

論文 復元通り変位原波形に基づく軌道座屈 予測に関する基礎的検討

中田 健太¹・阿部 和久²・紅露 一寛³

¹学生員 新潟大学大学院自然科学研究科 (〒 950-2181 新潟市西区五十嵐二の町 8050 番地)
E-mail: F21E039A@mail.cc.niigata-u.ac.jp

²正会員 新潟大学教授 工学部社会基盤工学プログラム (〒 950-2181 新潟市西区五十嵐二の町 8050 番地)
E-mail: abe@eng.niigata-u.ac.jp (Corresponding Author)

³正会員 新潟大学教授 工学部社会基盤工学プログラム (〒 950-2181 新潟市西区五十嵐二の町 8050 番地)
E-mail: kouro@eng.niigata-u.ac.jp

通り変位弦正矢データから復元した原波形に基づいた座屈予測の可能性について基礎的検討を行った。具体的には、復元した通り変位原波形を用いて軌道座屈解析を行い、座屈温度と発生箇所を求め、正解値と比較することでその再現精度を調べた。特に、10m 弦正矢および5m 弦正矢データのそれぞれから復元した波形を用いた座屈解析による評価精度に基づき、当該予測に適した弦長について検討した。さらに、10m 弦正矢の許容値に基づいて通り変位補修を行った場合を想定し、その結果得られた波形を対象に同様の解析を行い、補修後の波形に対する座屈予測の可能性についても調べた。

Key Words: lateral alignment, chord length, buckling temperature, buckling location, numerical analysis

1. はじめに

有道床ロングレール軌道の不動区間では、温度上昇によるレール伸張が拘束されるため、レールに蓄積した圧縮軸力によって座屈が惹起される恐れがある。我国における従来の軌道座屈管理では、図-1のA点で示す飛び移り座屈以降のつり合い経路において最も低いレール相対温度(以下「レール温度」と呼ぶ。)を与える最低座屈強さ(図-1のB点)に基づいて管理規定値を設定しており、レール温度がそれを超えることがない様に軌道座屈強度を確保することが求められている¹⁾。この基準により軌道を管理することで、軌道座屈を確実に防ぐことができる。しかし、最低座屈強さと飛び移り座屈温度との間には、多くのケースにおいて比較的大きな温度差が存在する。軌道が大きな変位を生ずるのは飛び移り座屈発生以降であり、それまでのレールたわみは比較的小さいことから、飛び移り座屈温度に基づいた軌道管理がより合理的であると考えられる²⁾。

ただし、飛び移り座屈温度は、初期通り変位(中立温度ゼロでの通り変位)のわずかな違いにも非常に鋭敏である³⁾。また、初期通り変位はランダム波形として特徴づけることができる⁴⁾。そのため、当該波形が不確定な状況下においては、軌道座屈強度の確定論的評価は不

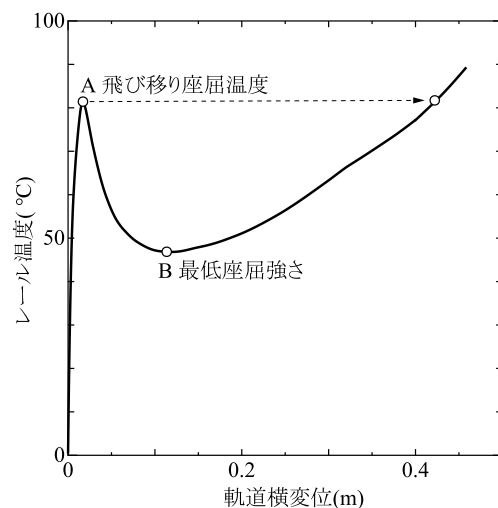


図-1 軌道のつり合い経路の例

可能と考えられる。そこで著者らの研究グループ^{5),6)}では、軌道初期通り変位自体は未知量であるものの、その統計量である距離相関関数が把握されている場合を想定して、初期通り変位や道床横抵抗力などにおける不確実性が座屈強度確率に及ぼす影響について、モンテカルロシミュレーションに基づき検討した。ちなみに米国⁷⁾では、軌道座屈に影響する不確定量として初

期通り変位と道床横抵抗力に加えレールの中立温度を考慮し、その結果得られる座屈発生確率によるリスク評価に基づいた軌道保守計画を提案している。ただし、初期通り変位には所定の波形が設定されており、その振幅のみがランダム性を有するものとしている。

なお、近年では初期通り変位を高精度・高密度かつ高頻度に測定可能となりつつある⁸⁾。道床横抵抗力やレール中立温度の効率的評価法は未だ確立されておらず、今後の課題として残されているものの、初期通り変位波形と合わせて軌道状態が詳細に把握可能となれば、それらを軌道座屈解析に反映させることで、座屈発生箇所と座屈温度とを確定論的に予測することも可能になると考えられる。そのためには、これらの不確定量をどの程度の精度で把握する必要があるのかについて、事前に検討しておくことが重要となる。

