

論文 軌道振動を考慮した軌道曲線部バラスト道床沈下解析法

井上翔陽¹・紅露一寛²

¹ 非会員 修士 (工学) 新潟大学大学院自然科学研究科 博士前期課程 (研究当時) (〒 950-2181 新潟市西区五十嵐二の町 8050)

² 正会員 博士 (工学) 新潟大学教授 工学部工学科社会基盤工学プログラム (〒 950-2181 新潟市西区五十嵐二の町 8050)
E-mail: kouro@eng.niigata-u.ac.jp (Corresponding Author)

本研究では、軌道曲線部の軌道振動を考慮したバラスト道床繰返し変形解析法を構成した。軌道曲線部の振動解析は、まくらぎ位置での軌道パッド作用力(レール・まくらぎ間作用力)の最大値を評価するために導入し、レールを3次元骨組構造、軌道パッドはVoigtユニット、まくらぎは弾性床上に置かれた3次元骨組構造としてモデル化する。レールに作用する移動外力は、設計標準に示されている輪重および横圧の推定式でその大きさを与えた。バラスト道床の繰返し変形解析は、解析領域を平面ひずみ状態を仮定したまくらぎ・バラスト道床からなる軌道横断面領域に設定したうえで、cyclic densification モデルを用いた繰返し弾塑性有限要素法により行なう。簡単な解析例を対象とした数値実験を通して、カントが設定されているバラスト道床部の繰返し変形特性を明らかにした。

Key Words: ballast settlement, curved track, track vibration analysis, elastoplastic FEM, cyclic densification model

1. はじめに

国内外の鉄道では、バラスト軌道が広く採用されている。バラスト道床は粒径数 cm 程度の碎石粒子を厚さ 25cm 程度の層状に敷き均したもので、軌きょうを埋め込んで締め固めることで仕上げられている。バラスト道床は、荷重分散や振動低減のほか、経済性や排水性、施工性に優れている。しかしながら、列車通過により碎石粒子の回転や移動、破碎、路盤内への粒子の貫入等が発生することで、バラスト道床上面に残留変位として観測され、数万回から数十万回におよぶ繰返し荷重の作用によって残留変位が進展する。特に、鉛直方向の残留変位である道床沈下^{1),2)}は、レール高低変位を代表とする軌道破壊を生じさせることから、軌道状態復元のための道床つき固めが必要となる。

このため、今日まで、道床沈下量の定量予測のための様々な取り組みがなされている。先行研究では、大型繰返し三軸試験機を用いた力学特性の把握^{3),4)}や、実物大載荷試験によりバラスト材の繰返し変形特性の解明⁵⁾などの成果をもとに、簡易な道床沈下量予測式の開発に取り組み、その成果は軌道設計に活用されてきた^{1),2)}。しかしながら、簡易な予測式はまくらぎ位置での沈下量を与えるに過ぎず、バラスト道床領域内部での不可逆的な圧縮や流動挙動の評価は困難である。この問題点の解決のために、先行研究では、領域内の離散化を伴う汎用数値解析手法を用いたバラスト道床の繰返し変形挙動の評価法の開発や、繰返し変形

挙動のメカニズムの解明に取り組んでいる。特に、剛体粒子の集合体としてモデル化する個別要素法⁷⁾や不連続変形法⁸⁾の活用や、バラスト道床の力学挙動を弾塑性モデルで表現した有限要素法に基づく繰返し変形解析法の開発⁵⁾、などが挙げられよう。弾塑性有限要素法でバラスト道床の繰返し変形挙動を評価する場合、通常の弾塑性モデルでは負荷履歴を適切に追跡する必要があり、このことが解析時の計算負荷の増大と、多数回の繰返し負荷を解析対象とした場合の計算精度の低下をもたらす可能性がある⁹⁾。そこで、本研究では、Suikerらが提案したcyclic densificationモデル⁶⁾を適用することにより、多数回の繰返し荷重作用下での変形挙動を現実的な計算コストで評価することが可能となった¹⁰⁾。あわせて著者らは、バラスト軌道のさまざまなばらつきの影響を定量的に取り扱うことで、応答のばらつきを考慮したバラスト道床の繰返し変形量を評価する手法を提案し、軌道の構成要素のさまざまなばらつきがバラスト道床の変位量のばらつきに及ぼす影響について検討している^{12),13)}。しかし、先行研究においては、いずれの事例も直線軌道を対象としたものである。実際の軌道には曲線箇所が多数存在しており、列車の安全な通過のために道床・路盤部にはカントが設置されているが、カントの存在を考慮した軌道曲線部のバラスト軌道繰返し変形解析法は提案されていない。また、軌道曲線部を対象としたバラスト軌道の繰返し変形解析法では、少なくとも軌道振動

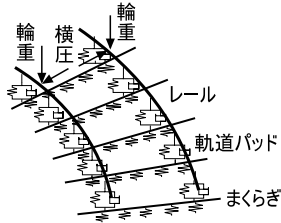


図-1 軌道振動モデル

の影響を適切に考慮する必要があるが、先行研究においては、軌道曲線部を対象として軌道振動応答を考慮したバラスト道床の繰り返し変形解析も未着手である。

そこで本研究では、軌道曲線部のバラスト道床の不可逆変形量の定量評価、繰り返し変形の発生・進展メカニズムの解明を目的として、軌道曲線部の軌道振動を考慮したバラスト道床繰り返し変形解析法を構成する。軌道曲線部の振動解析は、まくらぎ位置での軌道パッド作用力（レール・まくらぎ間作用力）の最大値を評価するために導入し、レールを3次元骨組構造、軌道パッドはVoigtユニット、まくらぎは弾性床上に置かれた3次元骨組構造としてモデル化したうえで、レールに作用する移動外力は、設計標準に示されている輪重および横圧の簡易推定式でその大きさを与え、移動集中荷重として与えることとする。バラスト道床の繰り返し変形解析は、解析領域を平面ひずみ状態を仮定したまくらぎ・バラスト道床からなる軌道横断面領域に設定したうえで、cyclic densification モデルを用いた繰り返し弾塑性有限要素法により行なう。簡単な解析例を対象に、提案手法を用いた数値実験を通して、カントが設定されているバラスト軌道の繰り返し変形特性の評価を試みる。

