

論文 バラスト材の複数の材料物性値の空間的ばらつきを考慮したバラスト道床沈下解析法

紅露一寛¹・阿部和久²

¹ 正会員 博士(工学) 新潟大学教授 工学部工学科社会基盤工学プログラム (〒950-2181 新潟市西区五十嵐二の町 8050)
E-mail: kouro@eng.niigata-u.ac.jp (Corresponding Author)

² 正会員 工博 新潟大学教授 工学部工学科社会基盤工学プログラム (〒950-2181 新潟市西区五十嵐二の町 8050)
E-mail: abe@eng.niigata-u.ac.jp

バラスト材の力学挙動を cyclic densification モデルに基づく弾塑性モデルで表現した上で、バラスト材の複数の材料物性値の空間的ばらつきがバラスト道床沈下解析結果に及ぼす影響を定量的に評価する確率有限要素解析法を構成した。バラスト材の個々の材料物性値の空間的ばらつきは Karhunen-Loeve 展開でモデル化した上で、道床沈下変位などの解析結果に及ぼす入力物性値の空間的ばらつきの影響は、stochastic collocation method を用いて評価した。数値実験結果から、複数の材料物性値の空間的ばらつきを同時に考慮した場合、本手法で得られた標準偏差は、 K_{ref} 1 種類のみの空間的ばらつきを考慮した場合よりも増幅することがわかった。また、複数の材料物性値の空間的ばらつきを完全相関とした場合では、互いに独立と仮定した場合に比べて、入力情報のばらつきが解析結果に及ぼす影響が大きくなる傾向が認められた。

Key Words : *spatial variation of several material parameters of ballast, ballast settlement analysis, Karhunen-Loeve expansion, polynomial chaos, stochastic collocation method, stochastic FEM*

1. はじめに

国内外の鉄道で広く採用されているバラスト道床は、粒径数 cm の碎石粒子の集合体からなり、列車荷重の分散や衝撃緩和、騒音低減、排水性の高さ等の利点を有しているものの、列車の通過に伴う荷重の繰り返し作用によって、不可逆変位が発生・進展し、最終的には著大な軌道狂いを伴う軌道破壊に至る。そのため、バラスト道床は定期的な保守作業や更新が必要となり、軌道保守作業の効率化における課題の一つとなっている。

これまで、多くの研究者が軌道破壊の進展則の開発に取り組んでおり、並行してバラスト道床内部の不可逆変形挙動の評価シミュレーションの試みもなされている。特に著者らは、バラスト道床の繰り返し変形挙動を cyclic densification モデル¹⁾に基づく弾塑性連続体でモデル化した上で、有限要素法を用いて道床沈下量を定量評価する手法を構成し、その有用性を検討してきた²⁾。ただし、バラスト材は碎石粒子の形状や配置の空間的不均一性に起因して、その力学挙動にはばらつきが観測され、ばらつきは空間的に何らかの相関を持った形で発現していると思われる。一方、バラスト道床の繰り返し変形挙動をモデル化する場合においては、力学挙動の空間的ばらつきはバラスト材の弾塑性挙動の空間的ばらつき、具体的には弾塑性モデルの材料物性値の空間的ばらつきとして取り扱うこととなる。そこで著者らは、bounding body 近似に基づくスペクトル確率・弾塑性有限要素法を用いることで、バラス

ト材の Young 率の空間的ばらつきを考慮したバラスト道床沈下解析を試みている³⁾。しかし、文献³⁾の手法は、Young 率の空間的ばらつきしか考慮できないものであったため、文献⁴⁾では決定論的解析に基礎を置くモンテカルロシミュレーション⁵⁾のメリットを損ねることなく解析時の計算負荷を軽減しうる方法として、確率空間での解析結果の応答を複数の決定論的解析結果を用いて最小二乗法により評価する stochastic collocation method⁶⁾を用いることで、バラスト材の弾塑性挙動を制御する材料物性値の空間的ばらつきを考慮した道床沈下解析を行なっている。しかしながら、上記の先行研究では、いずれにおいてもバラスト材の材料物性値の空間的ばらつきは 1 種類の材料物性値に限定されており、バラスト道床沈下解析においてバラスト材の複数の材料物性値の空間的ばらつきを同時に考慮する試みは未検討である。なお、バラスト材の複数の材料物性値の空間的ばらつきを同時に考慮した軌道の力学応答の解析は、著者らによりバラスト材の Young 率と質量密度の空間的ばらつきを考慮して軌道振動解析を行ない、軌道各部の作用力への影響を評価した研究成果⁷⁾が示されているのみである。

そこで本研究では、バラスト材の力学挙動を cyclic densification モデルに基づく弾塑性モデルで表現したバラスト道床沈下・弾塑性有限要素解析を対象に、バラスト材の複数の材料物性値の空間的ばらつきがバラスト道床沈下解析結果に及ぼす影響を定量的に評価する

確率有限要素解析法を構成する。バラスト材の材料物性値の空間的ばらつきは Karhunen-Loeve 展開⁸⁾ でモデル化したうえで、入力物性値の空間的ばらつきが道床沈下解析結果に及ぼす影響は、stochastic collocation method⁶⁾ を用いて評価する。当該の手法では、材料物性値のばらつきは Karhunen-Loeve 展開の正規確率変数を擬似乱数で与え、各乱数値に対応する解析を決定論的に実行し、ばらつきの影響の評価対象とする出力応答を事前に生成しておく。評価対象とする力学応答の確率空間での挙動は、polynomial chaos 展開を導入したうえで、複数通りの出力応答から最小二乗法により評価する。簡単な数値実験結果を通して、まくらぎ位置での道床上面鉛直変位の期待値および標準偏差に及ぼす入力物性値の空間的ばらつきの影響について検討する。