そこで本研究では、最初の試みとして、軌道通り変位原波形の推定精度が座屈評価結果に及ぼす影響について、座屈解析に基づき基礎的検討を行う。ただし、道床横抵抗力とレール中立温度は軌道に沿って一定値をとる確定量として扱う。なお、通り変位測定の際には、通常 10m 弦正矢データが取得される。座屈解析では通り変位原波形をレールの初期不整として設定するため、10m 弦正矢データから原波形を復元する必要がある。そこで、まず正解となる初期通り変位原波形をランダム波形として生成し⁵⁾、それを 10m 弦正矢データに変換する。次に、その 10m 弦正矢から原波形を復元(推定)して、それを初期通り変位として設定して座屈解析を行う。初期通り変位の正解と復元波形とによって求めた飛び移り座屈温度およびその発生箇所を比較することで、座屈評価精度を調べる。ちなみに、本研究で設定した道床横抵抗力下での軌道の座屈波形は、以降で示す様に完全系の座屈波長を与える約 4 m 以上の波長成分を多く含む⁶⁾。しかし、10m 弦正矢データでは波長 5 m の成分が濾波により欠損するため、座屈評価には適さない恐れがある。そこで、5m 弦正矢データを測定値として取得する場合を想定して同様の検討を行い、弦長の違いが座屈の評価精度に及ぼす影響について調べる。また、通常、通り変位は 10m 弦正矢の許容値に基づき補修がなされる。その結果、通り変位原波形の標準偏差等の確率特性は補修前後で変化する⁹⁾ものと考えられる。そこで、補修後の 10m 弦正矢データから原波形復元した場合についても同様の検討を行う。

2. 座屈解析モデル

(1) 軌道モデル

左右レールとまくらぎから構成される軌きょうを図-2のようにモデル化する。レールは横方向たわみとレール

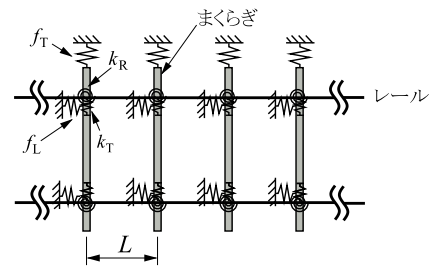


図-2 座屈解析に用いる軌道モデル

軸方向の伸縮を考慮した Euler ばりで表現し、有限変位理論に基づきはり要素で離散化し、弧長増分法で平衡解を求める。レール締結部には回転ばね k_R と横方向ばね k_T を設定する。なお、座屈を生ずる不動区間は軌道長手方向変位が拘束されるため、当該方向のまくらぎ・レール間は剛結とする。まくらぎは横方向変位とレール軸方向変位を考慮した剛体で与え、等間隔 L で配置する。

まくらぎに作用する道床横抵抗力 f_T は次式で与える。

$$f_T = f_{0T} \frac{u_{ST}}{a_T + |u_{ST}|} \quad (1)$$

ここで、 u_{ST} はまくらぎの横方向変位、 f_{0T} は最終道床横抵抗力、 a_T は作用力が最終道床横抵抗力の 1/2 を与えるときの変位である。なお、式(1)の道床横抵抗力とまくらぎ横変位との関係は図-3における载荷曲線と与えられる。一方、除荷時は作用力がゼロになるまで傾き f_{0T}/a_T で戻り、その後、式(1)の曲線に準じて逆方向に抵抗力が作用するように設定した。また、縦抵抗力 f_L も式(1)および図-3と同様の履歴曲線に従うものとする。

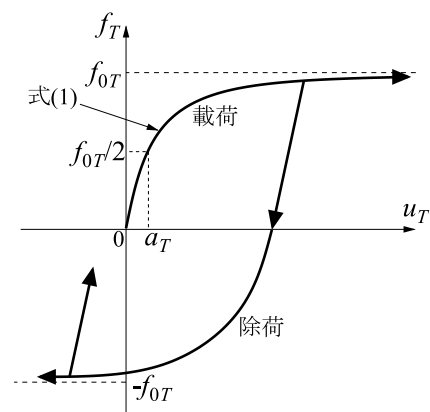


図-3 道床横抵抗力の履歴曲線

(2) 初期通り変位の設定^{5),6)}

座屈解析において、左右レールに互いに異なる定常ランダムな初期通り変位原波形をそれぞれ設定する。そ

の際に, 10 m 弦正矢で欠落する波数前後を含む波形データから, 原波形の距離相関関数 $R(x)$ を次式で与えた^{5),6)}.

$$R(x) = \sigma^2 e^{-(x/d)^2} \quad (2)$$

ここで, x は軌道長手方向座標, σ と d は初期通り変位の標準偏差と相関パラメータ (相関長) である.

解析に際し, 長さ l の解析対象区間におけるレールを M 要素で分割し, 各節点座標 x_i を次式で定める.

$$x_i = i\Delta x, \quad (i = 0, \dots, M), \quad \Delta x = l/M \quad (3)$$

初期通り変位波形の x_i における値を w_{0i} とし, それを成分に持つ節点ベクトルを $\{\mathbf{W}_0\}$ とおく. 式 (2) に従うランダムな初期通り変位の節点ベクトルは次式により生成する.

$$\{\mathbf{W}_0\} = [\Phi][\Lambda^{1/2}]\{\xi\} \quad (4)$$

ここで, $\{\xi\}$ は期待値ゼロ, 標準偏差 1 の標準正規乱数ベクトルである. また, $[\Phi]$ と $[\Lambda^{1/2}]$ は, それぞれ次の固有値問題に対する固有ベクトル $\{\phi_i\}$ と固有値 λ_i の $1/2$ 乗を縦ベクトルおよび対角成分に持つ行列である.

$$[\mathbf{C}]\{\phi_i\} = \lambda_i\{\phi_i\} \quad (5)$$

なお, $[\mathbf{C}]$ は $\{\mathbf{W}_0\}$ に関する分散・共分散行列であり, その i 行 j 列成分 c_{ij} は式 (2) の距離相関関数により次式で与えられる.

$$c_{ij} = R(|i - j| \cdot \Delta x) \quad (6)$$

3. 通り変位原波形復元法

本研究では, 1. に述べたとおり, 2.(2) の手順で生成した初期通り変位原波形から, 一旦 10m (または 5m) 弦正矢の節点値を求め, それを通り変位測定データと見なす. その後, 当該測定データより原波形を復元する場合を想定して, 原波形推定計算を実施する. 原波形復元法としては, 事前にフィルタを作成しておき, それに 10m 弦正矢データを入力する方法が広く用いられている¹⁰⁾. なお, 当該法による場合, 復元箇所前後のデータが必要となる. 本研究では, 座屈解析を行う関係上, 解析領域の全節点データに対して 10m 弦正矢を求め, それより原波形全節点値を復元する必要がある. そのため, 文献 10) の手法の本解析への適用には多少の工夫が必要となる. そこで, 離散正弦変換を介した推定法を別途構成することとした. 以下にその概要を述べる.

