

論文 通り変位と道床横抵抗力のバラツキを 考慮した軌道座屈余裕度の確率的評価

岩井 翔¹・阿部 和久²・紅露 一寛³

¹学生員 新潟大学大学院自然科学研究科 (〒 950-2181 新潟市西区五十嵐二の町 8050 番地)

E-mail: F20E025G@mail.cc.niigata-u.ac.jp

²正会員 新潟大学教授 工学部社会基盤工学プログラム (〒 950-2181 新潟市西区五十嵐二の町 8050 番地)

E-mail: abe@eng.niigata-u.ac.jp (Corresponding Author)

³正会員 新潟大学教授 工学部社会基盤工学プログラム (〒 950-2181 新潟市西区五十嵐二の町 8050 番地)

E-mail: kouro@eng.niigata-u.ac.jp

鉄道軌道の初期通り変位波形におけるバラツキが、飛び移り座屈温度と最低座屈強さ(温度)の確率特性に及ぼす影響について調べた。座屈温度の確率密度関数は、数値軌道モデルに基づくモンテカルロシミュレーションにより求めた。その結果より、上述の二つの座屈温度やその温度差の確率特性に、初期通り変位の標準偏差や相関長が及ぼす影響について調べた。また、最終道床横抵抗力のバラツキが座屈特性に及ぼす影響についても検討した。

Key Words: Monte Carlo simulation, buckling probability, rail thermal stress

1. はじめに

ロングレール軌道は、列車走行時の振動・騒音低減や乗り心地改善などに有効となるため、在来線への導入が進められている。しかし、レールが長い距離にわたってまくらぎを介して道床上に設置されるため、両端からまくらぎ数百本程度の区間を除き、その内側では軌道長手方向の伸縮がほぼ完全に拘束される¹⁾こととなる。その結果、このような不動区間では、レールの温度変化が軸力に置換され、高温時には座屈誘発の恐れが高まる。特に夏季の日最高気温が上昇傾向にある近年は、その危険性が相対的に増してきており、適切な管理が今後より重要になるものと考えられる。

レール温度上昇に伴う軌道座屈過程において、設定時からのレール相対温度(以降「レール温度」と言う)と軌道横変位との関係は、図-1の様なつり合い経路を辿る。完全に真直ぐなレールの場合、座屈温度に達するまで軌道に横変位は発生しない。しかし、実軌道には初期通り変位が存在するため、レール温度の上昇と共に軌道変位が徐々に増加して行く。つり合い経路が極大点(図-1のA点)に達すると、その近傍の高温域に平衡解が存在しないため、力学状態は瞬時にC点にまで移動する。その結果、レールには大きなたわみが発生することとなる。この様な座屈形態を飛び移り座屈²⁾と呼ぶ。なお、A点からC点の間には、Bの極小点(最低座屈強さ)を経由するつり合い経路が存在する。しかし、A点からB点までは不安定なつり合い経路となる

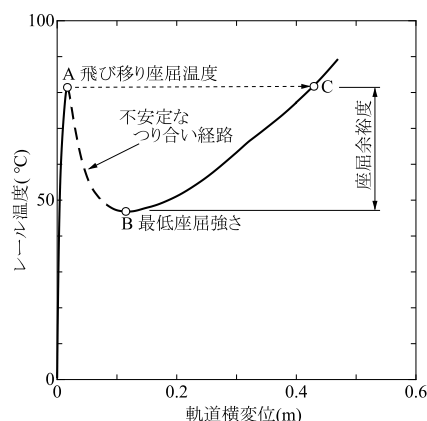


図-1 軌道横変位のつり合い経路の例

ため、実際には当該経路上の平衡解は発現し得ない。

現行の軌道座屈管理では、つり合い経路の極小点を与える最低座屈強さに基づき基準設定がなされている³⁾。発生し得る最高レール温度が当該温度以下となる様に軌道の座屈強度を確保すれば、いかなる初期通り変位の下でも飛び移り座屈を防止できるため、確実な管理方法であると言える。しかし、飛び移り座屈までの軌道変位は図-1に示す様に比較的小さく、つり合いは安定な状態にある。さらに、最低座屈強さと飛び移り座屈温度とには、少なからず隔たりが存在し得る。従って、両者の温度差で与えられる安全余裕(以降「座屈余裕度」と言う)を考慮した管理基準の緩和策が、現行のものに

