論文　地下鉄振動解析におけるモデル化の違いが応答解に及ぼす影響

佐藤　和輝[1]・阿部　和久[2]・紅露　一寛[3]

[1]学生員　新潟大学大学院　自然科学研究科 (〒 950-2181 新潟市西区五十嵐二の町 8050 番地)
E-mail: F22E035C@mail.cc.niigata-u.ac.jp

[2]正会員 新潟大学教授　工学部社会基盤工学プログラム (〒 950-2181 新潟市西区五十嵐二の町 8050 番地)
E-mail: abe@eng.niigata-u.ac.jp (Correponding Author)

[3]正会員 新潟大学教授　工学部社会基盤工学プログラム (〒 950-2181 新潟市西区五十嵐二の町 8050 番地)
E-mail: kouro@eng.niigata-u.ac.jp

地下鉄軌道の振動応答解析を対象に，これまで当研究室で構築してきた 2 つの解法に基づき，当該の連成解析における各種の簡易化・モデル化が応答解に及ぼす影響について検討した．具体的には，走行車輪と軌道との連成問題と，軌道・トンネル・地盤系の定点加振問題とを組み合わせて解く簡易な解法と，走行台車を含む全ての連成を同時に考慮した解法とを対象とした．解析を通して，トンネルのモデル化や，軌道加振力の走行の有無など，各種の近似やモデル化が振動応答の周波数特性に及ぼす影響について検討した．

Key Words: *tunnel modeling, moving load, stational loading, track-slab interaction, pad damping*

1. はじめに

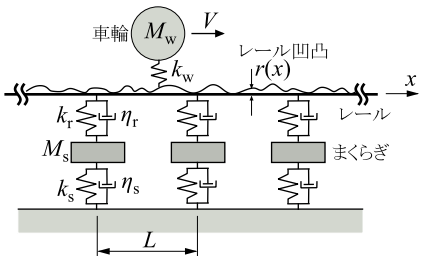
列車走行により軌道や地盤に発生する振動が軌道構造や周辺環境へ及ぼす影響を評価し，適切な低減策を講ずる上で，車両・軌道・地盤連成系の振動応答解析が有用となる．しかし，当該連成系のモデル化において，過度な精緻化は計算負荷の増大を招く．特に地下鉄軌道の場合，トンネル構造の 3 次元的な振動特性も適切に再現する場合は，問題がより複雑になることから，実用性の面で計算精度とコストの両立が求められる．

この様な背景の下，阿部ら [1),2)] は地下鉄の車両走行による近接建物内の振動・騒音を対象とした比較的簡易な評価法を提案した．文献 1) では，軌道を無限長周期構造で，トンネルを円筒形の無限長弾性体で，地盤を 3 次元無限動弾性場でモデル化し，Floquet 変換 [3),4)] 援用の下，それらから構成される連成系の波動伝播特性を評価可能な効率的解法を構成している．さらに文献 2) では，文献 1) での解析に加え，地盤内を経由して建物内に到達する振動・騒音を経験式 [5)] に基づいて評価している．なお，走行車輪と地下鉄構造との連成を，走行車輪・軌道連成系の問題と軌道・トンネル・地盤系の問題の 2 つに分離することで，計算負荷軽減を図る解法を採用した．その際に，前者においては剛基盤上に置かれた軌道と走行車輪との連成問題を時間域で解き，車輪・レール間作用力のパワースペクトル密度 (PSD) を求めている．一方，後者においては，地下鉄車両の走行速度が軌道内を伝播する波動の位相速度に比べ十分に遅いため荷重の移動効果を無視し，レール定点単位調和加振応答を別途求め，それと上述の車輪・レール間作用力 PSD との積により連成振動を近似的に評価した．

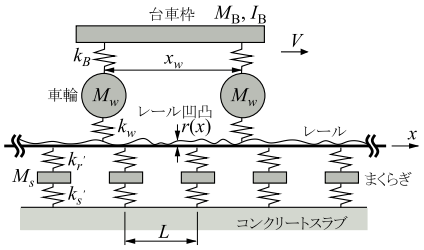
文献 1,2) の手法に対し文献 6) では，一定速度で走行する台車と地下鉄構造との連成問題を対象に，無限長のレール上に定常ランダムな凹凸を設定して，トンネル断面内に設けた観測点における振動応答のエネルギースペクトル密度 (ESD) 期待値を半解析的に求めた．当該解法は走行台車と軌道・トンネル・地盤との連成問題を厳密に解いており，文献 1,2) に比べてより高精度な解法を与えている．しかしながら，全体系の連成問題を扱う場合，計算時間は文献 1,2) の解法の 10 倍以上に増大する．

地下鉄軌道構造の防振対策検討のための振動応答解析を目的とする場合，前述の様に効率性と精度の両方に配慮した解法の選択が求められる．そこで本論文では，文献 1,2) および 6) において構成した解法に基づき，地下鉄振動応答解析における種々のモデル化や近似が連成解に及ぼす影響について比較検討する．

以下ではまず，トンネルのモデル化が計算結果に及ぼす影響について検討する．文献 1) では，トンネル断面



図–1 車輪・軌道連成系のモデル化 (解法 1)



図–2 台車・軌道連成系のモデル化 (解法 2)