(1) 離散正弦変換

軌道モデル両端節点 (0 番節点と M 番節点) の初期通り変位はゼロとする. その下で, 初期通り変位原波形

$w_0(x)$ を次式で与える.

$$w_0(x) = \sum_{j=1}^{M-1} g_j(x) \hat{w}_{0j}, \quad (7)$$

$$g_j(x) := \sqrt{\frac{2}{M}} \sin\left(\frac{\pi}{l} jx\right)$$

ここで, \hat{w}_{0j} は展開係数である.

すると, $w_0(x_i) = w_{0i}$ は次式で与えられる.

$$w_{0i} = \sum_{j=1}^{M-1} g_{ij} \hat{w}_{0j}, \quad g_{ij} := g_j(x_i) \quad (8)$$

ここで, g_{ij} を係数にもつ正方行列を $[\mathbf{G}]$, \hat{w}_{0i} から成るベクトルを $\{\hat{\mathbf{W}}_0\}$ とおくと, 式 (8) は次の逆離散正弦変換により表すことができる.

$$\{\mathbf{W}_0\} = [\mathbf{G}]\{\hat{\mathbf{W}}_0\} \quad (9)$$

なお, $[\mathbf{G}] = [\mathbf{G}^T] = [\mathbf{G}^{-1}]$ が成り立つため, $\{\hat{\mathbf{W}}_0\}$ は初期通り変位原波形節点値ベクトルから $[\mathbf{G}]\{\mathbf{W}_0\}$ により離散正弦変換で与えることができる.

(2) 初期通り変位原波形の復元

初期通り変位の正矢 $y_0(x)$ に対する弦長を a とすると, $y_0(x)$ は次式で与えられる.

$$y_0(x) = w_0(x) - \frac{1}{2} \left\{ w_0\left(x - \frac{a}{2}\right) + w_0\left(x + \frac{a}{2}\right) \right\} \quad (10)$$

式 (10) に式 (7) を代入すると, 多少の計算の後, i 番節点における弦正矢 y_{0i} から成るベクトル $\{\mathbf{Y}_0\}$ が次式により与えられる.

$$\{\mathbf{Y}_0\} = [\mathbf{GH}]\{\hat{\mathbf{W}}_0\}, \quad (11)$$

$$h_{ii} = 1 - \cos\left(\frac{\pi a}{2l} i\right), \quad h_{ij} = 0 \quad (i \neq j)$$

ここで $[\mathbf{H}]$ は式 (11) の h_{ii} から成る対角行列である.

$\{\mathbf{Y}_0\}$ の離散正弦変換を $\{\hat{\mathbf{Y}}_0\} = [\mathbf{G}]\{\mathbf{Y}_0\}$ とおくと, 式 (11) より次の関係式を得る.

$$\{\hat{\mathbf{Y}}_0\} = [\mathbf{H}]\{\hat{\mathbf{W}}_0\} \quad (12)$$

以上より, 初期通り変位原波形節点値は弦正矢データから次式によって復元することができる.

$$\{\mathbf{W}_0\} = [\mathbf{GH}^{-1}\mathbf{G}]\{\mathbf{Y}_0\} \quad (13)$$

(3) 初期通り原波形の推定

式 (13) による復元計算の場合, 式 (11) の関係より, ある自然数 n に対して $i \approx 4nl/a$ をみたく成分の前後において $[\mathbf{H}]$ の対角項がほぼゼロとなる. 弦正矢の測定時点で欠落した当該成分の再生は不可能であるが, ノイズによる復元精度低下の抑制は必要である. そのため本研究では, Bayes の定理に基づいた原波形推定法を採用する.

弦正矢の測定データ $\{\hat{\mathbf{Y}}_0\}$ が得られたならば, その離散正弦変換 $\{\hat{\mathbf{Y}}_0\}$ は容易に作成できる. また, 初期通り変位原波形の離散正弦変換 $\{\hat{\mathbf{W}}_0\}$ が推定できれば,

その逆離散正弦変換より $\{\mathbf{W}_0\}$ を求めることができる。したがって、原波形復元は $\{\hat{\mathbf{Y}}_0\}$ から $\{\hat{\mathbf{W}}_0\}$ を推定する問題に帰着する。

$\{\hat{\mathbf{Y}}_0\}$ が与えられた下での、 $\{\hat{\mathbf{W}}_0\}$ に関する事後確率密度関数 $p(\hat{\mathbf{W}}_0|\hat{\mathbf{Y}}_0)$ には、Bayes の定理¹¹⁾ より次の関係が成り立つ。

$$p(\hat{\mathbf{W}}_0|\hat{\mathbf{Y}}_0) \propto p(\hat{\mathbf{Y}}_0|\hat{\mathbf{W}}_0)p(\hat{\mathbf{W}}_0) \quad (14)$$

ここで、 $p(\hat{\mathbf{Y}}_0|\hat{\mathbf{W}}_0)$ は $\{\hat{\mathbf{W}}_0\}$ が与えられた下での $\{\hat{\mathbf{Y}}_0\}$ の事後確率密度関数、 $p(\hat{\mathbf{W}}_0)$ は $\{\hat{\mathbf{W}}_0\}$ の事前確率密度関数である。