比べてより合理的であると考えることができる^{4),5)}。

なお、飛び移り座屈は、レールが真直ぐな完全系における分岐座屈点が、初期通り変位の存在により消滅し、代わりに派生したものである。この様な座屈形態における飛び移り座屈温度は、わずかな初期通り変位下でも大幅に低下する、いわゆる初期不整鋭敏性を有する⁶⁾。軌道の通り変位はランダムな波形を持つため、初期不整に鋭敏な飛び移り座屈温度の確定論的な評価は適切ではない。従って、従来採用されてきた所定の通り変位波形^{7),8)}の設定下で求めた飛び移り座屈温度に基づく座屈余裕度の議論のみでは十分ではないと考えられる。

そこで阿部ら⁹⁾は、レールの初期通り変位をランダムな波形で与え、モンテカルロシミュレーション(MCS)により飛び移り座屈温度の確率特性について調べた。その結果、飛び移り座屈温度の確率密度関数は、初期通り変位波形の標準偏差や相関長に依存し、特に前者に対して鋭敏であり、そのわずかな違いで所定の座屈確率に対するレール温度が大きく変化し得ることが明らかとなった。なお、初期通り変位波形のバラツキに対する最低座屈強さ(最低座屈温度)の依存度は、飛び移り座屈温度ほど顕著では無いと考えられる。そのため文献9)ではその分散を無視して確定量と見なし、飛び移り座屈温度との差を座屈余裕度として評価した。

しかし、飛び移り座屈温度程ではないものの、最低座屈温度も初期通り変位波形の影響を幾らか受けるものと考えられる。また、座屈温度は道床横抵抗力にも依存するはずである。そこで本研究では、飛び移り座屈温度に加え最低座屈温度についても、その確率密度関数と確率分布関数とを求め、座屈余裕度の確率特性を改めて評価する。さらに、道床横抵抗力の値や空間変動が座屈の確率特性に及ぼす影響についても検討し、道床横抵抗力のバラツキも考慮した座屈余裕度について評価する。

2. 軌道座屈 MCS の概要

(1) 軌道のモデル化

軌道座屈解析の実施に当り、本研究室で構築した数値軌道モデル⁹⁾を用いる。以下にその概略について述べる。

軌道は図-2に示す様な、左右レールと等間隔 L で配置されたまくらぎとで構成される軌きょうにより表す。レールは水平面内変位を考慮した Euler ばり有限要素で離散化し、有限変位理論に基づいてつり合い式を導出する。まくらぎは剛な棒与え、レールとの締結部には回転バネ k_R とレールたわみ方向バネ k_T を設定し、それによって両者間を結合する。なお、レール長手方

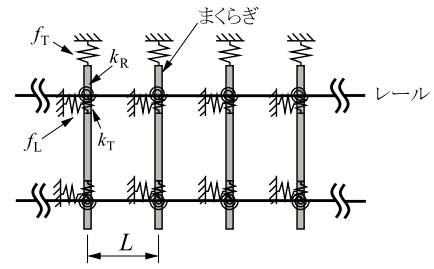


図-2 座屈解析に用いる軌道モデル

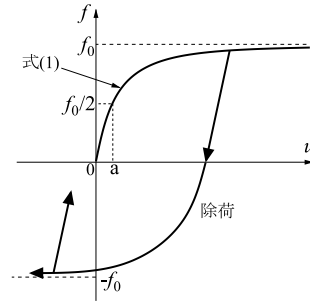


図-3 道床横・縦抵抗力の履歴モデル

向に関しては、レールとまくらぎを剛結し、同一変位を与えるものとする。まくらぎに作用する道床横抵抗力 f_T と縦抵抗力 f_L は、それぞれ次式で設定し、図-3の様な非弾性履歴を考慮する。

$$\begin{aligned} f_T &= f_{0T} \frac{u_{ST}}{a_T + |u_{ST}|}, \\ f_L &= f_{0L} \frac{u_{SL}}{a_L + |u_{SL}|} \end{aligned} \quad (1)$$

ここで、 f_0 は最終道床抵抗力、 u_S はまくらぎ変位、 a は道床抵抗力の値が $f_0/2$ となる時の変位であり、下付き添え字の T と L は、それぞれ横抵抗力と縦抵抗力に関する値であることを意味している。

