initial Value Method になっている¹⁾。

Fig-1 において、 v は(1)式を用いて、直交格子間の○点に求め、 Z, A, B, R は(2)式を用いて 格点●上に求める。 Z, A, B, R の各値は、6次式で近似された、 $A-Z$ あるいは、 $Z-A, Z-B, Z-R$ 曲線より求める。

次に Fig-1 上において

$$\begin{aligned} v_{m,n+\frac{1}{2}} &\doteq \frac{1}{2} (v_{m+\frac{1}{2},n+\frac{1}{2}} + v_{m-\frac{1}{2},n+\frac{1}{2}}) \\ v_{m,n+1} &\doteq \frac{1}{2} (v_{m+\frac{1}{2},n+\frac{1}{2}} + v_{m-\frac{1}{2},n+\frac{3}{2}}) \\ v_{m,n} &\doteq \frac{1}{2} (v_{m+\frac{1}{2},n+\frac{1}{2}} + v_{m-\frac{1}{2},n-\frac{1}{2}}) \end{aligned} \quad (3)$$

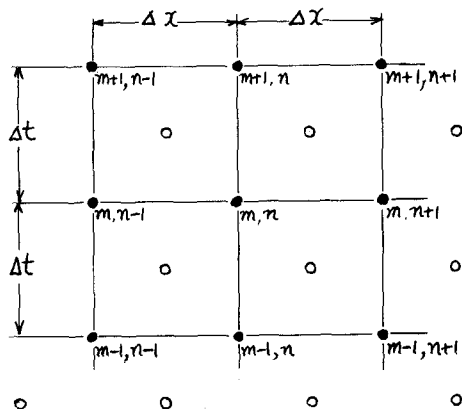


Fig-1

において、(1)式を階差化すれば、(4)式が得られる。

$$v_{m+\frac{1}{2}, n+\frac{1}{2}} = \left[v_{m-\frac{1}{2}, n+\frac{1}{2}} + \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot g (Z_n - Z_{n+1}) + \frac{\Delta t}{8\Delta x} (v_{m-\frac{1}{2}, n-\frac{1}{2}}^2 - v_{m-\frac{1}{2}, n+\frac{1}{2}}^2) \right] \\ \div \left[1 + \Delta t |v_{m-\frac{1}{2}, n+\frac{1}{2}}| \cdot g \cdot n^2 / \left(\frac{R_{m,n} + R_{m,n+1}}{2} \right)^{\frac{4}{3}} \right] - \frac{\Delta t}{4\Delta x} (v_{m-\frac{1}{2}, n-\frac{1}{2}} - v_{m-\frac{1}{2}, n+\frac{1}{2}}) \quad (4)$$

(2)式は階差化されて、(5)式のようになる。

$$A_{m+1, n} = A_{m, n} - \frac{\Delta t}{\Delta x} ((Av)_{m+\frac{1}{2}, n+\frac{1}{2}} - (Av)_{m+\frac{1}{2}, n-\frac{1}{2}}) + \Delta t \cdot g \quad (5)$$

$$\text{ここに、} A_{m+\frac{1}{2}, n-\frac{1}{2}} \div \frac{1}{2} (A_{m+1, n-1} + A_{m, n}) \quad , \quad A_{m+\frac{1}{2}, n+\frac{1}{2}} \div \frac{1}{2} (A_{m+1, n} + A_{m, n+1})$$

と近似するが、 $A_{m+1, n}$ は未知の値であるので、第1次近似値を

$$A_{m+\frac{1}{2}, n+\frac{1}{2}} \div \frac{1}{2} (A_{m, n} + A_{m, n+1})$$

として、繰返し計算を行なう。求められた $A_{m+1, n}$ より、 $Z_{m+1, n}$ の値を求めるには、 $A-Z$ 曲線を用いる。

次に(2)式を、別な方法で扱おう。(2)式の左辺第1項は、 $\frac{\partial A}{\partial t} = B \frac{\partial Z}{\partial t}$ と変形され、その結果、

$$Z_{m+1, n} = Z_{m, n} - \frac{1}{B_{m+\frac{1}{2}, n}} \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x} ((Av)_{m+\frac{1}{2}, n+\frac{1}{2}} - (Av)_{m+\frac{1}{2}, n-\frac{1}{2}}) + \frac{\Delta t}{B_{m+\frac{1}{2}, n}} \cdot g \quad (6)$$