2. Cyclic densification モデル

有道床軌道を構成するバラスト材の弾塑性挙動は、Suiker らが提案した cyclic densification モデル¹⁾ を用いて表現する。当該の構成モデルは、無荷重状態から最大外力作用時までのつり合い解を得る際に用いる「単調荷重モデル」と、最大外力繰り返し作用時のつり合い状態の変化を追跡するのに用いる「繰り返し荷重モデル」の2つから構成される。

単調荷重モデルでは、圧力依存性を考慮した弾性特性を表現する構成式を次式で与える。

$$\dot{\sigma}_{ij} = D_{ijkl}(p) (\dot{\epsilon}_{kl} - \dot{\epsilon}_{kl}^p) \quad (1)$$

$$D_{ijkl}(p) = \frac{3K_t}{2(1+\nu)} \left[(1-2\nu)(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}) + 2\nu\delta_{ij}\delta_{kl} \right], \quad (2)$$

$$K_t = K_{ref} \left(\frac{p}{p_{ref}} \right)^{1-n^e}$$

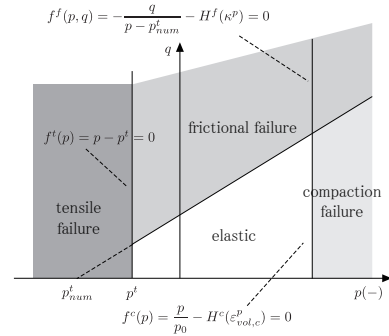
ここで、 t は制御パラメータであり、 $\dot{\cdot}$ は t に関する物質微分とする。 σ_{ij} は応力テンソル、 ϵ_{kl} は全ひずみ、 ϵ_{kl}^p は塑性ひずみである。 $p = \sigma_{kk}/3$ であり、 ν は Poisson 比、 K_{ref} 、 n^e 、 p_{ref} は弾性挙動を制御する材料物性値である。なお、式(2)の K_t は式(3)でも用いられる p_{num}^t を用いて初期剛性を与えて解析の不安定化を回避している。

塑性変形は、摩擦すべり、体積収縮、引張破壊の3つの破壊メカニズムの下で発現するものとする。3つの破壊形態に対応する降伏関数をそれぞれ f^f 、 f^c 、 f^t とし、降伏条件を次式で定義する。

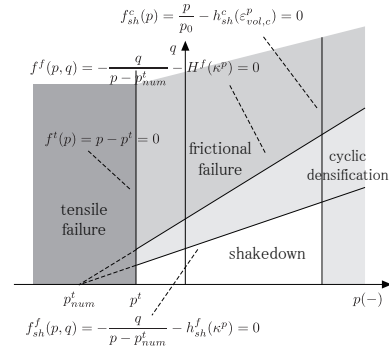
$$f^f(q, p, \kappa_0^p) = -\frac{q}{p - p_{num}^t} - H^f(\kappa_0^p) = 0,$$

$$f^c(p, \epsilon_{vol,c,0}^p) = \frac{p}{P_0} - H^c(\epsilon_{vol,c,0}^p) = 0, \quad (3)$$

$$f^t(p) = p - p^t = 0,$$



(a) 単調荷重モデル



(b) 繰り返し荷重モデル

図-1 Cyclic densification モデルの降伏面・破壊面形状

なお、 $q = \sqrt{3s_{ij}s_{ij}/2}$ 、 $s_{ij} = \sigma_{ij} - p\delta_{ij}$ である。降伏面形状は図-1(a) に示す通りである。

式(3)の硬化関数は次式で定義する。

$$H^f(\kappa_0^p) = H_0 + (H_m - H_0) [1 - \exp(-\zeta^f \kappa_0^p)],$$

$$H^c(\epsilon_{vol,c,0}^p) = 1 + \zeta^c \epsilon_{vol,c,0}^p \quad (4)$$

ここで、 κ_0^p 、 $\epsilon_{vol,c,0}^p$ はそれぞれ摩擦滑り、体積圧縮に関する塑性乗数であり、 p^t は引張破壊の降伏平均応力、 P_0 、 H_0 、 H_m 、 ζ^f 、 ζ^c は塑性降伏およびひずみ硬化を制御する材料物性値である。

流動則は、地盤材料において広く用いられている非関連流動則で与える。塑性ひずみ速度を $\dot{\epsilon}_{kl}^p$ とし、次式で与える。

$$\dot{\epsilon}_{ij}^p = \dot{\kappa}_0^p \frac{\partial G^f(q, p, \kappa_0^p)}{\partial \sigma_{ij}} + \dot{\epsilon}_{vol,c,0}^p \frac{\partial G^c(p, \epsilon_{vol,c,0}^p)}{\partial \sigma_{ij}} + \dot{\epsilon}_{vol,t,0}^p \frac{\partial G^t(p)}{\partial \sigma_{ij}} \quad (5)$$

ここで、 $\dot{\epsilon}_{vol,t,0}^p$ は引張破壊に関する塑性乗数速度である。塑性ポテンシャル G^f 、 G^c 、 G^t は次式で定義する。

$$G^f(p, q, \kappa_0^p) = q + D^f(\kappa_0^p)p,$$

$$D^f(\kappa_0^p) = D_0 + (D_m - D_0) [1 - \exp(-\zeta^f \kappa_0^p)],$$

$$G^c(p, \epsilon_{vol,c,0}^p) = -p + H^c(\epsilon_{vol,c,0}^p)P_0,$$

$$G^t(p) = f^t(p), \quad (6)$$

ここで, D_0, D_m は材料物性値である.