(2) ランダムな初期通り変位の設定

座屈解析に当り、左右レールにランダムな初期通り変位をそれぞれ設定する。なお、10 m 弦正矢の測定データ¹⁰⁾には、左右レールの通り変位に相関が認められなかったため、それぞれに異なる波形を与えることとした。当該の通り変位波形には、次式の距離相関関数 $R(x)$ ⁹⁾に従う定常ランダムデータを仮定する。

$$R(x) = \sigma^2 e^{-(x/d)^2} \quad (2)$$

ここで、 x は軌道(レール)長手方向距離、 σ は初期通り変位の標準偏差、 d は距離相関パラメータ(相関長)である。

はり要素節間距離を Δx とし、各節点における初期通り変位間の共分散行列 $[C]$ の i 行 j 列成分を c_{ij} と

おくと、それは次式で与えられる。

$$c_{ij} = R(|i - j| \cdot \Delta x) \quad (3)$$

この時、ランダムな初期通り変位の節点ベクトル $\{\mathbf{W}_0\}$ は次式で作成することができる⁹⁾。

$$\{\mathbf{W}_0\} = [\Phi \Lambda^{1/2}] \{\xi\} \quad (4)$$

ここで、 $[\Phi]$ は行列 $[\mathbf{C}]$ に関する単位固有ベクトルを縦ベクトル成分として並べて得られる行列、 $[\Lambda]$ はそれらに対応する固有値から成る対角行列である。また、 $\{\xi\}$ は期待値 0、標準偏差 1 の互いに独立な標準正規乱数を各成分に持つランダムベクトルである。

(3) MCS による座屈温度の確率特性評価

2. (2) の手順で左右レールにランダムな初期通り変位波形を設定して、弧長増分法¹¹⁾に基づき軌道座屈解析を多数回行い、飛び移り座屈温度と最低座屈温度を求める MCS を実施する。その結果より、飛び移り座屈温度や最低座屈温度の確率密度関数と確率分布関数を求める。

なお文献 9) では、飛び移り座屈温度の確率密度関数が有限サポートを有する非対称関数で与えられることから、その近似にベータ分布を採用した。しかし、本研究で新たに求めた最低座屈温度の確率密度関数の近似にベータ分布を用いる場合、そのピーク値や裾の形状などにおいて、必ずしも十分な再現性が得られないケースが散見された。そこで、カーネル密度推定¹²⁾により確率密度関数を表現することとした。この場合、 N 回の MCS より得られた座屈温度を t_i ($i = 1, \dots, N$) とすると、確率密度関数 $p(t)$ は次式で与えられる。

$$p(t) = \frac{1}{Nh\sqrt{2\pi}} \sum_{i=1}^N e^{-(t-t_i)^2/(2h^2)}, \quad (5)$$

$$h = \sigma_t \left(\frac{4}{3N} \right)^{1/5}$$

ここで、 σ_t は座屈温度データ t_i から求めた標準偏差である。

式 (5) に対応する確率分布関数 $P(t)$ は次式により評価する。

$$P(t) = \int_{-\infty}^t p(\tau) d\tau \quad (6)$$

$$= 1 - \frac{1}{N\sqrt{\pi}} \sum_{i=1}^N \text{Erf} \left(\frac{t-t_i}{\sqrt{2}h} \right)$$

ここで、 $\text{Erf}(t)$ は誤差関数であり、本論文では次式により定義する。

$$\text{Erf}(t) = \int_t^\infty e^{-\tau^2} d\tau \quad (7)$$

表-1 締結バネと道床抵抗力に関する諸量

締結部横バネ定数	k_T (MN/m)	40
締結部回転バネ定数	k_R (kN・m/rad)	20
最終道床横抵抗力	f_{0T} (kN)	5.5
$f_{0T}/2$ を与える変位	a_T (mm)	1.0
最終道床縦抵抗力	f_{0L} (kN)	2.5
$f_{0L}/2$ を与える変位	a_L (mm)	1.0

3. 解析結果

(1) 解析条件

座屈解析に当たり、50kgN レールで構成される軌道を想定し、水平面内 (弱軸回り) 曲げ剛性を 663 kN・m²、伸び剛性を 1.32 GN と設定した。また、線膨張係数は 12×10^{-6} (1/°C) とした。まくらぎ間隔は 0.6 m とし、軌道長 720 m (まくらぎ 1200 本) をモデル化して、まくらぎ支持区間のレールをはり要素で 2 分割して離散化を行った。その際に、軌道両端は固定せず、温度伸縮や座屈過程での軌道変位を許容する様にした。