と階差化される。ここで、断面 n と断面 $n+1$ との間の断面の特性を、取り入れるために、 $A_{m+\frac{1}{2}, n-\frac{1}{2}}$ と $A_{m+\frac{1}{2}, n+\frac{1}{2}}$ の値を、それぞれ、 $Z_{m+\frac{1}{2}, n-\frac{1}{2}}$ 、 $Z_{m+\frac{1}{2}, n+\frac{1}{2}}$ から、 $Z-A$ 曲線を用いて求める方法を考へた。 $Z_{m+\frac{1}{2}, n-\frac{1}{2}}$ 、 $Z_{m+\frac{1}{2}, n+\frac{1}{2}}$ の値は、次のように近次する。

$$Z_{m+\frac{1}{2}, n-\frac{1}{2}} \div \frac{1}{2} (Z_{m+1, n-1} + Z_{m, n}) \quad , \quad Z_{m+\frac{1}{2}, n+\frac{1}{2}} \div \frac{1}{2} (Z_{m+1, n} + Z_{m, n+1})$$

しかし、 $Z_{m+1, n}$ は未知の値であるので、第1次近似値を次のように与えて、繰返し計算をおこなう。

$$Z_{m+\frac{1}{2}, n+\frac{1}{2}} \div \frac{1}{2} (Z_{m, n} + Z_{m, n+1})$$

(4)(5)式を用いた結果と、(4)(6)式を用いた結果を、後に例示した。

3. 初期値、及び、境界値

(i) 初期値

初期値は、満潮時における背水計算の結果を与えた。

(ii) 境界値

上流側、 $N+\frac{1}{2}$ の点に洪水流入量²⁾を与え、 $V_{N+\frac{1}{2}}$ は外そう値を与えた。

河口からの流出については、噴流拡散の考え方に従った³⁾。河口外1300m の点を $n=0$ とし潮位変動を与え、それより700m 沖側に、 $n=-\frac{1}{2}$ 点をとって、そこでは、洪水流出の影響がはいものと仮定して $v=0$ を与えた。