式 (14) より、本推定に当り次の目的関数 J を設定する¹¹⁾。

$$\begin{aligned} J &:= \frac{1}{2\sigma_\varepsilon^2} \|\hat{\mathbf{Y}}_0 - \hat{\mathbf{Y}}_0\|^2 + \frac{1}{2} [\hat{\mathbf{W}}_0^T] [\mathbf{S}] \{\hat{\mathbf{W}}_0\} \\ &= \frac{1}{2\sigma_\varepsilon^2} \sum_{j=1}^{M-1} (h_{jj} \hat{w}_{0j} - \hat{y}_{0j})^2 + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{M-1} \frac{\hat{w}_{0j}^2}{\sigma_{w_j}^2} \end{aligned} \quad (15)$$

ここで、 σ_ε^2 は測定ノイズおよびその離散正弦変換の標準偏差である。また、 $[\mathbf{S}]$ は $\{\hat{\mathbf{W}}_0\}$ の分散行列の逆行列 (精度行列) であり、ここではそれが $1/\sigma_{w_i}^2$ から成る対角行列で与えられるものと仮定した。

J の最小条件より、 \hat{w}_{0i} の推定値は次式により求められる。

$$\hat{w}_{0i} = \frac{h_{ii}}{h_{ii}^2 + \sigma_\varepsilon^2 / \sigma_{w_i}^2} \hat{y}_{0i} \quad (16)$$

式 (16) において、分母の $\sigma_\varepsilon^2 / \sigma_{w_i}^2$ が、 $h_{ii} \approx 0$ の場合の正則化項となる。

また、式 (16) において、 σ_ε^2 および $\sigma_{w_i}^2$ から成る超パラメータは、MAP 推定¹¹⁾ に基づき最適化する。その導出過程は省略するが、最終的に次式を得る。

$$\begin{aligned} &\left(M - 1 - \sum_{j=1}^{M-1} \frac{h_{jj}^2}{h_{jj}^2 + \sigma_\varepsilon^2 / \sigma_{w_j}^2} \right) \sigma_\varepsilon^2 \\ &= \sum_{j=1}^{M-1} \hat{y}_{0j}^2 - \sum_{j=1}^{M-1} \left(h_{jj}^2 + \frac{2\sigma_\varepsilon^2}{\sigma_{w_j}^2} \right) \hat{w}_{0j}^2, \end{aligned} \quad (17)$$

$$\sigma_{w_i}^2 = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{h_{ii}^2 + \sigma_\varepsilon^2 / \sigma_{w_i}^2} + \hat{w}_i^2$$

式 (17) は超パラメータに関して非線形方程式を与えるので、反復計算により収束値を求める。

以上より、本計算過程では、まず超パラメータ ($\sigma_\varepsilon^2, \sigma_{w_i}^2$) を初期設定し、その下で式 (16) より \hat{w}_{0i} を求め、続いて式 (17) より超パラメータを更新する。以降、この手順を十分に収束するまで繰り返す。

4. 10m 弦正矢に基づいた通り変位補修法

本研究では、10m 弦正矢の許容値に基づき通り変位補修を行う場合を想定した座屈解析も試みる。なお、合理的補修法については既に検討がなされている¹²⁾。こ

こでは、座屈解析に通り変位補修過程を実装する目的で、各要素節点における 10m 弦正矢が許容値をみたす様な節点座標 (通り変位原波形の節点値) の決定法を採用する。具体的には、文献 9) で構成した手法を用いる。ここでは、その概略のみ述べる。なお、詳細は文献 9) を参照されたい。

(1) 10m 弦正矢と通り変位原波形との関係式

弦長 $a=10$ m に対して $k = a/(2\Delta x)$ とおくと、 i 番節点の 10m 弦正矢 y_{0i} は次式より与えられる。

$$y_{0i} = w_{0i} - \frac{1}{2}(w_{0(i-k)} + w_{0(i+k)}) \quad (18)$$

また、式 (18) の行列表記は次式の様になる。

$$\{\mathbf{Y}_0\} = [\mathbf{D}]\{\mathbf{W}_0\} \quad (19)$$

ここで、 $\{\mathbf{Y}_0\}$ の成分は $y_{k+1}, \dots, y_{M-k-1}$ で与えられ、 $[\mathbf{D}]$ は、式 (18) に基づいて定まる長方形行列とする。

(2) 初期通り弦波形の補修計算

10m 弦正矢の許容値を y_{max} とおき、それに基づいた通り変位原波形および 10m 弦正矢の節点値修正量をそれぞれ w_i, y_i で表す。このとき、本補修操作は、各節点における $|y_{0i} + y_i|$ が y_{max} 以下となる様な w_i を求める問題に帰着する。当該問題を次の制約条件付き最適化問題として定義する。

$$\begin{aligned} \text{Minimize } J_V &= \frac{1}{2} \sum_i w_i^2 \\ &+ \frac{1}{2} \sum_i \mu_i [(y_{0i} + y_i)^2 - y_{max}^2], \end{aligned} \quad (20)$$

$$\mu_i \geq 0, \quad \mu_i [(y_{0i} + y_i)^2 - y_{max}^2] = 0$$

ここで、 μ_i は未定乗数ベクトル成分である。式 (20) では、10m 弦正矢に関する規定条件を右辺第 2 項の制約条件として課している。また、右辺第 1 項目は、原波形補修量を最小限に抑えるための条件である。

目的関数 J_V に関する最小解は、勾配法に基づき求める。その際の反復過程における修正量 Δw_i は次式により与える。

$$\Delta w_i = -\alpha' \frac{\partial J_V}{\partial w_i}, \quad \alpha' = \alpha \frac{w_{max}}{J_{max}} \quad (21)$$