2. 軌道の振動応答を考慮したバラスト道床の繰り返し変形解析法

先にも述べたように、本研究は、軌道の振動応答を考慮したバラスト道床の繰り返し変形解析法を構成し、軌道曲線部におけるカント設定区間でのバラスト道床沈下現象の定量評価を試みるものである。軌道振動解析は、レール・軌道パッド・まくらぎの振動応答を評価することで、軌道パッド作用力（レール・まくらぎ間作用力）の最大値を予測するために行なわれる。なお、軌道振動は走行する車両・車輪との連成振動現象として取り扱うことが望ましいが、輪重と横圧を同時に評価する必要があり、そのためには大きな計算負荷を伴う動的接触解析が必要となる。一方、バラスト道床の繰り返し変形は、バラスト道床に繰り返し荷重が作用することで発生・進展するものである。単位負荷サイクルでのバラスト道床内部の不可逆変位は碎石粒子の運動に起因して発生するものの、多数回の繰り返し負

荷により生じる不可逆変位の予測には計算負荷の面から困難を伴う。そこで本研究では、先行研究で著者らが採用した cyclic densification モデルを用いた弾塑性有限要素法により、バラスト道床の繰り返し変形挙動を評価する。当該のモデル化の下では準静的条件下での解析となり、作用外力として軌道パッド最大作用力の繰り返し作用を考えることとする。そこで本研究では、レールに作用する輪重と横圧は、鉄道構造物設計標準（軌道構造）の推定式^{1),2)}を用いて算出したものを、その大きさが時間不変であると仮定して移動集中荷重として与え、振動解析の作用外力とする。

軌道振動解析によって評価された軌道パッドの最大作用力は、バラスト道床の繰り返し変形解析の繰り返し作用外力として与える。繰り返し変形解析で対象とするのは、まくらぎとバラスト道床の2相からなる領域である。まくらぎは等方・均質な線形弾性体として、バラスト道床は cyclic densification モデルで力学挙動を表現した弾塑性体としてそれぞれモデル化し、それらの力学応答は有限要素法で評価する。なお、まくらぎはバラスト道床に埋め込まれた形で敷設され、まくらぎの側面と底面には引張抵抗が働かないため、解析においては接触境界条件を設定することが望ましい。ただし、バラスト道床の力学挙動を記述する cyclic densification モデルでは塑性変形により引張破壊を表現できることから、本研究ではまくらぎとバラスト道床とはまくらぎ側面・底面で完全付着を仮定し、バラスト材とまくらぎの接触状態の喪失は、バラスト材の塑性変形により表現することとする。

(1) 軌道振動解析

軌道振動解析は、車両走行時の各まくらぎでのレール・まくらぎ間作用力（軌道パッド作用力）の最大値の評価のために行なう。図-1に示すように、レールとまくらぎを3次元骨組要素、軌道パッド作用力をVoigtユニットでモデル化し、まくらぎは弾性床上に置かれているものとしている。

3次元骨組要素でモデル化したレールは、曲線部において曲率半径が大きいことに留意し、レールの変形に対する曲率の影響を無視する。骨組の長軸 x 軸を円周方向、残り2つの座標軸 y, z 軸を軌道横断方向と鉛直方向に設定すると、次式のレール運動方程式を得る。

$$\int_0^l [\rho A(\delta u \ddot{u} + \delta v_s \ddot{v}_s + \delta w_s \ddot{w}_s) + \rho I_\psi \delta \psi_s \ddot{\psi}_s] ds + \int_0^l [E(A\delta u' u' + I_{yy} \delta v_s'' + I_{zz} \delta w_s'' w_s'') + GJ \delta \psi_s' \psi_s'] ds = \int_0^l [q_x \delta u + q_y \delta v_s + q_z \delta w_s + F_{m_y} \delta w_s' + F_{m_z} \delta v_s' + (m_{yz} + q_y e_z + q_z e_y) \delta \psi_x] ds \quad (1)$$

ここで, u は軸方向変位, v_s, w_s は y, z 方向のたわみであり, ψ_x はねじり角を表す. また, ρ, A, E はそれぞれ質量密度, 断面積, Young 率であり, I_{yy}, I_{zz} は断面 2 次モーメント, G, J はそれぞれせん断弾性係数, Saint-Venant のねじり定数を表す. なお, ここでは純ねじり理論に基づく定式化を採用しているが, より厳密な取り扱いとして, 曲げねじり理論に基づく定式化を採用することが考えられることを申し添えておく. レールの各軸方向外力 q_x, q_y, q_z とねじりモーメント外力 m_{yz} は, $j = 1, 2, \dots, 2N_{slp}, N_{slp}$: まくらぎ本数) として, 軌道パッド作用力の各成分, 輪重, 横圧によってそれぞれ $F_{s,j}, F_{y,j}$ と内外軌の横圧 Q_i, Q_o との和, $F_{z,j}$ と内外軌の輪重 P_i, P_o との和, $F_{t,j}$ を集中力で与えたものとなる. 輪重と横圧は定速走行の移動集中荷重となる.

内外軌の輪重 P_i, P_o と横圧 Q_i, Q_o は, 次の推定式からその値を与える.

$$P_o = \bar{P}_o + \Delta P_{sp}, \quad P_i = \bar{P}_i + \Delta P_{sp}, \quad (2)$$

$$\bar{P}_o = \frac{W_o}{2} \left[\left(\gamma + \frac{v^2}{gR} \cdot \frac{C}{G} \right) + \frac{H_G^*}{(G/2)} \cdot \frac{C_d}{C} \right], \quad (3)$$

$$\bar{P}_i = \frac{W_o}{2} \left[\left\{ (2 - \gamma) + \frac{v^2}{gR} \cdot \frac{C}{G} \right\} - \frac{H_G^*}{(G/2)} \cdot \frac{C_d}{C} \right] \quad (4)$$

$$Q_o = \bar{Q}_i + \bar{Q}_{cant} + \bar{Q}_{cf} + \Delta Q_{sp} \quad (5)$$

$$Q_i = \bar{Q}_i = \kappa \bar{P}_i \quad (6)$$

ここで, W_o, γ は静的荷重, 外軌側車輪の静止輪重比であり, ΔP_{sp} は高低狂い輪重である. G, v, H_G^*, R はそれぞれ軌間, 通過速度, 車両有効重心高さ, 曲率半径である. C, C_d は, カント及びカント不足量である. また, $\bar{Q}_{cant}, \bar{Q}_{cf}$ はそれぞれカント横圧, 遠心横圧であり, ΔQ_{sp} は通り狂い横圧, κ は内軌側横圧/輪重比である.