を 3 節点有限要素により離散化した．断面内の曲げ振動を表現するために厚さ方向にも細分割したが，それでも高周波数域での解析精度の低下が懸念された．そのため，文献 6) の解法ではトンネルを円筒シェルでモデル化し，断面内の曲げたわみを Fourier 級数で表現した．本論文では，まず文献 1) の解法に対して，トンネルを 3 次元弾性体から円筒シェルモデルに置換し，応答の差異について調べる．次に，文献 1,2) と 6) の解法に基づき，車輪走行の有無が軌道やトンネルの振動応答に及ぼす影響について検討する．また一般に，軌道パッドやまくらぎ下パッドなどのパッド類における減衰の周波数依存性は，バネとダンパーから成る Voigt モデルのそれと異なることが知られている [7]．しかし，文献 1) の解法の様に時間域解析を行う場合，通常はパッド類を Voigt モデルで表現することとなる．そこで，パッド類における減衰のモデル化の違いが軌道やトンネルの振動応答に及ぼす影響についても調べる．

2. 対象とする問題

軌道・トンネル・地盤から構成される地下鉄構造系と，軌道上を走行する車輪または台車との動的連成問題を解析対象とする．なお，以下では文献 1, 2) によるものを解法 1，文献 6) によるものを解法 2 と呼ぶ．

(1) 軌道・車輪連成系のモデル化

図–1 は，防振まくらぎ軌道を例に，解法 1 で対象とした軌道および一定速度 V で走行する車輪から成る系のモデル化を示したものである．軌道は，間隔 L で配置されたまくらぎと，それらにより離散支持されたレール，軌道パッドおよびまくらぎ下パッドで構成されている．軌道構造としては，**図–1** の防振まくらぎ軌道の他に，まくらぎ下パッドによる防振対策を施していない直結系軌道を対象とする．なお，文献 1, 2) および 6) では，バラスト軌道で用いられる様な防振マットをコンクリートスラブの下に敷設する防振マット工法についても解析を行ったが，軌道は直結系軌道と同じくまくらぎ下パッドを持たない構造であり，動特性は直結系軌道に類似しているため，ここでは検討対象としない．レール頭頂面にはランダムな凹凸 $r(x)$ を考える．ここで，x は軌道長手方向座標である．一方，解法 2 では，**図–2** に示す様に前後 2 車輪および台車枠から成る台車と軌道との連成問題を対象としている．軌道構造は基本的に**図–1** と同じである．

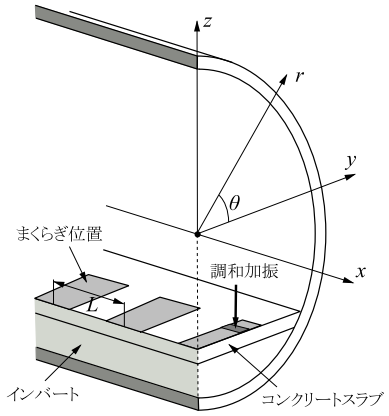
両解法とも，まくらぎは質量 M_s の質点で，パッド類は減衰を有する複素バネで表している．解法 1 ではレールたわみを Euler ばりで，解法 2 では Timoshenko ばりでモデル化している．ただし 500 Hz 以下であれば，両はりモデル間で振動特性に差異は認められない [8] ものと考えられる．また，ばね下質量 (車輪)M_w は質点で，車輪・レール間接触部は線形バネ k_w で表現した．**図–2** に示した台車枠は鉛直変位とピッチ角を自由度に持つ質量 M_B，慣性モーメント I_B の剛体で，軸ばねは減衰を有する複素剛性 k_B でモデル化した．

列車・軌道連成下で発生する振動は，上述のレール凹凸に起因する成分と，車体・台車重量に起因するパラメータ加振成分とから成る．通常の条件下における後者のピーク値は，前者の振動レベルと同程度となり得る [6]．しかし，V/L で与えられるまくらぎ通過周波数とその高調波成分を主要周波数に持つパラメータ加振に比べ，レール凹凸起因の振動応答は広い周波数域にわたり支配的となることや，低周波数域では前者が支配的となるが地下鉄では 50Hz 前後のレール凹凸起因の振動が卓越することなどから，以下の検討ではレール凹凸起因の振動のみを対象とする．当該応答は上載荷重に依存しないため [6]，本問題では車体や台車の重量に相当する静的荷重は設定していない．

(2) トンネル・地盤連成系のモデル化

両解法とも単線シールドトンネルを対象とし，地盤との連成系を**図–3** の様にモデル化している．x 軸方向に一様な無限長トンネル部には，コンクリートスラブとインバートも考慮する．トンネル本体は円筒形の無限長弾性体で，地盤は 3 次元一様無限動弾性場で与える．

以上のモデル化の下，レールやコンクリートスラブ，およびトンネルの振動加速度を評価する．



図–3 トンネル・地盤系のモデル化

3. 解法 1 の概要 [1),2)]

(1) 車輪・軌道連成解析

解法 1 では，まず**図–1** に示した剛基盤上におかれた軌道と走行車輪との連成問題を解く．なお時間域で解くため，軌道は有限長で打切り，レールをはり要素で離散化し，パッド類の減衰は弾性バネ k_r, k_s とダンパー η_r, η_s とを並列した Voigt ユニットによりモデル化した．ランダムな凹凸をレール・車輪間に設定して車輪走行解析を実施し，レール・車輪間接触力の時刻歴よりその PSD を求める．