ここで、 α は正の定数、 w_{max} と J_{max} はそれぞれ w_i 、および $\partial J_V / \partial w_i$ の絶対最大値である。なお、 J_V の感度は次式で与えられる。

$$\frac{\partial J_V}{\partial w_i} = w_i + \sum_m \mu_m (y_{0m} + y_m) d_{mi} \quad (22)$$

ここで、 d_{ij} は式 (19) における行列 $[\mathbf{D}]$ の係数成分である。

未定乗数ベクトル成分 μ_j は、次の連立方程式を解い

表-1 軌道モデルの各種設定値

| | | |
|------------|--------------------|---------------------|
| EI | (Nm ²) | 6.63×10^5 |
| EA | (GPa) | 1.32 |
| α_t | (1/°C) | 12×10^{-6} |
| L | (m) | 0.6 |
| k_T | (MN/m) | 40.0 |
| k_R | (kN·m/rad) | 20.0 |
| f_{0T} | (kN) | 5.5 |
| a_T | (mm) | 1.0 |
| f_{0L} | (kN) | 2.5 |
| a_L | (mm) | 1.0 |

て決定する。

$$\sum_{j,m} d_{im}d_{jm}(y_{0j} + y_j)\mu_j = -y_i - \frac{y_{max}^2 - (y_{0i} + y_i)^2}{2\alpha'(y_{0i} + y_i)} \quad (23)$$

5. 解析に基づく検討

(1) 解析条件

50kgN レールを想定し、レールや道床縦・横抵抗力に関する各種設定値を表-1の様に与えた。ただし、表-1において、 EI , EA , α_t は、それぞれレールの曲げ剛性、伸び剛性および線膨張係数である。なお、最終道床横抵抗力 f_{0T} はまくらぎ 1本当り、最終道床縦抵抗力 f_{0L} はまくらぎ 1/2本当りの値である。また、 a_L は道床縦抵抗力が f_{0L} の 1/2 を与える時の軌道軸方向まくらぎ変位量である。

座屈解析において、軌道長は 720 m(まくらぎ 1200本)をモデル化し、まくらぎ支持点間をはり要素で 2分割 ($\Delta x=0.3$ m) して離散化した。軌道両端は変位拘束せず、道床縦抵抗力の作用下で伸縮できるように設定した。また、初期通り変位原波形生成において、式(2)の相関長 d は $1.7 \text{ m}^{5).6)}$ で与えた。

(2) 座屈過程における波数成分の成長

式(2)の標準偏差を $\sigma = 5$ mm と設定して、初期通り変位原波形をランダムに生成し、座屈解析を実施した。座屈発生過程における軌道変位(弾性たわみ)の波数スペクトルの例を図-4に示す。なお、この図には、レール温度が 41.0 °C (座屈前)、53.3 °C (座屈発生時)、49.0 °C (座屈後) の、飛び移り座屈点近傍の 3つのつり合い状態におけるスペクトル分布を示している。

本軌道条件では、初期通り変位の無い完全系における分岐座屈モードの波数は約 1.6 m^{-1} となる。図-4では、飛び移り座屈発生時のスペクトルが概ね当該波数

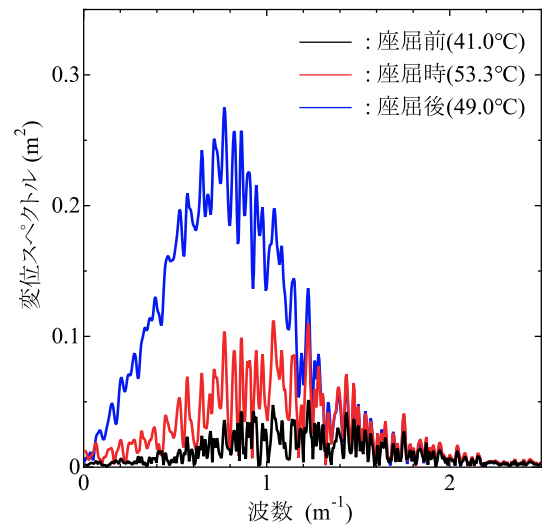


図-4 座屈発生前後における変位波数成分の成長

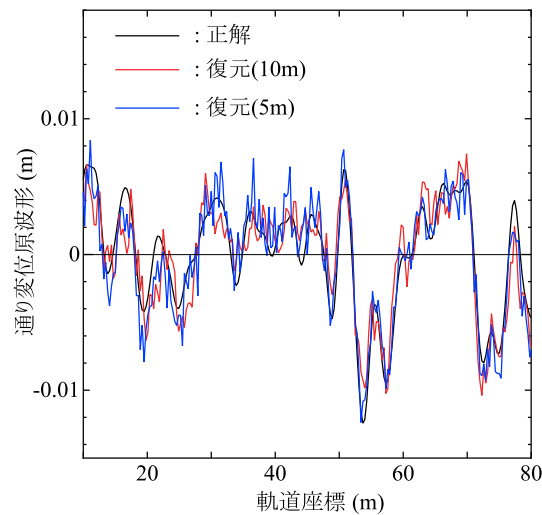


図-5 初期通り変位原波形の復元例

以下の領域で増加しており、軌道変位が分岐座屈モード波数以下の成分で構成されていることがわかる。さらに後座屈時 (49.0 °C) では、約 1.25 m^{-1} 以下の波数成分で成長が認められる。これらの結果から、座屈過程におけるたわみ形状には、変位増加と共により長波長の波形成分が支配的となる傾向が窺える。その理由の一つとしては、図-3の様に変位増加に従い道床横抵抗力の接線剛性が低下し、それに伴いより長波長の分岐モード³⁾が発生し易くなることが考えられる。