一方, 繰り返し載荷モデルでは, 制御変数を負荷サイクル数 N に置換した次式の構成則を出発点とする.

$$\frac{d\sigma_{ij}}{dN} = D_{ijkl}(p) \left(\frac{d\varepsilon_{kl}}{dN} - \frac{d\varepsilon_{kl}^p}{dN} \right) \quad (7)$$

塑性ひずみ ε_{ij}^p は, 単調載荷モデル同様, 摩擦すべり・体積圧縮・引張破壊の3つの破壊メカニズムを考慮した上で, 非関連流動則により次式で与える.

$$\begin{aligned} \frac{d\varepsilon_{ij}^p}{dN} = & \frac{d\kappa^p}{dN} \frac{\partial g^f(q, p, \kappa^p)}{\partial \sigma_{ij}} \\ & + \frac{d\varepsilon_{vol,c}^p}{dN} \frac{\partial g^c(p, \varepsilon_{vol,c}^p)}{\partial \sigma_{ij}} + \frac{d\varepsilon_{vol,t}^p}{dN} \frac{\partial g^t(p)}{\partial \sigma_{ij}} \end{aligned} \quad (8)$$

ここで, 塑性ポテンシャル g^f, g^c, g^t は次式で与える.

$$\begin{aligned} g^f(p, q, \kappa^p) &= q + d^f(\kappa^p)p, \\ d^f(\kappa^p) &= d_0 + (d_m - d_0)[1 - \exp(-\zeta^f \kappa^p)], \\ g^c(p, \varepsilon_{vol,c}^p) &= -p + h^c(\varepsilon_{vol,c}^p)p_0, \\ g^t(p) &= f^t(p), \end{aligned} \quad (9)$$

なお, p_0, d_0, d_m は繰り返し塑性挙動を制御する材料物性値である.

式(8)において, $\varepsilon_{vol,t}^p$ は引張破壊の塑性乗数であり, 単調載荷モデルと同様, 式(3)第3式の降伏条件を満たすようにその増分量が定められる. また, $\kappa^p, \varepsilon_{vol,c}^p$ は, それぞれ摩擦すべり・体積圧縮の塑性乗数であり, 繰り返し載荷モデルでは次式をサイクル数 N について積分することで与えられる.

$$\begin{aligned} \frac{d\kappa^p}{dN} &= \alpha^f \left\langle -\frac{q}{p - p_{num}^t} - h_{sh}^f(\kappa^p) \right\rangle^{\gamma^f}, \\ \frac{d\varepsilon_{vol,c}^p}{dN} &= \alpha^c \left\langle \frac{p}{p_0} - h_{sh}^c(\varepsilon_{vol,c}^p) \right\rangle^{\gamma^c} \end{aligned} \quad (10)$$

なお, $\langle \cdot \rangle$ は Macaulay bracket であり, $\alpha^f, \alpha^c, \gamma^f, \gamma^c$ は繰り返し負荷時の塑性変形発現およびひずみ硬化挙動を制御する材料物性値である. 繰り返し載荷モデルにおける破壊規準面形状は図-1(b)に示す通りである.

繰り返し載荷モデルにおける塑性ひずみ速度発生の際値として用いられる shakedown 応力 h_{sh}^f, h_{sh}^c は, η^f, η^c, h_0, h_m を材料物性値として次式で与えられる.

$$\begin{aligned} h_{sh}^f(\kappa^p) &= h_0 + (h_m - h_0)[1 - \exp\{-\eta^f \cdot (\kappa^p - \kappa_0^p)\}], \\ h_{sh}^c(\varepsilon_{vol,c}^p) &= 1 + \eta^c(\varepsilon_{vol,c}^p - \varepsilon_{vol,c,0}^p) \end{aligned} \quad (11)$$

3. 弾塑性有限要素法を用いたバラスト道床沈下解析

前節で示したように, 弾塑性モデルとして用いる cyclic densification モデルは, 単調載荷過程・繰り返し

載荷過程の各々に対応する2種類の構成モデルからなる. そのため, 準静的条件下で仮想仕事式を有限要素法により解く際には, 応力積分の変数に注意する必要がある.

単調載荷過程では, 積分変数をパラメータ t として後退 Euler 法で応力積分を実行する. すなわち,

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} C_{ijkl}^{ep(m)}(t+\Delta t) d\varepsilon_{kl}^{(m)}(t+\Delta t) \delta\varepsilon_{ij} d\Omega \\ &= \int_{\Omega} b_i(t+\Delta t) \delta u_i d\Omega + \int_{\Gamma_p} p_i(t+\Delta t) \delta u_i d\Gamma_p \\ & - \int_{\Omega} \sigma_{ij}^{(m)}(t+\Delta t) \delta\varepsilon_{ij} d\Omega \end{aligned} \quad (12)$$

ここで, b_i, p_i は体積力, 表面力であり, $\delta u_i, \delta\varepsilon_{ij}$ はそれぞれ仮想変位, 仮想ひずみである. また, Ω は領域, Γ_p は表面力規定境界であり, 部分境界 Γ_u では変位は $u_i = \bar{u}_i(t+\Delta t)$ で既知であるものとする. $C_{ijkl}^{ep(m)}(t+\Delta t)$ は接線弾塑性係数である.