(2) 軌道・トンネル・地盤連成解析

3.(1) の時間域解析より求めたレール・車輪間接触力 PSD を，無限長軌道・トンネル・地盤連成系に外力として作用させる．なお，前述のとおり解法 1 ではレール・車輪間接触力を定点加振力により近似し，同一断面内の応答を求める．当該問題の解は，レール定点を単位調和加振した時の応答と，レール・車輪間接触力 PSD との積により求められる．

軌道・トンネル・地盤連成系はまくらぎ間隔 L の周期性を持つ．そこで，文献 1) ではパラメータ加振成分の評価も念頭に，当該の単位調和加振問題を円振動数 ω の下で解くために，まくらぎ間隔 L に関する次の Floquet 変換 [3),4)] を適用する．

$$\tilde{f}(\tilde{x},\kappa) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(\tilde{x}+nL)e^{in\kappa L} \tag{1}$$

ここで，$f(x)$ はレールたわみやトンネル変位などの応答解であり，$\tilde{x}$ は周期長 L で規定された 1 ユニット $(-L/2, L/2)$ 内の座標，κ は Floquet 波数と呼ばれる波数次元のパラメータである．なお，逆 Floquet 変換は次の κ に関する積分で与えられる．

$$f(\tilde{x}+nL) = \frac{L}{2\pi}\int_0^{2\pi/L} \tilde{f}(\tilde{x},\kappa)e^{-in\kappa L}\, d\kappa \tag{2}$$

式 (1) の Floquet 変換により，本問題はまくらぎ間隔 L で与えられる部分構造の動的問題に帰着する．この 1 ユニット内の解は，軌道長手方向に次の Fourier 級数展開を適用して解析的に表現する．

$$\tilde{f}(\tilde{x},\kappa) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f_n(\kappa)e^{-iz_n\tilde{x}}, \quad z_n := \frac{2n\pi}{L} + \kappa \tag{3}$$

ここで，f_n は展開係数である．

コンクリートスラブ・トンネル部の解については，x 軸に直交する $y-z$ 断面を有限要素により離散近似した．一方，地盤内の放射波動場は，**図–3** に示した半径方向 r と角度 θ に関する極座標下で無限場として解析的に表現した [1)]．

レールの単位調和加振点をまくらぎ支持点 $\tilde{x}$=0 に設定する場合，当該箇所のレールたわみ振動の Floquet 変換は次式で与えられる [1)]．

$$\tilde{u}(0,\omega,\kappa) = \frac{1}{L + k_e\sum\frac{1}{X_n}}\sum_n \frac{1}{X_n} \tag{4}$$

ここで，$X_n = EIz_n^4 - \rho A\omega^2$ である．なお，解法 2 で Timoshenko ばりを用いる場合は次式で与えられる．

$$X_n = GAKz_n^2 - \rho A\omega^2 - \frac{(GAKz_n)^2}{GAK - \rho I\omega^2 + EIz_n^2} \tag{5}$$

ここで，E, G, A, I, K, ρ はそれぞれレールの弾性係数，せん断弾性係数，断面積，断面二次モーメント，せん断係数，および質量密度である．また，k_e はレール支持部の等価剛性であり次式により与えられる．

$$k_e = k_r' \frac{k_s' k_T - (k_s' + k_T)M_s\omega^2}{k_s' k_T + (k_s' + k_T)(k_r' - M_s\omega^2)} \tag{6}$$

ここで，k_r', k_s' はそれぞれ軌道パッドとまくらぎ下パッドの複素バネ定数である．k_T は，まくらぎ下のコンクリートスラブ上面における作用力と変位との関係を与える動的等価剛性であり，コンクリートスラブ・トンネル・地盤系を対象とした**図–3** の単位調和加振問題を別途解くことで求める．

式 (4) に逆 Floquet 変換を適用することで，レール単位調和加振位置におけるたわみ応答を求めることができる．また，一旦式 (4) より $\tilde{u}$ が求められると，まくらぎ・コンクリートスラブ間接触力を得ることができる．すると，さらにコンクリートスラブやトンネル内の任意点に対する伝達関数を用いることで，最終的にそれらの応答を求めることができる．

4. 解法 2 の概要 [6)]

(1) 台車・軌道・トンネル・地盤連成系の解

解法 2 では，走行台車と無限長軌道・トンネル・地盤系との連成問題を対象に周波数応答解を求める．なお，トンネルは円筒シェルでモデル化し，Floquet 変換適用の下，まくらぎ間隔 L で与えられる 1 ユニットに

対して，軌道長手方向 $\tilde{x}$ と円周方向 θ の両方に Fourier 級数展開して解を構成した．

車輪・レール間作用力の Floquet 変換に対して次の無限連立方程式が導出される．

$$[\mathbf{A}(\kappa)]\{\mathbf{f}(\kappa)\} = [\mathbf{B}(\kappa)]\{\mathbf{r}(\kappa)\} \tag{7}$$