その他、レール・まくらぎ締結バネと道床抵抗力に関する諸量は、既往の研究等⁴⁾を参考に表-1 に示すとおり設定した。なお、図-2 に示す様に、最終道床横抵抗力 f_{0T} はまくらぎ 1 本分、最終道床縦抵抗力 f_{0L} はレール 1 本分 (まくらぎ 1/2 本分) の値である。以下の解析では、表-1 を基本設定として用いるが、道床横抵抗力の変動が座屈確率に及ぼす影響を検討する際は、 f_{0T} のみ異なる設定に変更する。

ランダムな初期通り変位を作成する際の相関長は、過去の測定データに基づいた推定値 $d=1.7$ m⁹⁾ を基準とし、標準偏差 σ と合わせて適宜値を変え、それらが確率分布等に及ぼす影響について調べた。なお、文献 9) の MCS において、座屈確率が 0.1% 程度であればサンプル数を 1000 とした場合と 5000 とした場合との差異が比較的小さかったことから、以下の MCS でもサンプル数を 1000 とした。

(2) 初期通り変位波形の標準偏差が座屈確率特性に及ぼす影響

式 (2) における初期通り変位波形の相関長 d を 1.7 m に固定し、標準偏差 σ を 3~8 mm まで 1 mm 間隔で設定して MCS を実施した。飛び移り座屈温度と最低座屈温度の確率密度関数をそれぞれ図-4 と図-5 に示す。なお、飛び移り座屈温度については文献 9) でも述べたが、ここでは最低座屈温度と合わせ改めて検討する。

図-4 より、飛び移り座屈温度の最頻値は、初期通り変位波形の標準偏差 σ の増加と共に低下しており、そ

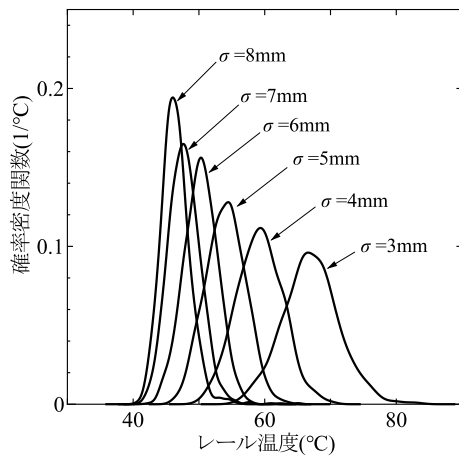


図-4 通り変位の標準偏差が飛び移り座屈温度の確率密度関数に及ぼす影響 ($d=1.7\text{m}$)

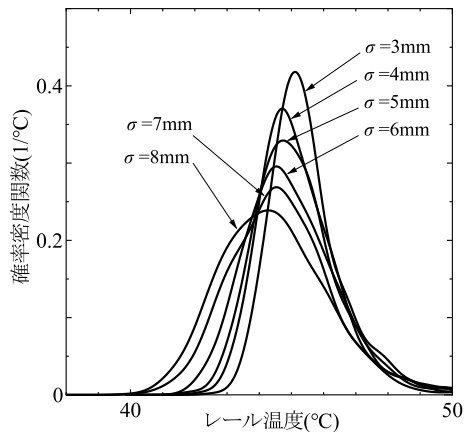


図-5 通り変位の標準偏差が最低座屈温度の確率密度関数に及ぼす影響 ($d=1.7\text{m}$)

の度合いは σ の値が小さい程顕著であり、座屈温度の初期不整鋭敏性が最頻値にも現れている。また、確率密度関数の広がり (分散) については、最頻値とは逆に σ の増加と共に減少しており、確率密度関数の分布範囲が次第に狭まる傾向が確認できる。なお、飛び移り座屈温度の凡その下限値は約 40°C と推定される。

図-5 より、最低座屈温度の最頻値は、飛び移り座屈温度と同様に σ の増加と共に低下することがわかる。ただし、飛び移り座屈温度の様な鋭敏性は認められない。また、 σ の増加に伴い分布範囲が拡大しているが、その変化は主に分布域下端で認められる。この図から、最低座屈温度の凡その下限値は約 40°C と推定され、飛び移り座屈温度のそれとほぼ一致している。このことは、初期通り変位の標準偏差が比較的大きな軌道において、飛び移り座屈温度が極端に低いケースでは、それと最低座屈温度とがほぼ一致し、座屈余裕度が事実上存在しないことを示唆している。