一方, 繰り返し載荷過程では, 制御変数をサイクル数 N に定め, 刻み幅 ΔN に設定して仮想仕事式を離散化した後, 後退 Euler 法を用いて応力積分を実行する. その結果, 次式を有限要素法で離散化して繰り返し解くこととなる.

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} C_{ijkl}^{ep(m)}(N+\Delta N) d\varepsilon_{kl}^{(m)}(N+\Delta N) \delta\varepsilon_{ij} d\Omega \\ &= \int_{\Omega} b_i^{(cyc)}(N+\Delta N) \delta u_i d\Omega + \int_{\Gamma_p} p_i^{(cyc)}(N+\Delta N) \delta u_i d\Gamma_p \\ & - \int_{\Omega} \sigma_{ij}^{(m)}(N+\Delta N) \delta\varepsilon_{ij} d\Omega \end{aligned} \quad (13)$$

なお, $b_i^{(cyc)}, p_i^{(cyc)}$ はそれぞれ1回の載荷・除荷サイクルにおける体積力, 表面力の最大値である. $C_{ijkl}^{ep(m)}(N+\Delta N)$ は接線弾塑性係数である.

4. 材料物性値の空間的ばらつきのモデル化

本研究では, バラスト道床部の力学挙動の空間的ばらつきは, バラスト材の弾塑性モデルの材料物性値の空間的ばらつきとして取り扱う. 材料物性値の空間的ばらつきは, 各々の物性値のばらつきが互いに独立, または完全相関のいずれかを仮定したうえで, Karhunen-Loeve 展開で表現する. 構成モデルで使用される材料物性値を $\mathbf{p} = \{p_1, p_2, \dots, p_{n-1}, p_n\}$ として, 各々の物性値を次式で表現できるものとする. $i = 1, 2, \dots, n$ として,

$$p_i(\omega, \mathbf{x}) = \langle p_i \rangle \left[1 + \sum_{k=1}^{N_{KL}^{(i)}} \xi_k^{(i)}(\omega) \sqrt{\lambda_k^{(i)}} f_k^{(i)}(\mathbf{x}) \right]. \quad (14)$$

ここで, n は材料物性値の総数であり, $\xi_k^{(i)}$ は標準正規分布に従い, k について互いに独立な確率変数である. 各々の物性値のばらつきを互いに独立と仮定する場合には,

任意の k に対して $\xi_k^{(1)} \neq \xi_k^{(2)} \neq \dots \neq \xi_k^{(n)}$ であり, 完全相関の場合は任意の k に対して $\xi_k^{(1)} = \xi_k^{(2)} = \dots = \xi_k^{(n)}$ と考えればよい. また, $\lambda_k^{(i)}, f_k^{(i)}(\mathbf{x})$ はそれぞれ物性値 p_i の空間的ばらつきに関する共分散関数 $C^{(i)}$ の固有値と固有関数である. あるパラメータ p_i についてばらつきを考慮しない場合は, $\lambda_1^{(i)} = \lambda_2^{(i)} = \dots = \lambda_{N_{KL}}^{(i)} = 0$ として取り扱うことができる.

5. Stochastic collocation method による解析結果のばらつきの定量評価

Stochastic collocation method では, 弾塑性解析における材料物性値の空間的ばらつきを式 (14) でモデル化するものとして, N_{MCS} 個の材料物性値を確率変数間の独立性・従属性を考慮した上で標準正規乱数 $\xi^{(j)} = \{\xi_k^{(i)} | k = 1, 2, \dots, N_{KL}, i = 1, 2, \dots, n\} (j = 1, 2, \dots, N_{MCS})$ と式 (14) とを用いて生成した上で, 通常の決定論的な弾塑性有限要素解析を N_{MCS} 回実行する. その結果, 所定の作用荷重ステップ (サイクル) に対する変位応答 $u_i^{(j)} (j = 1, 2, \dots, N_{MCS})$ が得られているものとする. $u_i^{(j)}$ は polynomial chaos Ψ_l を用いて次式のように polynomial chaos(PC) 展開しておく.

$$u_i^{(j)} = \sum_{l=0}^{N_{PC}} U_{i,l} \Psi_l(\xi^{(j)}). \quad (15)$$

ここで, N_{PC} は PC 展開の項数であり, 確率空間での補間次数と Karhunen-Loeve 展開で用いる正規確率変数の総数で決まる. このとき, 式 (15) における PC 展開係数 $U_{i,l} (l = 0, 1, \dots, N_{PC})$ は, 最小二乗法を用いて求めることができる. 最小化する残差 R は次式で定義する.

$$R(U_{i,l}) = \sum_{j=1}^{N_{MCS}} \left[u_i^{(j)} - \sum_{l=0}^{N_{PC}} U_{i,l} \Psi_l(\xi^{(j)}) \right]^2 \quad (16)$$

式 (16) において $U_{i,l}$ に関する最小化条件を課すと, $U_{i,l}$ に関する次の連立一次方程式を得る.

$$\sum_{m=0}^{N_{PC}} \left[\sum_{j=1}^{N_{MCS}} \Psi_l(\xi^{(j)}) \Psi_m(\xi^{(j)}) \right] U_{i,m} = \sum_{j=1}^{N_{MCS}} \Psi_l(\xi^{(j)}) u_i^{(j)} \quad (17)$$

$(l = 0, 1, \dots, N_{PC})$

式 (17) を数値的に解くことで, 各荷重ステップ (サイクル) における変位の PC 展開が構成できる.