ここで $\{\mathbf{f}\}$ は，台車の前後 2 車輪とレールとの間に作用する接触力の Floquet 変換を，式 (1) の様に級数展開した時の Fourier 係数を成分に持つベクトルである．また，$\{\mathbf{r}\}$ はレール凹凸の Floquet 変換に対する Fourier 係数からなるベクトルである．$[\mathbf{A}], [\mathbf{B}]$ は係数行列である．$[\mathbf{A}]$ の成分には，レールたわみとレール・車輪間接触力との関係式に現れる次の逆 Fourier 変換が含まれる．

$$\begin{aligned} A_{nm}(\tau,\kappa) &= \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} u_{nm}(\omega, \kappa + \frac{\omega}{V}) e^{i\tau\omega}\, d\omega, \\ u_{nm} &:= \frac{1}{VX_n}\left(\delta_{nm} - \frac{1}{X_m}\cdot\frac{k_e}{L + k_e\sum_l \frac{1}{X_l}}\right) \end{aligned} \tag{8}$$

ここで，τ は前後車輪間距離 (軸距)x_w と走行速度との比 x_w/V など，時間の次元を持つ変数である．

式 (7) を $\{\mathbf{f}\}$ について解くと，レール定点の周波数応答解 $\hat{u}(\tilde{x},\omega)$ は次の逆 Floquet 変換により求めることができる．

$$\hat{u}(\tilde{x},\omega) = \frac{L}{2\pi}\int_0^{2\pi/L} [\boldsymbol{\alpha}^T(\tilde{x},\omega,\kappa)]\left\{\mathbf{r}\left(\kappa - \frac{\omega}{V}\right)\right\}\, d\kappa \tag{9}$$

ここで，$\{\boldsymbol{\alpha}\}$ は式 (7) の行列 $[\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}]$ の要素を含むベクトルであり，$(\cdot)^T$ は転置を意味する．

(2) ランダム振動応答の期待値

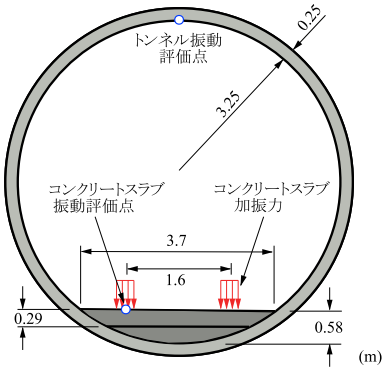
解法 2 では，定常ランダムなレール凹凸 $r(x)$ に対する式 (9) の周波数応答より ESD($|\hat{u}|^2$) を求める．なお，この ESD はレール凹凸に依存するため，同一の定常ランダム性を有するレール凹凸であっても，個々の凹凸に対して異なる ESD が得られる．そこで，さらにその期待値 E($|\hat{u}|^2$) を導出した．当該 ESD 期待値は次の逆 Floquet 変換により与えられる．

$$\begin{aligned} \mathrm{E}(|\hat{u}(\omega)|^2) = &\frac{1}{2\pi}\sum_n \int_0^{2\pi/L} S_r\left(z_n(\kappa) - \frac{\omega}{V}\right) \\ &\times |\alpha_n(\omega,\kappa)|^2\, d\kappa \end{aligned} \tag{10}$$

ここで，S_r はレール凹凸の PSD，α_n は式 (9) のベクトル $\{\boldsymbol{\alpha}\}$ の成分である．なお，加速度 ESD 期待値は E($|\hat{u}|^2$) に ω^4 を乗ずることで求められる．また，コンクリートスラブやトンネルにおける振動応答の ESD 期待値も同様にして求めることができる．

式 (10) より振動応答 ESD 期待値を求める際の逆 Floquet 変換は，数値積分で処理する．よって，κ の各積分点に対し α_n を求める必要があり，そのためには式 (8) の A_{nm} を計算しておく必要がある．A_{nm} は周波数に関する逆 Fourier 変換で与えられ，この積分も数値的に処理することとなる．この各積分点毎に等価剛性 k_e を評価するために，コンクリートスラブ・トンネル・地盤系の単位調和加振問題を解いて k_T を求めておく必要がある．本手法における解析時間の多くはこの計算に費やされている．

一方，解法 1 の場合，コンクリートスラブ上面の等価剛性 k_T の評価は，式 (4) に逆 Floquet 変換を施す際の κ に関する積分点毎に 1 回実施するだけで良く，解法 2 に比べて計算時間が大幅に短縮される．



図–4 トンネル断面の解析条件

5. 解析結果

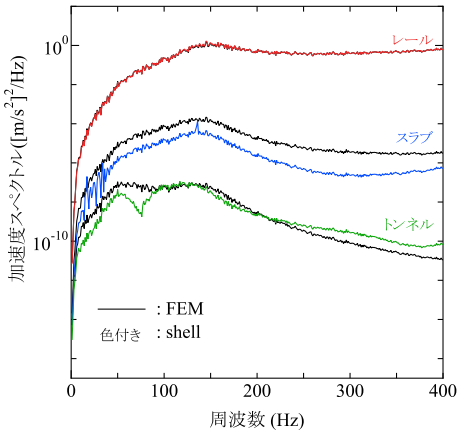
(1) 解析条件 [6)]

解析対象としたトンネル断面を**図–4** に示す．円形断面のトンネル本体とコンクリートスラブおよびインバート部については，せん断弾性係数を 13.5 GPa，ポアソン比を 0.2，質量密度を 2400 kg/m^3 とし，減衰を loss factor 0.1 で与えた．地盤については，縦波と横波の伝播速度をそれぞれ 412 m/s と 220 m/s，質量密度を 2200 kg/m^3 と設定した．なお，トンネル内の応答を主目的としており，無限場での放射条件が考慮されていることもあり，減衰はゼロとしている．軌道スラブ上面の等価剛性 k_T を求めるための加振力は，**図–4** に示すまくらぎ支持箇所 (幅 0.3 m，軌道方向 0.25 m の矩形域) に作用する等分布力で与えた．