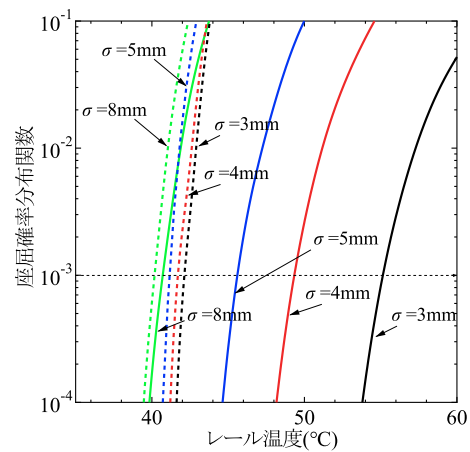


図-6 通り変位の標準偏差が飛び移り座屈温度と最低座屈温度の確率分布関数に及ぼす影響 (実線：飛び移り座屈、破線：最低座屈、 $d=1.7\text{m}$)

次に、飛び移り座屈温度と最低座屈温度の確率分布関数を図-6 に示す。この図には、初期通り変位波形の標準偏差 σ が 3, 4, 5, および 8 mm の 4 ケースを示した。飛び移り座屈温度の確率分布関数には、確率密度関数と同様に σ の影響が顕著に現れている。例えば座屈確率 $P(t)=0.1\%$ で比較すると、 $\sigma=3\text{ mm}$ と 4 mm とではレール温度に 6°C 程度の違いが認められ、初期通り変位波形の標準偏差のわずか 1 mm の違いが座屈確率に大きく影響することがわかる。

一方、最低座屈温度の確率分布関数に σ が及ぼす影響は、飛び移り座屈温度に比べ非常に小さい。なお、図-5 より、確率密度関数について見ると、 σ の違いによる影響は低温側の裾尾において比較的顕著に現れていた。しかし、図-6 に示した範囲の確率レベルであれば、 $\sigma=3\text{ mm}$ と 8 mm とでの温度差は 2°C 程度であり、飛び移り座屈温度に比べ決して大きくはないことがわかる。

以上より、飛び移り座屈と最低座屈との温度差で与えられる座屈余裕度においては、 σ が飛び移り座屈温度に及ぼす影響が支配的となることが確認できた。ちなみに座屈発生確率 0.1% で見ると、 $\sigma=3\text{ mm}$ での座屈余裕度が 12°C 以上であるのに対し、 $\sigma=8\text{ mm}$ では 1°C 以下となっている。

(3) 初期通り変位波形の相関長が座屈確率特性に及ぼす影響

初期通り変位波形の標準偏差を $\sigma=5\text{ mm}$ に固定し、相関長 d を変化させて MCS を実施した。 d の値が飛び移り座屈温度と最低座屈温度の確率密度関数に及ぼす影響を、それぞれ図-7 および図-8 に示す。

文献 9) に述べたとおり、飛び移り座屈温度の確率密度関数の最頻値は $d=1.5\text{ m}$ 付近で最小となり、その前

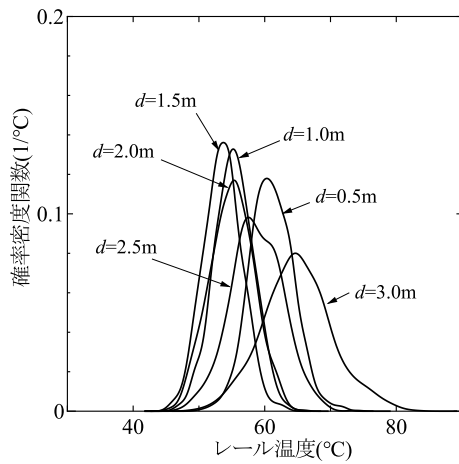


図-7 通り変位の相関長が飛び移り座屈温度の確率密度関数に及ぼす影響 ($\sigma=5\text{mm}$)

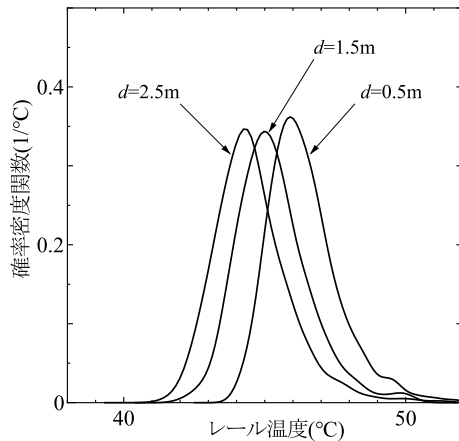


図-8 通り変位の相関長が最低座屈温度の確率密度関数に及ぼす影響 ($\sigma=5\text{mm}$)