(3) 通り変位データの弦長が座屈推定に及ぼす影響

2.(2)の手順に従い左右レールにランダムな初期通り変位原波形を設定し、それを式(11)に基づき 10m(または 5m)弦正矢に変換した。それに標準偏差 $0.5 \text{ mm}^{8)}$ の Gauss ノイズを加えて、通り変位測定データを模擬

的に作成した。続いて、**3.(3)**に述べた方法により原波形復元を行った。なお、**図-4**に示す様に、座屈波形の主要成分は50 m以下の波長(波数約 0.126 m^{-1} 以上)で構成されているため、当該波長以下の成分を使用して原波形推定を行った。

初期通り変位原波形を $\sigma=5 \text{ mm}$ の下で生成した場合に対し、本手法による原波形復元を行った例を**図-5**に示す。この図には、原波形の正解(設定値)も合わせて示している。弦長によらず原波形の長波長成分は概ね適切に復元されているが、明らかに、10 m弦正矢より5 m弦正矢データからの復元波形の方が、主要なノイズ成分の波長がより短いものとなっている。**3.**に示した波形復元法により、弦正矢データに欠落を生ずる波長成分におけるノイズ拡大をある程度抑制できてはいるものの、S/N比がほぼゼロとなる当該成分が復元誤差を支配している様子が窺える。これらの復元誤差が座屈の予測精度に及ぼす影響について、以下で座屈予測解析を通して検討する。

初期通り変位原波形の設定値を100ケースランダムに生成し、それとその復元波形とに基づき座屈解析を実施した。初期通り変位原波形の標準偏差を $\sigma=5 \text{ mm}$ に設定した場合に対して、正解と復元した波形とから得られた飛び移り座屈温度を比較した結果を**図-6**に示す。また、両波形を用いた座屈解析において、レールの弾性たわみの絶対値が最初に5 cmに達した箇所を座屈箇所と見なし、それを比較した結果を**図-7**に示す。なお、両図において、10m弦正矢データと5m弦正矢データに基づく評価結果を、それぞれ赤色と黒色のプロット点で表示している。

これらの図より、10m弦正矢データより復元した初期通り変位原波形を用いた座屈解析結果では、座屈温度・座屈箇所共に正解値との対応関係が概ね認められるものの、比較的大きなバラツキを伴っており、十分な推定精度が確保されていないことがわかる。特に座屈発生箇所に関しては、正解と全く異なる場所が得られているケースが散見される。**図-4**に示したとおり、座屈発生時の軌道変位は 1.6 m^{-1} 以下の波数成分から構成されている。一方、10m弦正矢データでは波数 1.26 m^{-1} 前後の成分に欠損を生ずる。そのため、座屈挙動に影響を及ぼす主要な波数成分の一部が復元されず、座屈過程の再現精度が低下したものと考えられる。ちなみに、推定精度が高かったケースと低かったケースとで、設定した初期通り変位波形に明確な差は認められなかった。

一方、5m弦正矢データより復元した原波形に基づいた座屈解析では、座屈温度・座屈箇所共にほぼ正しい結果が得られており、10m弦正矢データに基づいたものに比べ格段に再現精度が向上している。ちなみに座屈温

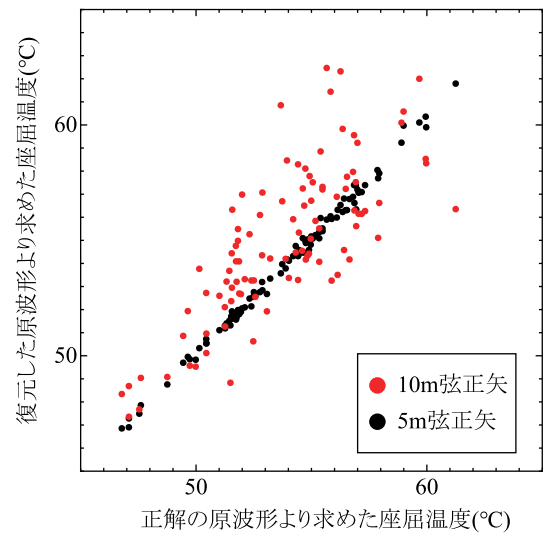


図-6 原波形正解値と推定値より求めた座屈温度の比較

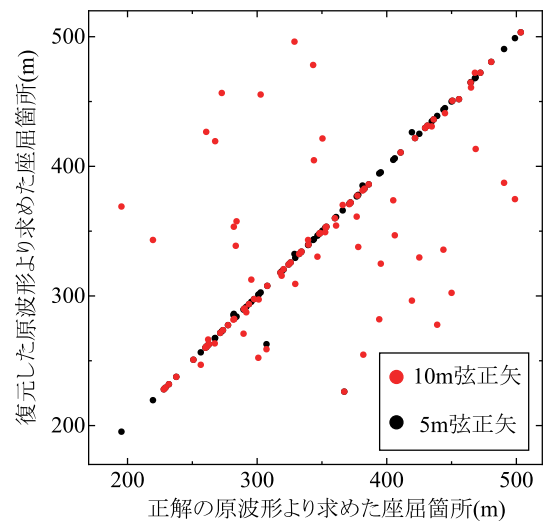


図-7 原波形正解値と推定値より求めた座屈箇所の比較

度評価における正解値からの標準偏差は、10m弦正矢データを用いたケースでは $2.5 \text{ }^{\circ}\text{C}$ であったものが、5m弦正矢データを用いたケースでは $0.24 \text{ }^{\circ}\text{C}$ であり、前者に比べ後者において評価精度が約10倍向上している。

以上より、軌道の座屈温度と座屈箇所の予測を目的とする場合、約 2.5 m^{-1} 以下の波数成分が復元可能な5m弦正矢通り変位測定データが適することがわかった。