レールは UIC60 とし，EI=6.3 MN·m^2，GAK =207 MN，ρA =60.34 kg/m，ρI =0.24 kg·m と設定した．レール 1 本当たりのまくらぎ質量 M_s は 100 kg，まくらぎ間隔 L は 0.6 m とした．軌道パッドのバネ定数は，直結系軌道の場合 30 MN/m とし，防振まくらぎ軌道の場合は 83 MN/m と設定した．また，防振まくらぎ軌道におけるまくらぎ下パッド剛性は 10 MN/m とした．パッド類の減衰は，解法 1 の車輪・軌道連成問題が時間域で解析されていることから，それと整合させるために周波数域解析でも Voigt モデルを基本とする．

表–1 台車に関する設定値 (レール 1 本分)

台車枠質量	M_B (kg)	1500.0
台車慣性モーメント	I_B (kg· m^2)	500.0
軸ばね	k_B (MN/m)	1.0
軸ダンパー	η_B (kN·s/m)	40.0
ばね下質量	M_w (kg)	600.0
軸距	x_w (m)	2.1



図–5 トンネルのモデル化の影響 (直結系軌道)

その際の減衰係数は，100 Hz において loss factor 0.2 に一致する様に次式により設定した．

$$\eta = \frac{k_0 \phi}{\omega_0} \tag{11}$$

ここで，η, k_0, ϕ はそれぞれパッド類の減衰係数，バネ定数および loss factor である．また，ω_0 は設定周波数である．

台車に関する諸条件を**表–1** に示す．なお，解法 1 では**表–1** のばね下質量を有する車輪のみをモデル化した．また，レール・車輪間の接触バネ定数 k_w は 1.5 GN/m，台車の走行速度 V は 20 m/s とした．

レール頭頂面のランダム凹凸の PSD は次式で与えた．

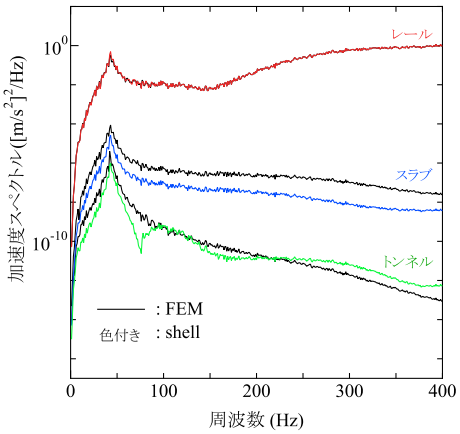
$$S_r(k) = \frac{A_r}{k^4} \tag{12}$$

ここで，k は波数である．また，定数 A_r は 4.54×10^{-7} m^{-1} に設定した [6),9)]．

式 (8) の逆 Fourier 変換は，±500 Hz までの区間を 50 等分割し，各小区間を 6 点 Gauss 積分で評価した．

(2) トンネルのモデル化の影響

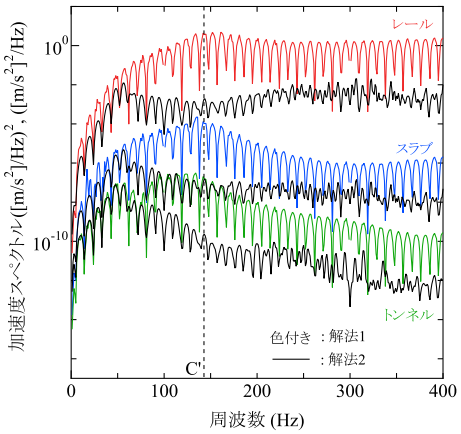
解法 1 を対象に，トンネルのモデル化が結果に及ぼす影響について検討した．なお，有限要素 (FEM) による場合は，トンネル厚さ方向を 10 分割，円周方向を 48 分割した．一方，円筒シェル (shell) による場合は，精度を確認の上 [6)]，Fourier 級数を ±24 項で打ち切った．



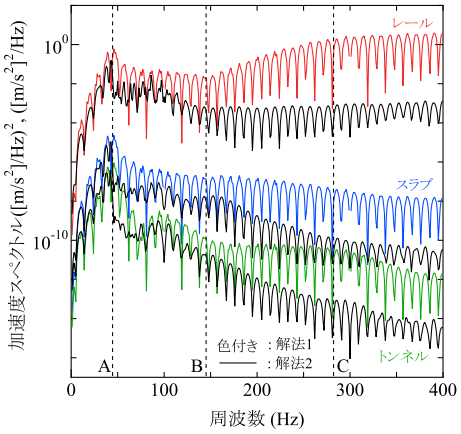
図–6 トンネルのモデル化の影響 (防振まくらぎ軌道)