軌道パッドは Voigt ユニットによりモデル化する. 作用力の各成分は次式で定義する.

$$\begin{aligned} F_{s,j} &= k_{rp,s} \delta_{rp,s,j} + \eta_{rp,s} \dot{\delta}_{rp,s,j} \\ F_{r,j} &= k_{rp,r} \delta_{rp,r,j} + \eta_{rp,r} \dot{\delta}_{rp,r,j} \\ F_{z,j} &= k_{rp,z} \delta_{rp,z,j} + \eta_{rp,z} \dot{\delta}_{rp,z,j} \\ F_{t,j} &= k_{rp,t} \delta_{rp,t,j} + \eta_{rp,t} \dot{\delta}_{rp,t,j} \\ F_{my,j} &= k_{rp,my} \delta_{rp,my,j} + \eta_{rp,my} \dot{\delta}_{rp,my,j} \\ F_{mz,j} &= k_{rp,mz} \delta_{rp,mz,j} + \eta_{rp,mz} \dot{\delta}_{rp,mz,j} \end{aligned} \quad (7)$$

ここで, $\delta_{rp,s,j}, \delta_{rp,r,j}, \delta_{rp,z,j}, \delta_{rp,t,j}, \delta_{rp,my,j}, \delta_{rp,mz,j}$ はレール・まくらぎ間相対変位・相対回転角の各成分を表す. $k_{rp,s}, k_{rp,r}, k_{rp,z}, k_{rp,t}, k_{rp,my}, k_{rp,mz}$ はばね定数, $\eta_{rp,s}, \eta_{rp,r}, \eta_{rp,z}, \eta_{rp,t}, \eta_{rp,my}, \eta_{rp,mz}$ は減衰係数である.

まくらぎは, 弾性床上の 3 次元骨組構造として取り扱う. なお, 定式化においては, まくらぎの長軸 (曲線

の半径方向) r を基準軸として, 円周方向 s と鉛直方向 z のたわみ $v_{slp}^{(s)}, w_{slp}^{(s)}$, たわみ角 $v_{slp}^{(s)'}, w_{slp}^{(s)'}$, 基準軸方向変位 u_{slp} , 基準軸回りのねじり角 $\psi_{slp}^{(s)}$ を未知量とする次の弱形式を有限要素法で離散化する.

$$\begin{aligned} & \int_0^l \left[\rho_{slp} A_{slp} \delta u_{slp} \ddot{u}_{slp} + \rho_{slp} A_{slp} \delta v_{slp}^{(s)} \ddot{v}_{slp}^{(s)} \right. \\ & \quad \left. + \rho_{slp} A_{slp} \delta w_{slp}^{(s)} \ddot{w}_{slp}^{(s)} + \rho_{slp} I_{slp,\psi} \delta \psi_{slp}^{(s)} \ddot{\psi}_{slp}^{(s)} \right] dr \\ & + \int_0^l \left[E_{slp} \left(A_{slp} \delta u'_{slp} u'_{slp} + I_{slp,ss} \delta v_{slp}^{(s)''} v_{slp}^{(s)''} \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + I_{slp,zz} \delta w_{slp}^{(s)''} w_{slp}^{(s)''} \right) + G_{slp} J_{slp} \delta \psi_{slp}^{(s)'} \psi_{slp}^{(s)'} \right] dr \\ & + \int_0^l \left[k_{f,r} u_{slp} \cdot \delta u_{slp} + k_{f,s} v_{slp}^{(s)} \cdot \delta v_{slp}^{(s)} \right. \\ & \quad \left. + k_{f,z} w_{slp}^{(s)} \cdot \delta w_{slp}^{(s)} + k_{f,\psi} \psi_{slp}^{(s)} \cdot \delta \psi_{slp}^{(s)} \right] dr \\ & = \int_0^l \left[q_{slp,r} \delta u_{slp} + q_{slp,s} \delta v_{slp}^{(s)} \right. \\ & \quad \left. + q_{slp,z} \delta w_{slp}^{(s)} + m_{slp,yz} \delta \psi_{slp}^{(s)} \right] dr \end{aligned} \quad (8)$$

ここで, $\rho_{slp}, A_{slp}, E_{slp}$ はそれぞれ質量密度, 断面積, Young 率であり, $k_{f,r}, k_{f,s}, k_{f,z}$ は弾性床の支持ばね係数, $I_{slp,ss}, I_{slp,zz}$ は断面 2 次モーメント, G_{slp}, J_{slp} はそれぞれせん断弾性係数, Saint-Venant のねじり定数である. 外力 $q_{slp,r}, q_{slp,s}, q_{slp,z}, m_{slp,yz}$ は軌道パッド作用力をレール締結位置に作用させることとなる.

(2) バラスト道床の繰返し変形解析

繰返し負荷によるバラスト道床の発生変位は, バラスト道床を弾塑性連続体としてモデル化し, 有限要素法を適用した荷重制御条件下での準静的なつり合い問題をを解くことで評価する. 解析に際しては, バラスト材を対象に提案された弾塑性モデルである cyclic densification モデル⁶⁾を用いる. Cyclic densification モデルは, 単調載荷モデルと繰返し載荷モデルの 2 つの構成モデルからなる.

単調載荷モデルは, 無荷重状態から最大外力作用時まで, および最大外力作用時から無荷重状態までのつり合い状態を評価するために用いられる. 当該モデルでは, Drucker-Prager の降伏曲面上端と下端を体積圧縮破壊と引張破壊に関する 2 平面で閉じた他曲面からなる降伏条件を設定し, ひずみ硬化を考慮する. 単調載荷モデルの降伏曲面形状は, 図-2(a) に示す通りである. 単調載荷モデルの詳細については, 文献⁶⁾を参照されたい.