変位応答の期待値 $\langle u_i \rangle$ と標準偏差 σ_{u_i} は, 次式で与えられる.

$$\langle u_i \rangle = U_{i,0}, \quad \sigma_{u_i}^2 = \sum_{l=1}^{N_{PC}} U_{i,l} U_{i,l} \quad (18)$$

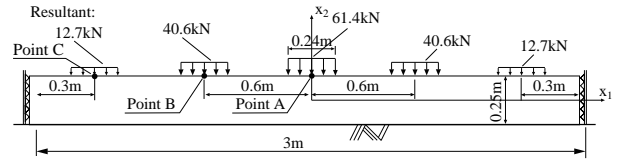


図-2 解析領域

表-1 バラスト材の材料物性値の期待値

(a) 弾性挙動.			
K_{ref}	110(MPa)		
p_{ref}	-100(kPa)		
n^e	0.35		
ν	0.09		
(b) 単調載荷時の塑性降伏・硬化・流動特性.			
P_0	-60(kPa)	ζ^c	250
H_0	1.0	D_0	0.2
H_m	1.85	D_m	1.1
ζ^f	80		
(c) 繰り返し載荷時の塑性降伏・硬化・流動特性.			
p_0	-50(kPa)	α^c	1×10^{-3}
h_0	0.7	γ^f	4.0
h_m	1.85	γ^c	3.0
η^f	120	d_0	-0.5
η^c	2000	d_m	-0.5
α^f	5×10^{-3}		

6. 複数の材料物性値の空間的ばらつきが繰り返し沈下挙動に及ぼす影響の検討

(1) 解析条件

上述の手法を用いて, バラスト材の弾塑性挙動を制御する複数の材料物性値の空間的ばらつきが, バラスト道床上面の繰り返し沈下量の解析結果に及ぼす影響について, 数値実験を通して検討する. バラスト道床沈下解析は, 図-2 に示す領域および境界条件の下で行なう. バラスト材の材料物性値の期待値は, 表-1 に示すとおりである. 材料物性値の空間的ばらつきは, 各々の材料物性値 p_i について次式の共分散関数 $C^{(i)}$ で表現できるものとする.

$$C^{(i)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \delta_{p_i}^2 \exp \left[-\frac{|y_1 - x_1|}{b_1^{(i)}} \right], \quad (19)$$

ここで, \mathbf{x}, \mathbf{y} はいずれもバラスト道床領域内の点の位置ベクトルであり, x_1, y_1 はそれらの x_1 方向成分 (x_1 座標値) である. また, δ_{p_i} は材料物性値 p_i の変動係数であり, b_1 は相関長さである. 解析においては, $\delta_{p_i} = 0.1, b_1 = 0.25(\text{m})$ に設定した. なお, 本研究では, 空間的ばらつきを考慮する材料物性値として K_{ref}, H_0, h_0 の3種類を考えることとし, これら3種類のば

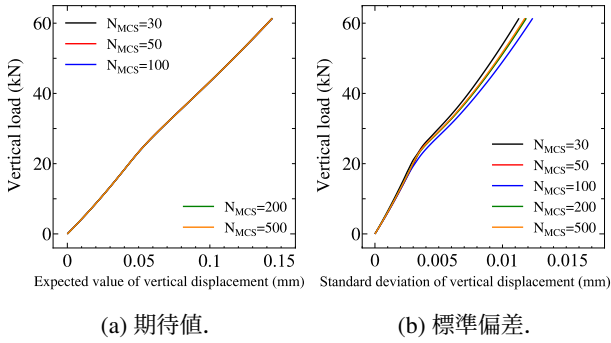


図-3 A点におけるバラスト上面鉛直変位に及ぼす擬似乱数の設定数 N_{MCS} の影響 (単調荷重過程, 互いに独立な場合).

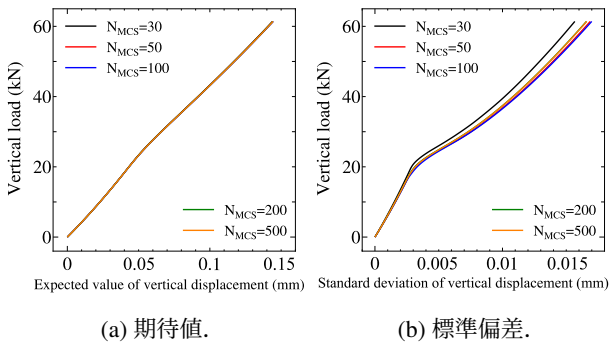


図-4 A点におけるバラスト上面鉛直変位に及ぼす擬似乱数の設定数 N_{MCS} の影響 (単調荷重過程, 完全相関の場合).