- 計算される値
- 潮位
- × 初期値
- $v=0$
- ⊠ 洪水流量 及び v の外そう値

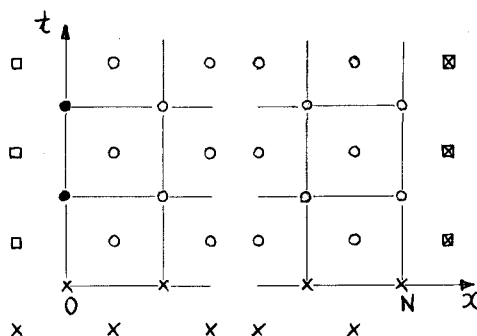


Fig-2

4. 計算例 — 名取川 —

名取川の感潮域は、河口地点 関上より名取川広瀬川の合流点 袋原に至る約6kmの区域である。河口部は、川幅が狭く、河床が急激にさがっている。

この狭さく部も、洪水時には、相当洗掘されて拡大すると思われるが、本計算においては、洗掘による断面拡大を考慮しなかった。

潮位変動は、気象庁鮎川測水所の記録を与え、昭和33年9月18-19日洪水について計算した。

感潮域は、Fig-3のように6区間に分割し

$$\Delta X \approx 1100 \text{ m}, \Delta t = 120 \text{ sec} \quad n = 0.04$$

とした。計算結果の一部を、Fig-4 に示す。

洪水波流入以前の、固有流量は $50 \text{ m}^3/\text{sec}$ とした。

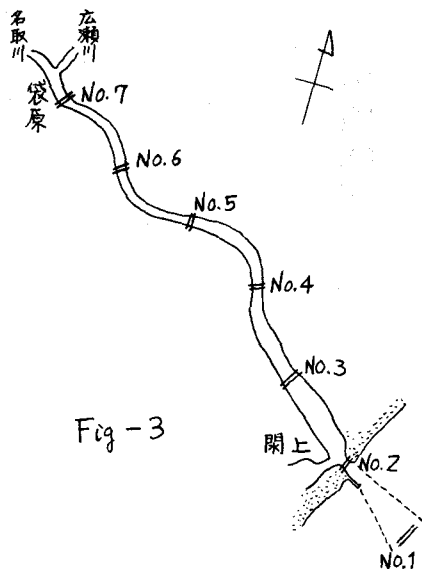


Fig-3

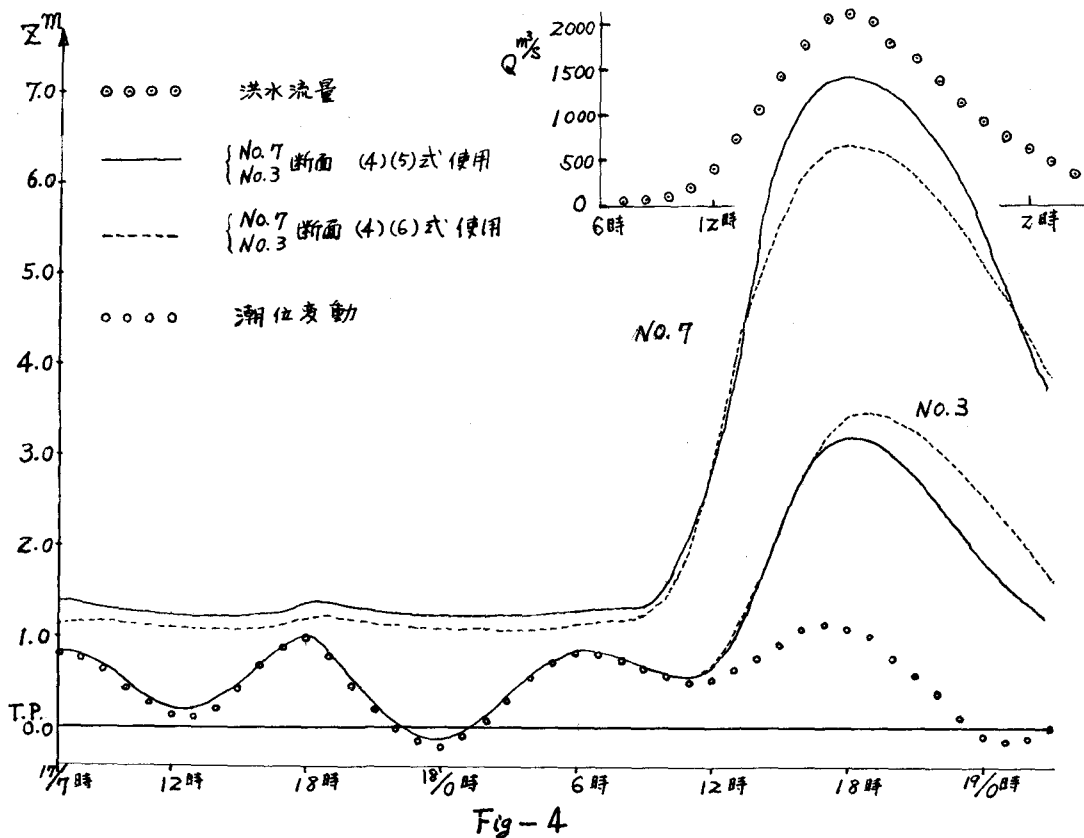


Fig-4

Fig-5に、 $Q = 2120 \text{ m}^3/\text{sec}$ とした不等流計算結果と、非定常流計算結果を示した。

不等流計算においては、検討した結果、断面No.2の下流側に支配断面があることがわかったので、断面No.2に限界水深を考慮した値、 $Z = 1.10 \text{ m}$ を与えて計算した。