直結系軌道と防振まくらぎ軌道におけるまくらぎ直上加振点と同一断面内での結果をそれぞれ**図–5** と**図–6** に示す．文献 1, 2) では応答に 1/3 オクターブバンド毎の平滑処理を施したが，ここでは詳細な比較を行うため平滑化を実施していない．なお，レール・車輪間接触力の PSD は，十分に長い距離の走行データより求めたものであれば，レール凹凸の定常的特性が適切に反映され，個々の凹凸形状に依らないものが得られるはずである．ここでは時間増分 2×10^{-4} s の下，1 秒間 (20 m) の走行解析から PSD を求めたが，その都度ランダムに設定したレール凹凸に対する結果には平均値に対し ±60%程度のバラツキが認められたため，10 回の走行データの平均値を用いることとした．また，本解析では軌道定点加振に対する応答を解析しているので，加速度 PSD を求めていることになる．一方解法 2 では，前述のとおり走行荷重に対する加速度 ESD 期待値が得られる．以下では，これらを総称して加速度スペクトルと呼ぶこととする．

レール応答は一般に剛基礎上の軌道と大差無く，**図–5** と**図–6** よりトンネルのモデル化の影響をほとんど受けていないことがわかる．一方，コンクリートスラブとトンネルの振動加速度において，モデル化の影響が多少現れている．ただし，ここに示した 400 Hz 以下の周波数域であれば，応答特性自体には顕著な違いは認められない．なお，円筒シェルモデルでは，直結系軌道と防振まくらぎ軌道共に 70 Hz 付近のトンネル応答に落ち込みが認められる．両者間における同様の傾向は，二次元平面ひずみ条件下での加振応答でも認められていた [6)]．これには定点加振による断面変形モードが関係しているものと考えられるが，FEM モデルには離散化誤差が，一方シェルモデルにはモデル化の影響が考えられ，両者間の差異の原因は必ずしも明らかではない．



図–7 解法 1 と解法 2 の比較 (直結系軌道)



図–8 解法 1 と解法 2 の比較 (防振まくらぎ軌道)

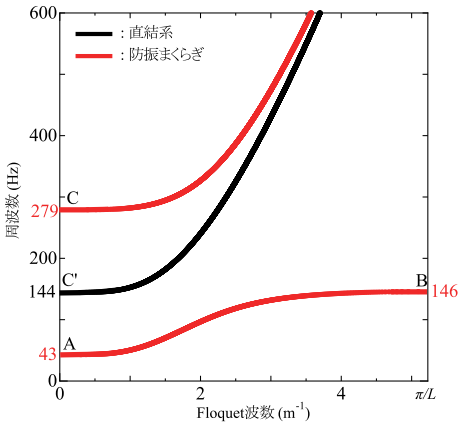
(3) 解法 1 と解法 2 の比較

解法 1 でトンネルを円筒シェルでモデル化したものと解法 2 とによる結果を比較した．なお解法 1 は 1 車輪の問題を対象としている．そこで解法 2 との比較に当り，x_w 離れて作用する前後車輪の加振力の重畳効果を模擬した応答に変換した．ただし，2 車輪間の動的連成や台車枠の影響までは考慮していない．この場合の変位スペクトル $|\hat{u}'|^2$ は次式で与えられる．

$$|\hat{u}'(\omega)|^2 = 2\left(1+\cos\frac{x_w\omega}{V}\right)|\hat{u}(\omega)|^2 \qquad (13)$$

直結系軌道と防振まくらぎ軌道における結果をそれぞれ**図–7** と**図–8** に示す．前述のとおり，解法 1 では定点加振応答を求めている．一方，解法 2 では，走行台車による振動を定点で観測している．そのため，前者は PSD で，後者は ESD で評価されており，本来それらは異なる．それでも何れの軌道構造においても，約 50 Hz 以下の低周波数域では，両解法間に比較的良好な一致が認められる．

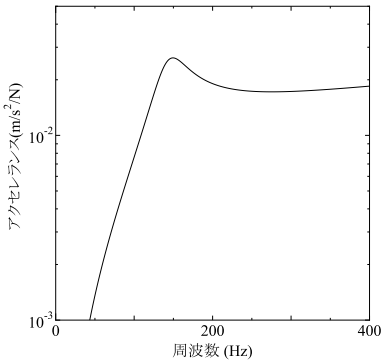
それより高周波数域における応答の乖離は，**図–7** に示した直結系軌道では 150 Hz 付近で最も顕著となっている．本解析で設定した直結系軌道の分散曲線を**図–9** に黒線で示した．当該軌道のレール内を伝播する波動モードは 144 Hz(図中 C' 点) 以上の周波数域 (パスバンド) に分布しており，この下端周波数で定在波が励起される．よって，定点加振では加振点近傍に振動エネルギーが局在し，当該周波数で共振による振動増幅が発生する．また**図–10** は，直結系軌道のレール定点単位調和加振に対する当該箇所の加速度応答を示したものである．144 Hz に応答の卓越が認められ，上述の共振が確かに発生していることが確認できる．