らつきが互いに独立であると仮定した場合と、完全相関を仮定した場合の2ケースを検討の対象とした。空間的ばらつきを表現する Karhunen-Loeve 展開はいずれの材料物性値も $N_{KL} = 4$ に設定し、解析結果の検討対象として、図-2の区間中央のA点の鉛直変位、および最大荷重作用時の鉛直最大変位を考慮することとした。解析結果は1次のPC展開を適用したため、PC展開の展開係数は互いに独立な場合で $N_{PC} = 3 \times 4 = 12$ 、完全相関の場合で $N_{PC} = 4$ となる。なお、以下で示す図では、鉛直変位の期待値はいずれも下向きを正として図示していることを予め断っておく。

(2) 擬似正規乱数の設定数が変位応答の期待値・標準偏差に及ぼす影響

まず、stochastic collocation methodによりバラスト上面鉛直変位解析結果のばらつきを評価するにあたり、擬似正規乱数の設定数 N_{MCS} が解析により得られた期待値と標準偏差に及ぼす影響について検討する。図-2中のA点におけるバラスト上面鉛直変位について、図-3、図-4は単調荷重過程における荷重変位曲線の解析結果、図-5、図-6は繰り返し荷重過程におけるサイクル数と最大鉛直変位との関係を図示したものである。なお、これらの図では、(a)図は期待値、(b)図は標準偏差を示している。単調荷重過程の場合、互いに独立な場合、完全

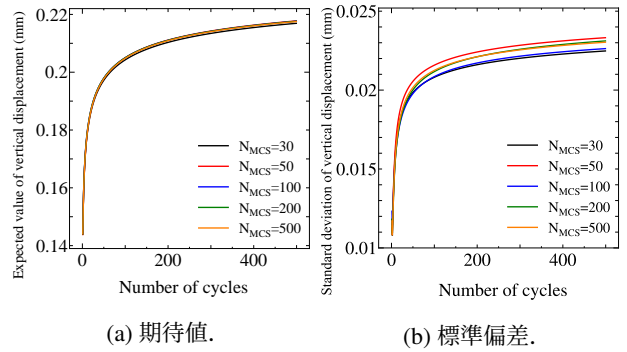


図-5 A点におけるバラスト上面鉛直変位に及ぼす擬似乱数の設定数 N_{MCS} の影響 (繰り返し荷重過程, 互いに独立な場合).

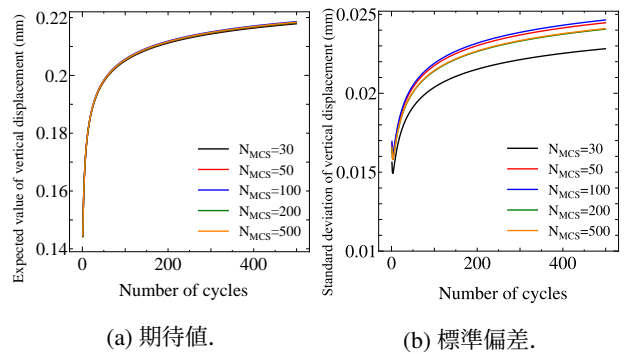
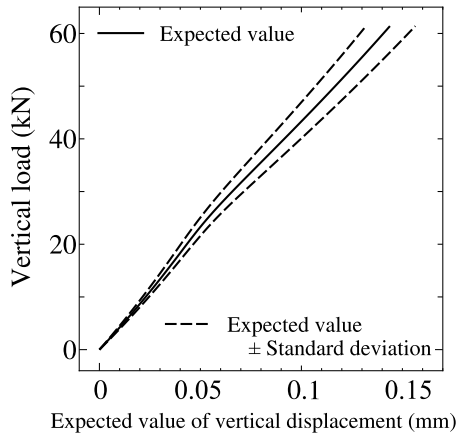


図-6 A点におけるバラスト上面鉛直変位に及ぼす擬似乱数の設定数 N_{MCS} の影響 (繰り返し荷重過程, 完全相関の場合).

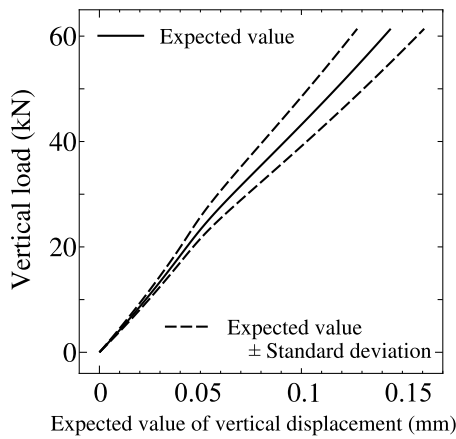
相関の場合のいずれにおいても、期待値の評価においては擬似正規乱数の設定数 N_{MCS} の影響はほとんどない。一方、標準偏差については、 N_{MCS} の設定によって計算結果の10%弱の違いが認められるが、 $N_{MCS} = 200$ 程度に設定すれば、バラスト上面変位の標準偏差を十分な精度で評価できることがわかる。繰り返し荷重過程についても、単調荷重と同様の傾向が認められる。今回の解析においては stochastic collocation method を適用していることもあり、 $N_{MCS} = 200$ 程度に設定して、200回程度の決定論的弾塑性解析を実行することで、期待値・標準偏差ともに評価できることが分かった。そのため、以降の解析では $N_{MCS} = 200$ に設定して計算を進めることとした。

(3) 各材料物性値のばらつきの独立性が変位応答解析結果に及ぼす影響

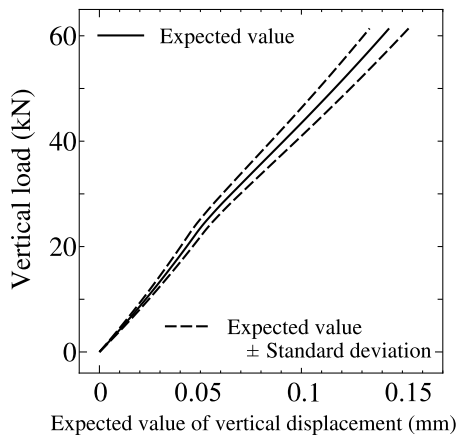
次に、3種類の材料物性値の空間的ばらつきの独立性(互いに独立を仮定、または完全相関を仮定)が、バラスト上面鉛直変位の期待値と標準偏差に及ぼす影響について検討する。図-7は、単調荷重過程における図-2A点でのバラスト上面鉛直変位の期待値、および期待値±標準偏差を図示したものである。なお、(a)図は3



(a) 互いに独立な場合.