(4) 10m弦正矢許容値に基づく通り変位補修後の座屈予測

軌道通り変位に関しては、通常10m弦正矢に許容値を課した管理が適用される。当該許容値に基づいた通り変位補修により、原波形の確率分布などの統計的特性が変化し、その結果、軌道座屈の確率特性も大きく影響を受ける⁹⁾。そのため、この場合にも、10mまた

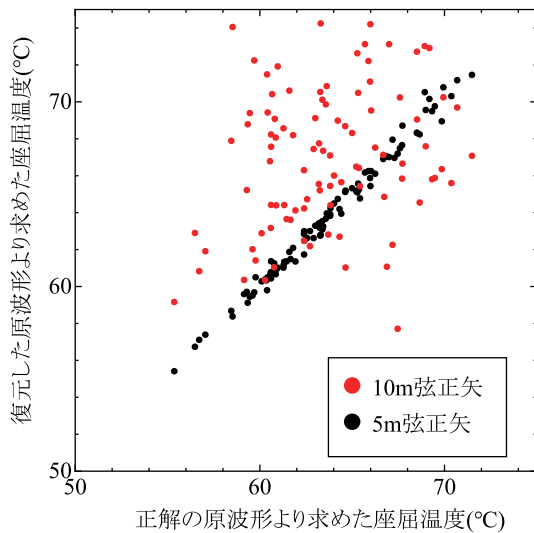


図-8 原波形正解値と推定値より求めた座屈温度の比較 (10m 弦正矢許容値 4mm に基づき通り変位を補修した場合)

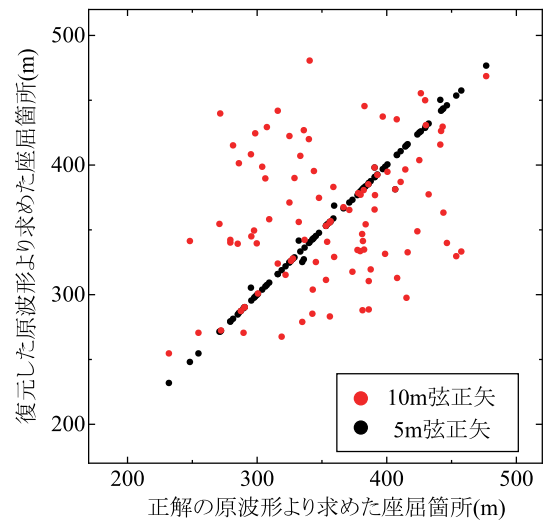


図-9 原波形正解値と推定値より求めた座屈箇所の比較 (10m 弦正矢許容値 4mm に基づき通り変位を補修した場合)

は 5 m 弦正矢データから復元した波形による座屈予測に対し、**5.(3)**と同様の結果が期待できるとは限らない。そこで、10m 弦正矢が許容値以下に収まる様に通り変位補修を行った場合を対象に、処理後の原波形を復元して座屈温度と座屈箇所の予測解析を行い、その可能性について検討した。

具体的には、まずランダムな初期通り変位原波形を生成する。続いて、**4.**に示した手順により 10m 弦正矢が許容値以下となる様に通り変位原波形補修を行う。最後に、補修後の 10m(または 5m) 弦正矢データから原波形を復元して、それに基づき座屈解析を実施する。

10m 弦正矢データの初期通り変位の許容値を 4 mm に設定して補修を行った場合の結果を図-8(座屈温度の予測)と図-9(座屈箇所の予測)に示す。なお、軌道構造や補修前の初期通り変位ランダム波形の生成条件などは**5.(3)**と同じである。これらの図より、10m 弦正矢の許容値に基づいた通り変位補修を行った場合でも、10m 弦正矢データを用いて復元した原波形に基づいた座屈解析では、正解とは大きく異なる結果が得られた。一方、原波形復元の際に 5m 弦正矢の測定データを用いたケースでは、座屈温度と座屈箇所共にほぼ正確に再現されており、十分予測可能であることが分かる。

6. おわりに

通り変位の正矢データが高密度・高精度に取得可能な場合を対象に、それから復元した原波形を用いた座屈解析による座屈予測の可能性について検討した。そのため、まず座屈発生過程における通り変位原波形の波数成分の成長過程を求め、どの波数域が座屈に関

与するのかを調べた。その結果、変位の増大に伴い、主要な波数成分が低波数側に移行すること、および座屈に関与する主な成分が 1.6 m^{-1} よりも低波数域に分布することが分かった。この結果から、10m 弦正矢で通り変位を測定する際に欠落する 1.26 m^{-1} 前後の波数成分が、座屈予測精度に影響を及ぼす恐れが示唆された。

そこで、10m 弦正矢データから復元した原波形の下で、飛び移り座屈温度と座屈箇所を求めたところ、正解値と大きく異なるケースが散見され、10m 弦正矢データが座屈予測には適さないことがわかった。また、座屈に関与する主な波数成分が取得可能となる 5m 弦正矢データより復元した波形を用いた座屈予測も試みた。その結果、10m 弦正矢データを用いた場合に比べ約 10 倍程度座屈温度の予測精度が向上した。

さらに、初期通り変位の 10m 弦正矢が許容値以下となるように通り変位を補修した場合を対象に、復元した原波形下での座屈再現解析を実施した。その結果、5m 弦正矢データから復元した原波形を座屈解析で用いることで、当該の変位補修後であっても、良好な精度で座屈予測可能であることがわかった。また、本補修により、通り変位波形の確率特性は補修前とは異なるものとなる⁹⁾。それでも弦長と座屈予測精度との関係は保存されていることから、ここで対象とした初期通り変位原波形とは異なる確率統計特性を有する通り変位においても、本研究で得たものと同様の結論が成り立つものと考えられる。