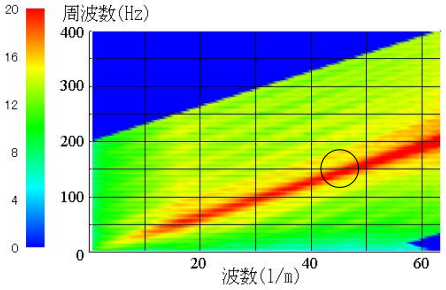
図–9 軌道分散曲線

一方，台車走行に伴う振動を定点観測している解法 2 では，加振点通過時以外では定在波が観測点にまで到達することは無く，その結果，当該周波数において ESD の増幅は発生しない．この傾向は，**図–11** からも確認できる．**図–11** は，剛基盤上の直結軌道を対象に，単位 PSD の調和波形で与えられたレール凹凸上を台車が走行する場合のレール加速度 ESD 応答を，凹凸波数 k と周波数で与えられる平面上に図示したものである．$\omega = Vk$ で与えられる走行線上に高い値を示す赤色の領域が分布しており，ここで主要応答が励起されているが，定在波が発生する 150 Hz 付近の走行線上 (図中黒丸の領域) に特段の増幅は認められない．以上より，150 Hz 付近における応答の差異は，加振力の移動を考慮していない解法 1 で得られた共振応答に起因するものと考えられる．なお，応答特性の差異に関わる他の要因としてレールのモデル化 (Euler ばりと Timoshenko ばりの違い) が挙げられるが，別途行った解析より 400 Hz 以下では [8] この影響は無視し得ることを確認した．また台車枠の有無の影響は，50 Hz 以下で多少認められたものの，それより高周波数域では認められなかった．

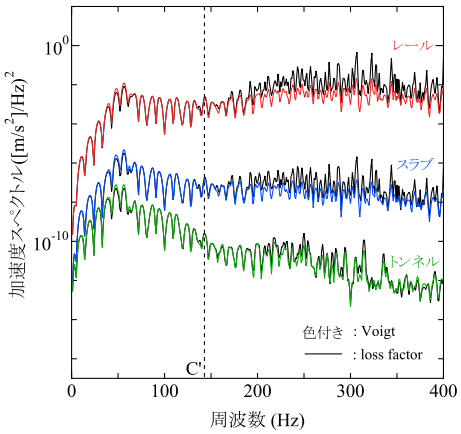
図–8 に示した防振まくらぎ軌道での両解法間に認められる応答の乖離は，レール，コンクリートスラブ，トンネルのいずれの応答においても，図中 B 点の周波数



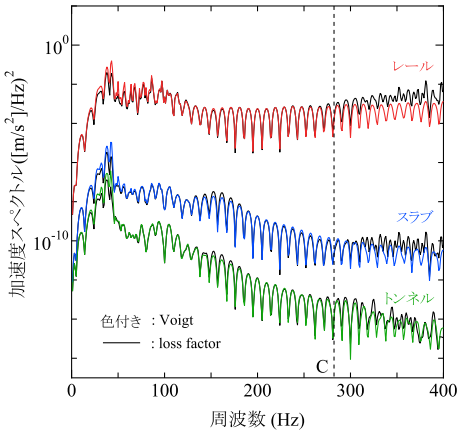
図–10 直結系軌道のアクセレランス



図–11 単位 PSD 調和波形のレール凹凸に対する ESD 応答 (直結系軌道). 加速度 ESD(a) の $\log a + 10$ を表示



図–12 パッド類減衰のモデル化の比較 (直結系軌道)



図–13 パッド類減衰のモデル化の比較 (防振まくらぎ軌道)

から増大し出し C 点で最大となっている．なお，**図–9** に赤線で示した防振まくらぎ軌道の分散曲線は，2 つのパスバンドを有している．図中 A-B 間のパスバンドはまくらぎ振動で特徴付けられる波動モードを持つ．これに対し C 点以上のものはレールが大きく振動するモードで特徴付けられる [8]．よって，C 点における定在波モードは，直結系軌道の C' 点のそれに相当する．このことから，直結系軌道に関する前述の議論と同様に，C 点前後において認められる応答の差異は，解法 1 において車輪走行の効果が反映されていないことに因るものであると考えられる．

(4) パッド減衰のモデル化の影響

これまでは，解法 1 との比較のため，解法 2 でもパッド類減衰を Voigt モデルで与えた．しかし解法 2 は周波数域解法であり，減衰の周波数依存性を任意に設定可能である．そこで，当該減衰のモデル化が結果に及ぼす影響について調べた．**図–7** と**図–8** に示した Voigt モデルを用いた解法 2 の結果と，loss factor を周波数によらず 0.2 に固定 [7] して求めた結果とを合わせて**図–12**(直結系軌道) と**図–13**(防振まくらぎ軌道) に示す．

前述のとおり，Voigt モデルのパッド減衰は，式 (11) に基づき 100 Hz における減衰が loss factor 0.2 のものと一致する様に設定した．そのため，それより高い周波数域において，Voigt モデルは減衰過剰となる．**図–12** の直結系軌道では，レール内に波動伝播が生じ出す 150 Hz 付近 (図中 C' の周波数) からその影響が認められる．特にレール応答でその傾向が最も顕著に現れている．これは，レール振動に伴い軌道パッドの伸縮が増幅されたことによるものと考えられる [10]．

一方，**図–13** の防振まくらぎ軌道では，レール主体の振動モードが 279 Hz(図中 C の周波数) から励起されるため，その周波数以上で減衰モデルの影響が現れている．ただし，何れの軌道構造においても，両減衰モデル間で概ね同オーダーの応答が得られており，その違いによる影響は比較的軽微である．

6. おわりに

地下鉄の振動応答解析における各種のモデル化や近似が結果に及ぼす影響について調べた．トンネルを 3 次元弾性体でモデル化して断面を有限要素で離散化し

た場合と，円筒シェルでモデル化して Fourier 級数展開した場合との比較では，コンクリートスラブやトンネルの応答に多少の違いが認められたものの，70 Hz 付近での挙動以外では比較的良好な一致が得られた．