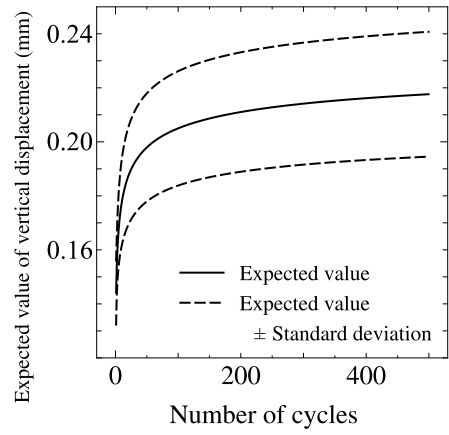
(b) 完全相関の場合.



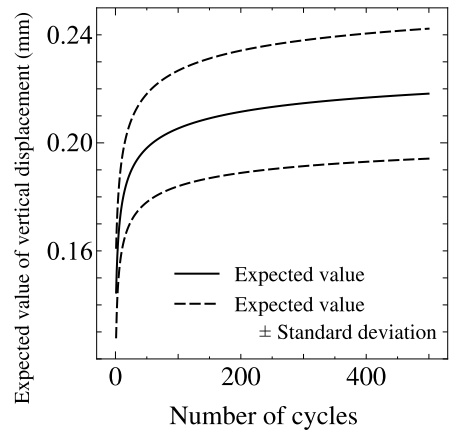
(c) K_{ref} の空間的ばらつきのみを考慮した場合.

図-7 A点におけるバラスト上面鉛直変位の期待値および期待値 ± 標準偏差 (単調荷重過程).

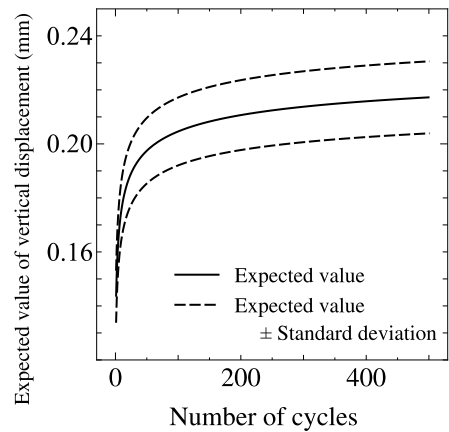
種類の材料物性値の空間的ばらつきが互いに独立な場合, (b) 図は完全相関の場合, (c) 図は比較のために弾性に関する材料物性値 K_{ref} のみの空間的ばらつきを考慮した場合の解析結果, をそれぞれ示している. 3種類の解析結果を比較すると, 標準偏差が最も小さかったのが K_{ref} のばらつきのみを考慮した場合で, 次いで3種類の材料物性値 K_{ref} , H_0 , h_0 の空間的ばらつきが



(a) 互いに独立な場合.



(b) 完全相関の場合.



(c) K_{ref} の空間的ばらつきのみを考慮した場合.

図-8 A点におけるバラスト上面鉛直変位の期待値および期待値 ± 標準偏差 (繰り返し荷重過程).

互いに独立な場合となり, 標準偏差が最も大きかったのが完全相関の場合であった. 単調荷重終了時点での標準偏差は, 完全相関の場合で期待値の12%程度, 互いに独立な場合で期待値の8%程度, K_{ref} のばらつきのみを考慮した場合で期待値の6%程度を示している. 単調荷重過程のため, 解析結果に影響する材料物性値のばらつきは K_{ref} と H_0 の2種類となるが, 3種類の

材料物性値の空間的ばらつきを完全相関と仮定した場合の標準偏差では、 K_{ref} のみのばらつきを考慮した場合の2倍程度に増幅される。そのため、解析で用いる複数の材料物性値のうち、ばらつき度合いが大きいものや変位解に対する影響の大きなものについては、複数の材料物性値の空間的ばらつきを同時に考慮した解析を行なう必要があることがわかった。

図-8は、繰り返し载荷過程における図-2 A点でのバラスト上面鉛直変位の期待値、および期待値±標準偏差を図示したものである。なお、(a)図は3種類の材料物性値の空間的ばらつきが互いに独立な場合、(b)図は完全相関の場合、(c)図は比較のために弾性に関する材料物性値 K_{ref} のみの空間的ばらつきを考慮した場合の解析結果、をそれぞれ示している。単調载荷過程と同様、バラスト上面鉛直変位の標準偏差が一番小さいのは K_{ref} の空間的ばらつきのみを考慮した場合で、3種類の材料物性値の空間的ばらつきを考慮した場合の半分程度になっている。500 負荷サイクル時点での標準偏差は、 K_{ref} のばらつきのみ考慮した場合で期待値の6%程度であるのに対し、3種類の材料物性値のばらつきが互いに独立と仮定した場合と完全相関とした場合ではいずれも11~12%程度となっている。この傾向はいずれのサイクル数でも概ね同様である。