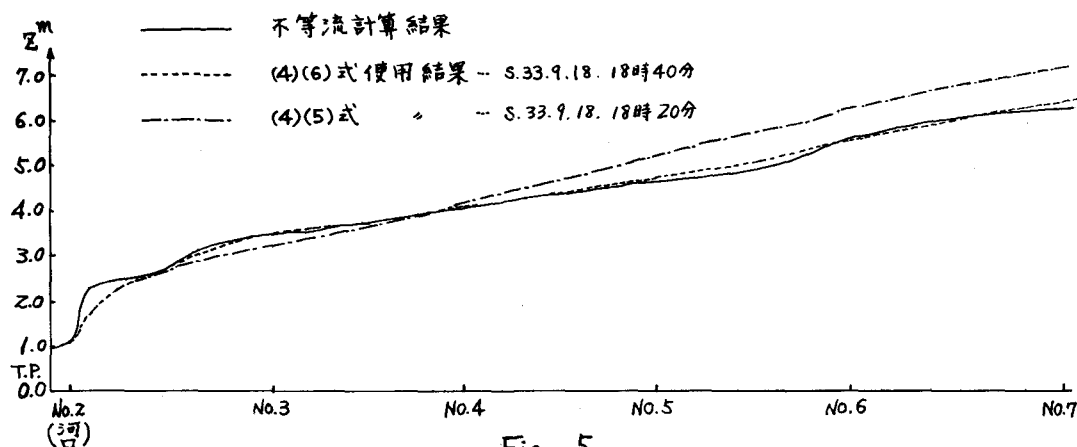


Fig-5

5. あとがき

- Fig-4 からわかるように、連続方程式 (5) 式あるいは (6) 式を用いると、両者間に、水位曲線の相違が生じる。これは (5) 式を用いた場合、7ヶの計算断面を採用しているのに対し、(6) 式を用いた場合には 13ヶの計算断面を採用しているのも原因の一つにあげられるだろうが、 $Z-B$ 曲線の近似度の良し悪しも大きな原因と思われる。なぜなら、(5) 式を用いた場合、連続条件が満足されているのに対し、(6) 式を用いた場合、 $Z-B$ 曲線の近似度が悪い断面ほど、連続条件が満足されていないことが Q の値からわかるからである。
- No. 2 と No. 3 との中央断面における、水位 Z の観測値があるが、この区間の水面曲線形は、2断面間の特性からみて単純であるとは考えられないため、計算値から中央断面の水位を推定して、観測値と比較することは、むずかしい。ただ、計算結果から推定される水位上昇が、観測値にくらべて、かなり遅れていることがわかった。
- n の値を、全区域を通じて一定としたが、今後、検討したい。また、使用した全断面について、径深 R の算定を A/B として行なったが、これも検討する必要があると思う。
- 河川固有流量の増大と共に感潮域の長さは減少することが $Q = 50 \text{ m}^3/\text{s}$, $100 \text{ m}^3/\text{s}$ の計算から、わかった。

参考文献

- 1) J.R. Rossiter, G.W. Lennon; Computation of tidal conditions in the Thames Estuary. The Institution of Civil Engineers, Proceeding, May 1965 Vol. 31
- 2) 岩崎敏夫; 名取川河口感潮部における洪水波と潮汐波との重畳に関する研究。第1部。建設工学研究振興会研究報告。昭和40年3月。
- 3) 岩崎、高井; 名取川河口感潮部の数値計算。東北支部技術研究発表会概要。昭和40年度。