繰返し載荷モデルでは, 応力 σ_{ij} が繰返しサイクル数 N に関する履歴依存性を有するものとした亜弾性

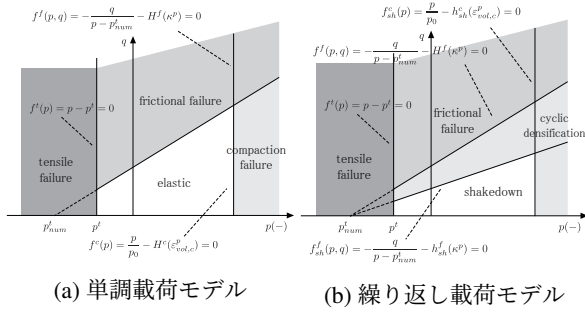


図-2 Cyclic densification モデルの降伏面・破壊面形状

構成則を次式で示す。

$$\frac{d\sigma_{ij}}{dN} = D_{ijkl} \frac{d\varepsilon_{kl}^e}{dN} \quad (9)$$

ここで、 D_{ijkl} は弾性骨格の圧力依存性を考慮した弾性係数テンソル、 $d\varepsilon_{kl}^e/dN$ は弾性ひずみ速度である。バラスト道床での繰り返し荷重作用によって生じる塑性変形挙動は、摩擦滑り、体積圧縮破壊、引張破壊の3つのメカニズムのもとで発現するものとし、流動則は3つの破壊メカニズムを考慮した次のような非関連流動則で与える。

$$\frac{d\varepsilon_{ij}^p}{dN} = \frac{d\kappa^p}{dN} m_{ij}^f + \frac{d\varepsilon_{vol,c}^p}{dN} m_{i,j}^c + \frac{d\varepsilon_{vol,t}^p}{dN} m_{i,j}^t \quad (10)$$

ここで、 $d\kappa^p/dN$ 、 $d\varepsilon_{vol,c}^p/dN$ 、 $d\varepsilon_{vol,t}^p/dN$ は、それぞれ摩擦滑り、体積圧縮、引張破壊に関する塑性乗数速度である。 m_{ij}^f 、 $m_{i,j}^c$ 、 $m_{i,j}^t$ はそれぞれ摩擦滑り、体積圧縮、引張破壊に関する流動方向規定テンソルであり、応力空間における塑性ポテンシャルの勾配で与える。なお、摩擦滑りと体積圧縮に関する塑性乗数の発展則については、破壊規準面からの応力の超過量に基づき次式で与える。

$$\begin{aligned} \frac{d\kappa^p}{dN} &= \alpha^f \left\langle -\frac{q}{p - p_{num}^t} - h_{sh}^f(\kappa^p) \right\rangle^{\gamma^f} \\ \frac{d\varepsilon_{vol,c}^p}{dN} &= \alpha^c \left\langle \frac{p}{p_0} - h_{sh}^c(\varepsilon_{vol,c}^p) \right\rangle^{\gamma^c} \end{aligned} \quad (11)$$

ここで、 $p = \sigma_{kk}/3$ 、 $q = \sqrt{3s_{ij}s_{ij}/2}$ 、 $s_{ij} = \sigma_{ij} - p\delta_{ij}$ とし、 $\langle \cdot \rangle$ は Macaulay bracket である。 α^f 、 α^c 、 γ^f 、 γ^c は材料定数である。Shakedown 応力 h_{sh}^f 、 h_{sh}^c は、次式で定義する。

$$\begin{aligned} h_{sh}^f(\kappa^p) &= h_0 + (h_m - h_0) [1 - \exp\{-\eta^f \cdot (\kappa^p - \kappa_0^p)\}] \\ h_{sh}^c(\varepsilon_{vol,c}^p) &= 1 + \eta^c (\varepsilon_{vol,c}^p - \varepsilon_{vol,c,0}^p) \end{aligned} \quad (12)$$

なお、 η^f 、 η^c 、 h_0 、 h_m は材料定数である。

繰り返し載荷過程におけるバラスト道床の釣り合い解は、後退 Euler 法により応力積分を実行し、制御変数

をサイクル数 N に定めた次式の仮想仕事式を有限要素法で離散化して繰り返し解くことで得られる。

$$\begin{aligned} &\int_{\Omega} C_{ijkl}^{ep(m)} d\varepsilon_{kl(N+\Delta N)}^{(m)} \delta\varepsilon_{ij} d\Omega \\ &= \int_{\Omega} b_{i(N+\Delta N)}^{(cyc)} \delta u_i d\Omega + \int_{\Gamma_t} t_{i(N+\Delta N)}^{(cyc)} \delta u_i d\Gamma_t \quad (13) \\ &- \int_{\Omega} \sigma_{ij(N+\Delta N)}^{(m)} \delta\varepsilon_{ij} d\Omega \end{aligned}$$

ここで、 Ω, Γ_t はそれぞれ領域と表面力規定境界、 $b_{i(N+\Delta N)}^{(cyc)}$ 、 $t_{i(N+\Delta N)}^{(cyc)}$ はそれぞれ各載荷・除荷時における物体力と表面力の最大値、 δu_i 、 $\delta\varepsilon_{kl}$ はそれぞれ仮想変位と仮想ひずみ、 $C_{ijkl(N+\Delta N)}^{ep(m)}$ はコンシステント接線係数である。