また，軌道定点加振解析により応答を近似評価した解法 1 では，車輪走行による加振力の移動が再現されていない．そのため，特に直結系軌道ではレール内を波動が伝播し出すパスバンド下端周波数を中心に，本来は定点で観測され得ない共振の影響により応答が大きめに評価され，その結果 50 Hz 付近の車輪・軌道系の共振ピークが不明瞭となることがわかった．一方，防振まくらぎ軌道の場合，1 つ目のパスバンド上端 (B 点) までの周波数では両解法で比較的良好な一致が認められ，地下鉄で主要な周波数域の評価に解法 1 も適用可能と考えられる．

パッド類減衰を Voigt モデルで表現した場合，等価な loss factor は周波数に比例して増加する．これによる現実の減衰特性との差異が応答に及ぼす影響についても調べた．その結果，減衰のモデル化の影響は，レール振動で特徴付けられる波動モードのパスバンド下端より現れるものの，今回対象とした範囲の周波数域に関する限り比較的軽微であることがわかった．

REFERENCES

1) 阿部和久，山田高也，古田　勝，末原美智子，紅露一寛: 地下鉄トンネル・地盤連成系の三次元加振応答解析，土木学会論文集 A2(応用力学)，Vol.74, No.2, pp. I_523-I_534, 2018. [Abe, K., Yamada, K., Furuta, M., Suehara, M. and Koro, K.: A 3-D analysis method for dynamic soil/subway tunnel interaction problems, *Journal of JSCE (A2)*, Vol.74, No,2, pp. I_523-I_534, 2018.]
2) 山田高也，山田壮太，阿部和久，古田　勝，末原美智子，吉武　翔，紅露一寛: 地下鉄軌道構造が近接建物内の振動・騒音に及ぼす影響の解析的評価，鉄道工学シンポジウム論文集，No.23, pp. 275-282, 2019. [Yamada, K., Yamada, S., Abe, K., Furuta, M., Suehara, M., Yoshitake, S. and Koro, K.: Numerical evaluation of influence of track structure on vibration and noise in a neighboring building induced by subway train, *Journal of Railway Engineering, JSCE*, No.23, pp. 275-282, 2019.]
3) Clouteau, D., Arnst, M., Al-Hussaini, T.M. and Degrande, G.: Freefield vibrations due to dynamic loading on a tunnel embedded in a stratified medium, *Journal of Soundand Vibration*, Vol.283, pp. 173-199, 2005.
4) Clouteau, D., Elhabre, M.L. and Aubry, D.: Periodic BEM and FEM-BEM coupling, Application to seismic behaviour of very long structures, *Computational Mechanics*, 25, pp. 567-577, 2000.
5) 津野　究，藤井光治郎，古田　勝，日下部治: 地下鉄振動による建物内の固体音の一予測例，J-Rail2005 講演論文集，501-504, 2005. [Tsuno, K., Fujii, K., Furuta, M. and Kusakabe, O.: Prediction of borne noise in buildings caused by subway-induced vibration. *J-Rail 2005*, pp. 501-504, 2005.]
6) 阿部和久，佐藤和輝，紅露一寛: 列車走行による地下鉄トンネルのランダム振動解析，土木学会論文集 A2(応用力学)，Vol.79, No.15, 22-15020, 2023. [Abe, K., Sato, K. and Koro, K: Random vibration analysis of subway tunnel excited by running train, *Japanese Journal of JSCE (A2)*, Vol.79, No.15, 22-15020, 2023.]
7) Thompson, D.: Railway noise and vibration, Chap.3, Elsevier, 2009.
8) 阿部和久，古屋卓稔，紅露一寛 : まくらぎ支持された無限長レールの波動伝播解析，応用力学論文集，Vol.10, pp. 1029-1036, 2007. [Abe, K., Furuya, T. and Koro, K.: Wave propagation in an infinite rail discretely supported by sleepers, *Journal of Applied Mechanics JSCE*, Vol.10, pp. 1029-1036, 2007.]
9) Gupta, S., Liu, W.F, Degrande, G. Lombaert, G. and Liu, W.N.: Prediction of vibrations induced by underground railway traffic in Beijing, *Journal of Sound and Vibration*, Vol.310, pp. 608-630, 2008.
10) 阿部和久，袴田翔太，紅露一寛: パッド減衰が軌道分散特性に及ぼす影響，鉄道工学シンポジウム論文集，No.26, pp. 267-274, 2022. [Abe, K., Hakamada, S. and Koro, K.: Influence of pad damping on track dispersion curves, *Journal of Railway Engineering, JSCE*, No.26, pp. 267-274, 2022.]

(Received March 31, 2023)
(Accepted June 9, 2023)

INFLUENCE OF NUMERICAL MODELING IN BOGIE-SUBWAY INTERACTION ANALYSIS ON VIBRATION RESPONSE

Kazuki SATO, Kazuhisa ABE and Kazuhiro KORO

Influence of numerical modeling in bogie-track-tunnel-soil interaction problems on the dynamic response of the subway structure is investigated. In this study two analysis methods are considered. One is a rather simple method consisting of the wheel-track interaction subsystem and the track-tunnel-soil subsystem subjected to a stationary harmonic excitation, and the other is a semi-analytic stochastic method considering the whole interaction components simultaneously with the stationary random railhead roughness. Modeling and approximations of the tunnel, moving bogie and pad damping are discussed based on comparison between numerical results obtained by both methods, in the context of vibration assessment.