7. おわりに

本研究では、バラスト材の力学挙動を cyclic densification モデルに基づく弾塑性モデルで表現した上で、バラスト材の複数の材料物性値の空間的ばらつきがバラスト道床沈下解析結果に及ぼす影響を定量的に評価する確率有限要素解析法を構成した。バラスト材の個々の材料物性値の空間的ばらつきは Karhunen-Loeve 展開でモデル化した上で、入力物性値の空間的ばらつきが道床沈下解析結果に及ぼす影響は、stochastic collocation method を用いて評価した。数値実験では、当該の構成モデルのうち、 K_{ref} , H_0 , h_0 の3種類の材料物性値の空間的ばらつきを同時に考慮した上で、バラスト軌道の繰り返し変形解析を行なった。解析結果から、バラスト道床上面変位のばらつきの評価においては、stochastic collocation method での擬似乱数の設定数は200程度とさほど大きくない値で十分であり、決定論的解析の計算コストは実用上さほど問題とはならないことがわかつ

た。また、上記3種類の材料物性値の空間的ばらつきを同時に考慮した場合、本手法で得られた標準偏差は、 K_{ref} 1種類のみの空間的ばらつきを考慮した場合の概ね2倍となっており、当該手法を用いて複数の弾塑性材料物性値の空間的ばらつきの影響を評価することの意義を実証することができた。

謝辞

本研究は JSPS 科研費 19K04572 の助成を受けたものです。

REFERENCES

- 1) Suiker, A.S.J. & de Borst, R.: A numerical model for the cyclic deterioration of railway tracks. *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, Vol.57, pp.441-470, 2003.
- 2) 相田真人, 紅露一寛, 阿部和久: まくらぎの浮きを考慮した軌道振動・道床沈下連成解析, 土木学会鉄道工学シンポジウム論文集, Vol.19, pp.127-134, 2015. [Sota, M., Koro, K. and Abe, K.: A coupling analysis with ballast settlement and wheel-track vibration considering loose sleepers. *J. Railway Eng. JSCE*, Vol.19, pp.127-134, 2015.]
- 3) 紅露一寛, 井口建斗, 阿部和久: Cyclic densification モデルに基づくバラスト道床沈下解析におけるバラスト材の Young 率の空間変動の影響. 計算数理工学論文集, Vol.16, pp.7-12, 2016. [Koro, K., Iguchi, K. and Abe, K.: Influence of spatial variation of Young's modulus of ballast material on ballast settlement analysis based on cyclic densification elastoplastic model. *Trans. of JASCOME*, Vol.16, pp.7-12, 2016.]
- 4) 紅露一寛, 上平健太, 阿部和久: Polynomial chaos 展開を用いた確率有限要素法によるバラスト材の力学挙動の空間的ばらつきを考慮した道床沈下解析. 計算数理工学論文集, Vol.19, pp.55-60, 2019. [Koro, K., Kamitaira, K. and Abe, K.: Ballast settlement analysis of railway track with spatial uncertainty of mechanical behavior using stochastic FEM with polynomial chaos expansion. *Trans. of JASCOME*, Vol.19, pp.55-60, 2019.]
- 5) 紅露一寛, 井口建斗, 阿部和久: 道床沈下解析におけるバラスト材の弾塑性挙動の空間的ばらつきの影響評価. 土木学会鉄道工学シンポジウム論文集, Vol.22, pp.247-254, 2018. [Koro, K., Iguchi, K. and Abe, K.: Influence of spatial variation of elastoplastic behavior of ballast material on simulated ballast settlement. *J. Railway Eng. JSCE*, Vol.22, pp.247-254, 2018.]
- 6) Achharjee, S., Zabarar, N.: A non-intrusive stochastic Galerkin approach for modeling uncertainty propagation in deformation process. *Comp. & Struct.*, Vol.85, pp.244-254, 2007.
- 7) 紅露一寛, 阿部和久: バラスト道床における複数の材料物性値の空間的ばらつきを同時に考慮した軌道振動解析. 土木学会鉄道工学シンポジウム論文集, Vol.25, pp.225-232, 2021. [Koro, K. and Abe, K.: Wheel-track vibration analysis of ballasted track with spatial variation of ballast material parameters. *J. Railway Eng. JSCE*, Vol.25, pp.225-232, 2021.]
- 8) Ghanem, R.G. & Spanos, P.G.: Stochastic finite elements. Dover, 1991.

(Received April 1, 2022)

(Accepted June 3, 2022)

FE-BASED SIMULATION METHOD FOR BALLAST SETTLEMENT SIMULATION IN CONSIDERATION OF SPATIAL VARIATION OF SEVERAL MATERIAL PARAMETERS

Kazuhiro KORO, and Kazuhisa ABE

We develop the FE-based simulation method for ballast settlement simulation in consideration of spatial variation of several material parameters. The elastoplastic behavior of railway ballast is modeled with the cyclic densification model. The spatial variation of ballast mechanical behavior is expressed with Karhunen-Loeve expansion, and the variation of the simulation results is approximated using the polynomial chaos (PC). The expansion coefficients of the PC expression of the simulated displacement evaluated with the stochastic collocation method. Through numerical tests on the present method, the variation of the simulated ballast displacement tends to increase owing to spatial variation of several material parameters of railway ballast.