3. 解析条件

提案手法を用いて、軌道曲線部バラスト道床の繰り返し変形解析を試計算として実施した。今回解析の対象としたのは、曲率半径 $R = 700(\text{m})$ 、まくらぎを $0.6(\text{m})$ で等間隔に配置した曲線軌道である。レールは凹凸のない 50kgN レールとし、2本のレールをゲージ幅 $1,067(\text{mm})$ でまくらぎに締結する場合を考える。まくらぎは全長 $2(\text{m})$ のコンクリート製まくらぎを考え、断面形状は一樣であるものと仮定した。車輪の走行速度は $27.8(\text{m/s})$ とし、カントは $105(\text{mm})$ に設定する。なお、レールに作用する輪重と横圧は、軸重 $150(\text{kN})$ の下で式 (2)-(6) の推定式から算出し、外軌側輪重 $P_o = 86.72(\text{kN})$ 、内軌側輪重 $P_i = 80.71(\text{kN})$ 、外軌側横圧 $Q_o = 27.63(\text{kN})$ 、内軌側横圧 $Q_i = 25.49(\text{kN})$ で与えた。振動解析では、これら4つの力が角速度について定速走行し移動集中荷重としてレールに作用することとした。横圧はレール頂部、輪重はレール断面の対称軸の位置に作用するものとし、今回は解析手法構築のための試計算としての意味合いもあり、ひとまず外力は輪軸一本分のみ作用させた。

振動解析では、まくらぎ本数 11本の軌道を考える。解析区間最上流側のまくらぎから No.1 から昇順で番号を付し、解析区間最下流側のまくらぎは No.11 となる。輪軸 1 本分を表現した外力は、No.1 まくらぎより 1.5m 前方のレール上の地点を出発点とし、そこから 3m 走行する時点までを解析の対象とした。振動解析における各種構成要素の物性値は、表-1 に示す通りである。なお、軌道曲線部では軌道横断方向で道床厚が変化することから、まくらぎ支持ばね係数は本来軌道横断方向で変化するように与える必要があるが、今回は簡単のために軌道横断方向で一樣で与えることとした。

一方、道床部繰り返し変形解析では、図-3 に示すように、平面ひずみを仮定した上で軌道断面の2次元モデルを解析対象とする。本来、軌道は縦断方向に軌道断

表-1 軌道振動解析における物性値の設定

レール	
ヤング率 (GPa)	206
質量密度 (kg/m ³)	7880
断面積 (m ²)	6.40×10 ⁻⁴
断面二次モーメント (水平軸)(m ⁴)	1960×10 ⁻⁸
断面二次モーメント (垂直軸)(m ⁴)	322×10 ⁻⁸
ポアソン比	0.3
まくらぎ	
ヤング率 (GPa)	78
質量密度 (kg/m ³)	2677
断面積 (m ²)	408×10 ⁻⁴
断面二次モーメント (水平軸)(m ⁴)	9.83×10 ⁻⁵
断面二次モーメント (垂直軸)(m ⁴)	19.58×10 ⁻⁵
ポアソン比	0.17
弾性床ばね定数 (レール方向)(MN/m)	30
弾性床ばね定数 (まくらぎ軸方向)(MN/m)	30
弾性床ばね定数 (鉛直軸方向)(MN/m)	300
各種ばね定数	
レール方向ばね定数 (MN/m)	40
まくらぎ軸方向ばね定数 (MN/m)	98
軌道パッドばね定数 (MN/m)	110
レール方向回転ばね定数 (MN・m/rad)	500
まくらぎ軸方向回転ばね定数 (MN・m/rad)	200
鉛直軸方向回転ばね定数 (MN・m/rad)	200

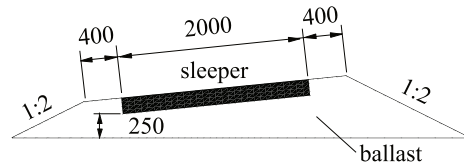


図-3 解析領域の形状 (単位 (mm), 道床沈下解析)

表-2 道床部繰り返し変形解析における物性値の設定

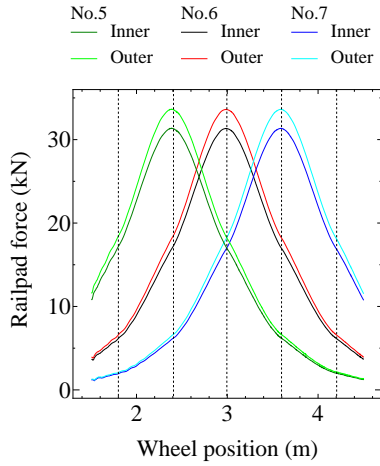
まくらぎ			
ヤング率 (GPa)	78		
質量密度 (kg/m ³)	2677		
ポアソン比	0.17		
バラスト			
K_{ref} (MPa)	110	p_{ref} (kPa)	-100
n^e	0.35	ν	0.09
P_0 (kPa)	-60	H_0	1.0
H_m	1.85	ζ^f	80
ζ^c	250	D_0	0.2
D_m	1.1	p_0 (kPa)	-50
h_0	0.7	h_m	1.85
η^f	120	η^c	2000
α^f	5×10^{-3}	α^c	1×10^{-3}
γ^f	4.0	γ^c	3.0
d_0	-0.5	d_m	-0.5

面形状と力の作用状態が異なるため、可能ならば3次元解析を行なうことが望ましい。しかし、軌道上部からの伝達力が作用するまくらぎ直下位置でのバラスト断面内の応力状態や変形量を評価するのであれば、平面ひずみ条件での2次元解析でも妥当な解析結果が得られることが確認されている¹⁰⁾。そのため本研究では、まくらぎ配置位置での図-3の断面設定のもとで繰り返し変形解析を行なうこととした。解析対象の問題は、まくらぎとバラスト道床の2相からなる領域とし、カント量0.105(m)の場合を考える。道床厚は、通常内規側レール直下での道床厚さで規定されるが、今回は内軌側まくらぎ端の位置で道床厚0.25(m)が確保できるように道床断面形状を設定した。作用外力は、軌道振動解析で得られた軌道パッド作用力の最大値をもとに、まくらぎ上のレール締結位置において等分布に作用する表面力として与えた。繰り返し変形解析では、この最大作用力が繰り返し作用する荷重条件下で解析を行なうこととした。底面は水平方向・鉛直方向ともに完全拘束条件を課した。なお、繰り返し荷重サイクル数は $N = 1000$ とした。なお、道床部繰り返し変形解析で設定した材料物性値は、表-2に示す通りである。今回は試算であることもあり、先行研究⁶⁾で示された値を与えている。