以上より、軌道の座屈温度と座屈箇所の予測には、5m 弦正矢通り変位測定データが適することがわかった。なお、軌道座屈予測実現のためには、レールの中立温度と道床横抵抗力に要求される推定精度や測定間隔など

についても、さらに検討する必要がある。

また、偏心矢データを用いることで、座屈予測に必要な波数域の波形成分を容易に復元し得ると考えられ、この点についても今後検討するつもりである。

謝辞：本研究は科研費(20K04661)の助成を受けたものである。

REFERENCES

- 1) 鉄道総合技術研究所 編：鉄道構造物等設計標準・同解説 軌道構造, 11章 ロングレール, 丸善出版, 2012. [RTRI ed.: Design standards for railway structures and commentary (Track structures), Chap.11, Maruzen, 2012.]
- 2) 西宮裕騎, 片岡宏夫：座屈発生点を考慮したロングレールの座屈安定性の評価法に関する一考察, 鉄道工学シンポジウム論文集, 第20号, pp. 9-15, 2016. [Nishinomiya, Y. and Kataoka, H.: Study of the stability of continuous welded rail in consideration of a critical buckling temperature increase, *Journal of Railway Engineering, JSCE*, No.20, pp. 9-15, 2016.]
- 3) 阿部和久, 田中洋介, 西宮裕騎, 紅露一寛：レール温度座屈時の分岐過程に関する一考察, 鉄道力学論文集, No.13, pp. 7-14, 2009. [Abe, K., Tanaka, Y., Nishinomiya, Y. and Koro, K.: Bifurcation process in track buckling due to temperature stress, *Journal of Railway Mechanics, JSCE*, No.13, pp. 7-14, 2009.]
- 4) Perrin, G., Soize, C., Duhamel, D. and Funfschilling, C.: Track irregularities stochastic modeling, *Probabilistic Engineering Mechanics*, Vol.34, pp. 123-130, 2013.
- 5) 阿部和久, 水野雄太, 紅露一寛：通り変位波形におけるバラツキが軌道座屈強度の確率特性に及ぼす影響, 鉄道工学シンポジウム論文集, No.24, pp. 167-174, 2020. [Abe, K., Mizuno, Y. and Koro, K.: Influence of stochasticity in lateral rail deflection on probabilistic of track buckling temperature, *Journal of Railway Engineering, JSCE*, No.24, pp. 167-174, 2020.]
- 6) 岩井 翔, 阿部和久, 紅露一寛：通り変位と道床横抵抗力のバラツキを考慮した軌道座屈余裕度の確率的評価, 鉄道工学シンポジウム論文集, 第25号, pp. 69-76, 2021. [Iwai, S., Abe, K. and Koro, K.: Stochastic influence of geometrical and mechanical variations in track structure on its buckling safety, *Journal of Railway Engineering, JSCE*, No.25, pp. 69-76, 2021.]
- 7) U.S. Department of Transportation : Track buckling prevention: theory, safety, concepts, and applications, Chap.4, National Technical Information Service, 2013.
- 8) 坪川洋友, 矢澤英治, 小木曾清高, 南木聡明：車体装架型慣性正矢軌道検測装置の開発, 鉄道総研報告, Vol.26, No.2, pp. 7-12, 2012. [Tsubokawa, H., Yazawa, E., Ogiso, K. and Nanmoku, T.: Development of the body-mounted track measuring device with the inertial mid-chord offset method, *RTRI Report*, Vol.26, No.2, pp. 7-12, 2012.]
- 9) 阿部和久, 新井優介, 紅露一寛：軌道通り変位補正が座屈確率に及ぼす影響, 計算数理工学論文集, Vol.21, pp. 45-50, 2021. [Abe, K., Arai, Y. and Koro, K.: Effect of rail lateral realignment on track buckling probability, *Transactions of the Japan Society for Computational Methods in Engineering*, Vol.21, pp. 45-50, 2021.]
- 10) 吉村 彰芳：軌道狂い原波形の復元に関する理論的基礎の検討とその適用, 土木学会論文集, 377号, pp. 117-126, 1987. [Yoshimura, A.: Study on theoretical foundations to restoring an original waveform of track irregularity and its application, *Proceedings of JSCE*, No.377, pp.117-126, 1987.]
- 11) 関原謙介：ベイズ信号処理, 共立出版, 2015. [Sekihara, K.: Bayesian signal processing, Kyoritsu Shuppan Co., LTD., 2015.]
- 12) 吉村彰芳, 神山雅子, 穴見徹広, 森 忠夫：復元波形を用いた鉄道線路の狂いの補修の数理と最適化, 日本応用数学会論文集, Vol.8, No.1, pp. 107-133, 1998. [Yoshimura, A., Kamiyama, M., Anami, T. and Mori, T.: Mathematical analysis and optimization for repairing railway track irregularities using restored waveforms, *Bulletin of the Japan Society for Industrial and Applied Mathematics*, Vol.8, No.1, pp. 107-133, 1998.]

(Received April 1, 2022)

(Accepted June 3, 2022)

A STUDY ON POSSIBILITY OF PREDICTION OF TRACK BUCKLING BASED ON ESTIMATED LATERAL ALIGNMENT

Kenta NAKATA, Kazuhisa ABE and Kazuhiro KORO

Prediction of track buckling based on the estimated lateral alignment is attempted for a numerical track model. To achieve this, the lateral alignment is estimated from 10m- or 5m-chord versine data. The buckling temperature and its location obtained from a buckling analysis with the estimated alignment are then compared with the correct values. Through numerical experiments, applicability of the 10m- and 5m-chord versine data is investigated. Furthermore, the present buckling prediction is also applied to the track irregularity after the realignment which is made in accordance with a 10m-chord versine criterion.