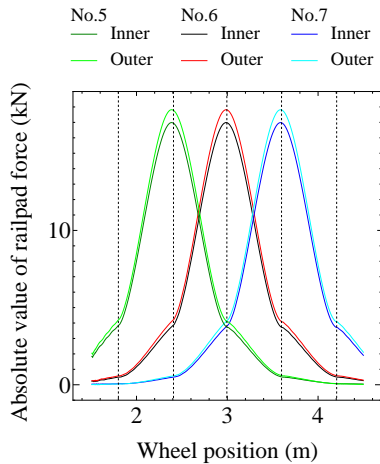
4. カント不足の場合における軌道振動・道床沈下挙動の評価結果

まず、車両走行速度27.8(m/s)、カント量0.105(m)における軌道振動および道床部繰り返し変形挙動の解析結果について検討する。このカント量に対する均衡速度は $V = 26.0(m/s) < 27.8(m/s)$ 、カント不足量 $C_d = 15(mm)$ となることから、この解析はカント不足の状態を対象としている。カント不足時を想定するには不足量が小さいが、このことを予め断ったうえで以下に検討を進める。図-4は、振動解析の対象とした区間中央に配置されたまくらぎNo.6と、その前後に配置されたまくらぎNo.5, No.7における軌道パッド作用力と車輪走行位置(車輪走行経路長)との関係を示したものである。なお、(a)図は軌道面直角方向成分(輪重の作用方向成分)、(b)図は軌道面平行方向成分(横圧の作用方向成分)を図示している。どのまくらぎ位置においても、まくらぎ直上が車輪位置となる時に作用力の最大値が観測されている。当該の解析条件の下では、軌道パッド作用力の最大値は31.33(kN)(内軌側輪重方向)、33.62(kN)(外軌側輪重方向)、16.99(kN)(内軌側横圧方向)、17.81(kN)(外軌側横圧方向)と評価できた。

1000 負荷サイクル時点でのバラスト軌道断面内の最大変位分布を図-5に示す。なお、図中矢印の向きは変位ベクトルの方向を、色は変位ベクトルの大きさをそ



(a) 軌道面直角方向成分 (輪重の作用方向成分)



(b) 軌道面平行方向成分 (横圧の作用方向成分)

図-4 軌道パッド作用力と車輪走行位置との関係 (カント 0.105(m), 走行速度 27.8m/s)

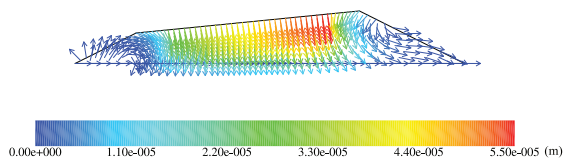


図-5 1000 サイクル時点でのバラスト軌道断面内の最大変位分布 (カント 0.105(m), 走行速度 27.8m/s)

れぞれ示している。当該の条件下では、バラスト道床部に比べて剛性の高いまくらぎ上レール締結位置において、外軌側の方が内軌側よりも大きな輪重が作用することもあり、まくらぎは外軌側がより下方に沈み込むように回転するように移動し、まくらぎ下のバラスト道床は外軌側の方が下方に押し込まれるように運動している。まくらぎ端部では、まくらぎの運動によって大きなせん断変形の発生が読み取れる。なお、紙面の都合上詳細は割愛するが、最大変位の絶対値は 1000 サイクル経過で 0.02(mm) 程度の増加が見られた。

図-6 は、1000 サイクル時点でのバラスト軌道断面内の最

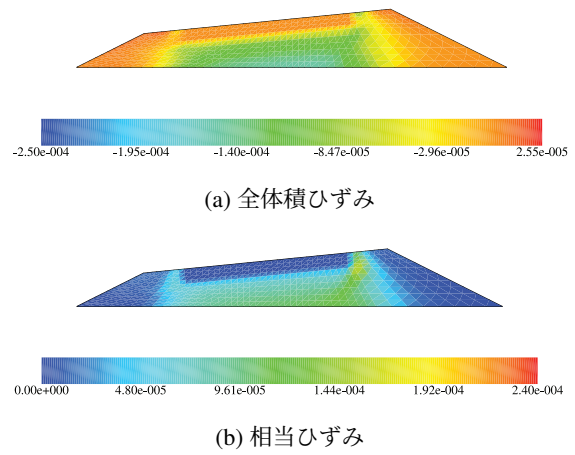


図-6 1000 サイクル時点でのバラスト軌道断面内の全ひずみ分布 (カント 0.105(m), 走行速度 27.8m/s)

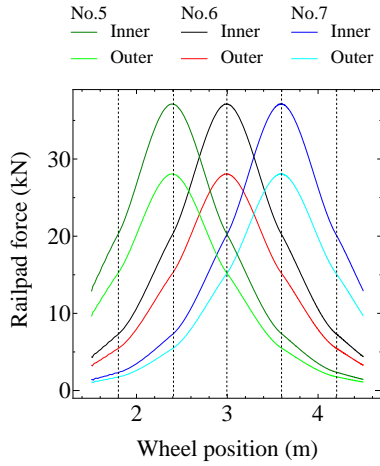
の全ひずみ分布を示したものである。(a) 図は全体積ひずみ、(b) は全相当ひずみを図示している。全体積ひずみは、まくらぎ下のバラスト領域で圧縮が顕著になっており、特に外軌側レール下と外軌側まくらぎ端付近で圧縮量が大きくなる結果を得た。一方、相当ひずみは外軌側まくらぎ端付近で大きな値を示し、そこから左下方にせん断変形の卓越箇所が確認できる。多数回の繰り返し負荷の結果として、外軌側まくらぎ端付近から摩擦すべりによる破壊の発生・進展が予想される。

5. カント超過の場合における軌道振動・道床沈下挙動の評価結果

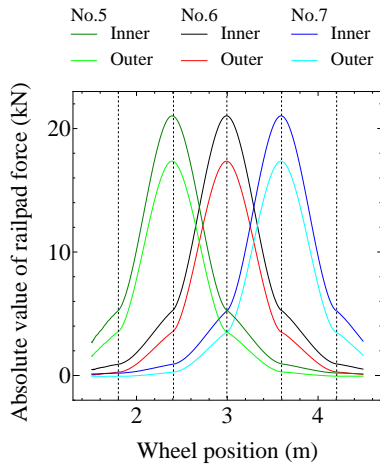
次に、曲線半径 700(m)、カント量 0.105(m) の曲線軌道において、車両の走行速度を 16.7(m/s) としたときの軌道振動および道床繰り返し変形挙動の解析結果を示す。当該のカント量に対応する均衡速度は $V = 26.0(m/s)$ でカント超過であり、カント不足量は $C_d = -62(mm)$ となる。レールに作用する輪重と横圧は、軸重 150(kN) の下で式 (2)-(6) の推定式から算出し、外軌側輪重 $P_o = 71.81(kN)$ 、内軌側輪重 $P_i = 96.31(kN)$ 、外軌側横圧 $Q_o = 24.99(kN)$ 、内軌側横圧 $Q_i = 33.71(kN)$ となる。

図-7 は、解析区間中央まくらぎ No.6 とその前後のまくらぎ No.5, No.7 における軌道パッド作用力と車輪走行位置 (車輪走行経路長) との関係を示したものである。なお、(a) 図は軌道面直角方向成分 (輪重の作用方向成分)、(b) 図は軌道面平行方向成分 (横圧の作用方向成分) を図示している。前節の結果と同様、車輪が概ね対象まくらぎの直上に到達した時点で軌道パッドの最大作用力が観測されており、その値は内軌側輪重で 37.12(kN)、外軌側輪重で 28.07(kN)、内軌側横圧で 21.03(kN)、外軌側横圧で 17.36(kN) と評価できた。

1000 負荷サイクル時点でのバラスト軌道断面内の最



(a) 軌道面直角方向成分 (輪重の作用方向成分)



(b) 軌道面平行方向成分 (横圧の作用方向成分)

図-7 軌道パッド作用力と車輪走行位置との関係 (カント 0.105(m), 走行速度 16.7(m/s))

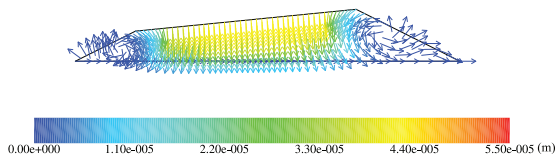


図-8 1000 サイクル時点でのバラスト軌道断面内の最大変位分布 (カント 0.105(m), 走行速度 16.7m/s)

大変位分布を図-8に示す。なお、図中矢印の向きは変位ベクトルの方向を、色は変位ベクトルの大きさをそれぞれ示している。この条件下では、まくらぎの下方変位が内外軌によらずまくらぎ全体に広がって発生しており、カント不足時ほどのまくらぎの回転は確認できない。これは、内規側輪重が外軌側輪重よりも大きくなることで、内軌側のバラスト材を下方に押し込む力の作用が大きくなるが、内軌側では外軌側に比べてバラスト層厚が小さいうえ、外力の作用により圧縮応力が上昇し、その結果としてバラスト剛性が上昇し変位発生が抑制されたことが予想される。

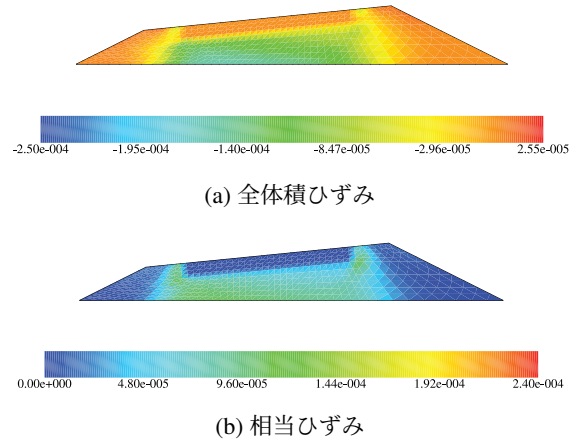


図-9 1000 サイクル時点でのバラスト軌道断面内の全ひずみ分布 (カント 0.105(m), 走行速度 16.7m/s)

図-9は、1000 サイクル時点でのバラスト軌道断面内の全ひずみ分布を示したものである。(a) 図は全体積ひずみ、(b) は全相当ひずみを図示している。(a) 図より、内軌側レール下のバラスト領域で圧縮側の全体積ひずみが大きくなり、横圧の作用によるまくらぎ端部付近でのバラスト領域における体積収縮は内外軌での不均衡はカント不足の場合に比べて小さくなっている。相当ひずみは、内軌側まくらぎ端付近からまくらぎ下部バラスト領域で大きくなるのが特徴的である。その一方で、外軌側まくらぎ端付近のバラスト領域でのせん断変形の集中はカント不足の場合と同様に発現している。これは、列車荷重の作用により高剛性のまくらぎが下方へ移動し、その結果当該箇所付近のバラスト領域内でせん断変形が大きくなることによるもので、曲線軌道における作用外力の左右非対称性が卓越したものであるのではない、と考えられる。

6. おわりに

本研究では、軌道曲線部のバラスト道床の不可逆変形の定量評価を目的として、軌道曲線部の軌道振動を考慮したバラスト道床繰り返し変形解析法を構成した。軌道曲線部の振動解析は、まくらぎ上レール締結位置での軌道パッド作用力(レール・まくらぎ間作用力)の最大値を評価するために導入し、レールを3次元骨組構造、軌道パッドは Voigt ユニット、まくらぎは弾性床の上に置かれた3次元骨組構造としてモデル化した。レールに作用する移動外力は、輪重および横圧の簡易推定式でその大きさを与え、移動集中荷重として与えることとした。一方、バラスト道床の繰り返し変形解析は、解析領域を平面ひずみ状態を仮定したまくらぎ・バラスト道床からなる軌道横断面領域に設定したうえで、cyclic densification モデルを用いた繰り返し弾塑性有限要素法により行なった。簡単な試算例を対象に、提案手法を

用いた数値実験を通して、カントが設定されているバラスト道床部の繰り返し変形特性の評価を試みた。その結果、カント不足・カント超過によらず、剛性の高いまくらぎの運動特性から、まくらぎ端部付近のバラスト道床部においてせん断変形が大きくなること、これら以外でせん断変形が卓越する箇所は、カント不足の場合では外軌側レール下部、カント超過の場合では内軌側レール下部となることが確認できた。また、体積の圧縮は、内外軌で比較して輪重が大きくなる側のレール締結箇所の下方領域で大きくなることが分かった。

なお、本研究では路盤・路床の変形を考慮できていない。実際の軌道ではバラスト材の路盤への貫入も観察されており、道床底面の境界条件の設定は解析結果に小さくない影響があることから、今後の検討課題としたい。また、車輪とレールとの動的接触解析の適用も検討が必要である。

謝辞

本研究はJSPS 科研費 19K04572 の助成を受けたものです。

REFERENCES

- 国土交通省鉄道局監修, 鉄道総合技術研究所編: 平成24年1月 鉄道構造物等設計標準・同解説 軌道構造, 丸善出版, 2012. [RTRI: Design Standards for Railway Structures and Commentary (Track Structures), Maruzen, 2012.]
- 保線工学編集委員会編: 保線工学 (上), 鉄道現業社, 2016. [Editorial committee for the textbook on track maintenance engineering: Track maintenance engineering, TetsumoGengyosha, 2016.]
- 石川達也, 須長 誠, 董 軍, 名村 明: 大型繰返し三軸試験による道床バラストの変形特性の検討. 土木学会論文集, No.575/III-40, pp.169-178, 1997. [Ishikawa, T., Sunaga, M., Dong, J. & Namura, A.: Cyclic deformation characteristics of railroad ballast in triaxial tests. *J. of JSCE*, No.575/III-40, pp.169-178, 1997.]
- Suiker, A.S.J., Selig, E.T. & Frenkel, R.: Static and Cyclic Triaxial Testing of Ballast and Subballast. *J. Geotech. Geoenviron. Engng.*, Vol.131, No.6, pp.771-782, 2005.
- 石川達也, 名村明: 実物大試験による道床バラスト部繰り返し変形特性の検討. 土木学会論文集, No.512/IV-27, pp.47-59, 1995. [Ishikawa, T. & Namura, A.: Cyclic deformation characteristics of railroad ballast in full-scale tests. *J. of JSCE*, No.512/IV-27, pp.47-59, 1995.]
- Suiker, A.S.J. & de Borst, R.: A numerical model for the cyclic deterioration of railway tracks. *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, Vol.57, pp.441-470, 2003.
- Saussine, G., Cholet, C., Gautere, P.E., Dubois, F., Bohatier, C. & Moreau, J.J.: Modelling ballast behaviour under dynamic loading. Part 1: A 2D polygonal discrete element method approach. *Comput. Meth. Appl. Mech. Engrg.*, Vol.195, pp.2841-2859, 2006.
- 石川達也, 大西有三, 堀池高広: 不連続変形法 (DDA) による道床バラスト部繰り返し塑性変形機構の検討. 土木学会論文集, No.645/III-50, pp.15-28, 2000. [Ishikawa, T., Onishi, Y. & Horiike, T.: Application of DDA to cyclic deformation of railroad ballast in full-scale tests. *J. of JSCE*, No.645/III-50, pp.15-28, 2000.]
- 紅露一寛, 阿部和久: 有道床バラスト軌道を対象とした繰返し鉛直・水平載荷試験の弾塑性有限要素解析. 第17回鉄道技術連合シンポジウム (J-RAIL) 講演論文集, pp.565-568, 2010. [Koro, K. & Abe, K.: Finite element elastoplastic analysis on the cyclic vertical- and horizontal loading tests of railway ballasted track. *Proc. of JRAIL2010*, pp.565-568, 2010.]
- 佐藤江美, 紅露一寛, 阿部和久: Cyclic densification モデルを用いた有限要素法に基づくバラスト道床沈下解析法の適用可能性に関する検討. 土木学会鉄道工学シンポジウム論文集, Vol.17, pp.143-150, 2013. [Sato, E., Koro, K. & Abe, K.: Application of finite element method with cyclic densification model to settlement analysis of railway ballasted track. *J. Railway Eng. JSCE*, Vol.17, pp.143-150, 2013.]
- 紅露一寛, 佐藤江美, 阿部和久: 軌道の動的応答を考慮した Cyclic densification モデルに基づくバラスト道床沈下解析法. 土木学会鉄道工学シンポジウム論文集, Vol.18, pp.227-234, 2014. [Koro, K., Sato, E. & Abe, K.: FE-based method with cyclic densification elastoplastic model for ballast settlement analysis considering wheel-track dynamic response. *J. Railway Eng. JSCE*, Vol.18, pp.227-234, 2014.]
- 紅露一寛, 井口建斗, 阿部和久: 道床沈下解析におけるバラスト材の弾塑性挙動の空間的ばらつきの影響評価. 土木学会鉄道工学シンポジウム論文集, Vol.22, pp.247-254, 2018. [Koro, K., Iguchi, K. and Abe, K.: Influence of spatial variation of elastoplastic behavior of ballast material on simulated ballast settlement. *J. Railway Eng. JSCE*, Vol.22, pp.247-254, 2018.]
- 紅露一寛, 阿部和久: バラスト道床における複数の材料物性値の空間的ばらつきを同時に考慮した軌道振動解析. 土木学会鉄道工学シンポジウム論文集, Vol.25, pp.225-232, 2021. [Koro, K. and Abe, K.: Wheel-track vibration analysis of ballasted track with spatial variation of ballast material parameters. *J. Railway Eng. JSCE*, Vol.25, pp.225-232, 2021.]

(Received April 1, 2022)

(Accepted June 3, 2022)

FE-BASED SIMULATION METHOD FOR BALLAST SETTLEMENT OF CURVED TRACK IN CONSIDERATION OF TRACK VIBRATION

Shoya INOUE and Kazuhiro KORO

We develop a FE-based simulation method for ballast settlement of curved track in consideration of track vibration. The track vibration analysis of is carried out for evaluating the maximum value of the railpad force. The vibration model is constructed with 3-D frame, spring and dashpot. The vibration is excited by moving of the concentrated wheel- and lateral force which is estimated using Japanese railway technical standards. The cyclic deformation of a ballast track is simulated using the elastoplastic FEM with the cyclic densification model. The mechanism of ballast settlement of curved track with a cant is investigated through numerical tests.