後では増加傾向を示す。これは、飛び移り座屈発生の際に成長し出すレールたわみの波数成分が、 $d=1.5\text{ m}$ 前後のランダム波形に最も多く含まれていることによるものと考えられる。

一方、図-8の最低座屈温度の確率密度関数では、その最頻値は d の増加と共に一様に減少しており、飛び移り座屈温度とは異なる傾向を示している。なお、相関長についても、標準偏差 σ と同様に、それが最低座屈温度の確率密度関数へ及ぼす影響は、飛び移り座屈温度のそれに比べて小さいことがわかる。

次に、飛び移り座屈温度と最低座屈温度の確率分布関数を図-9に示す。この図には、初期通り変位波形の相関長 d が0.5, 1.5, および2.5 mの3ケースを示した。確率密度関数と同様に、確率分布関数においても d の違いによる影響は、飛び移り座屈温度の方が最低座屈温度に比べ幾分大きめに現れている。ただし、図-6に

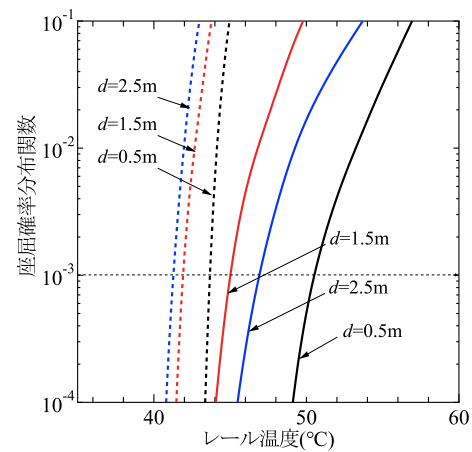


図-9 通り変位の相関長が飛び移り座屈温度と最低座屈温度の確率分布関数に及ぼす影響 (実線：飛び移り座屈，破線：最低座屈， $\sigma=5\text{mm}$)

示した初期通り変位波形の標準偏差 σ の影響と比べると、 d による飛び移り座屈温度の変化はやや小さく、最低座屈温度の変動幅と比べてそれ程顕著な違いは認められない。

$d=1.5\text{ m}$ 付近で飛び移り座屈温度の確率密度関数の最頻値が最小値をとることは既に述べたが、これと連動して確率分布関数においても同様の傾向が認められ、同一レベルの座屈確率で比較すると、対応するレール温度は $d=1.5\text{ m}$ のケースが最も低くなっている。一方、最低座屈温度の確率分布関数については、 d の増加と共にレール温度は単調減少している。そのため、座屈余裕度は $d=1.5\text{ m}$ 付近で最小になるものと推測される。

(4) 初期通り変位波形の標準偏差と相関長が座屈余裕度に及ぼす影響

図-6、図-9に示した結果より、飛び移り座屈温度と最低座屈温度との差で与えられる座屈余裕度を、座屈確率0.1%の場合を例に具体的に求めた。初期通り変位波形の相関長 d を1.7 mに固定して標準偏差 σ と座屈余裕度との関係を求めたものを図-10に、 σ を5 mmに固定して相関長と座屈余裕度との関係を求めたものを図-11に示す。

図-10より、3.(2)に述べた様な初期通り変位波形の標準偏差による座屈余裕度への顕著な影響が確認できる。特に標準偏差の増加と共に座屈余裕度は急減少しており、飛び移り座屈温度の初期通り変位に対する鋭敏性が反映されている様子が窺える。具体的には、標準偏差が3 mmの場合の座屈余裕度が12.5℃であるのに対し、4 mmでは7.1℃、5 mmでは3.9℃、6 mmでは1.3℃となっている。現実の軌道における初期通り変位波形の標準偏差はこの範囲にあるものと考えられ、飛び

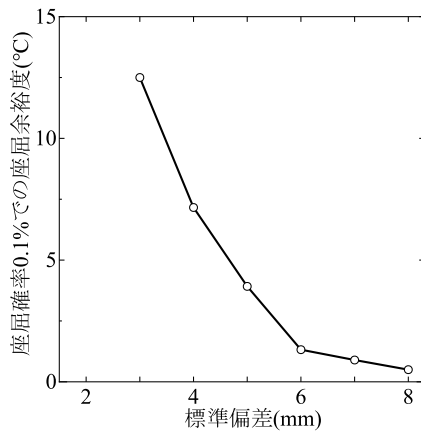


図-10 通り変位の標準偏差が座屈余裕度に及ぼす影響 ($d=1.7\text{m}$)

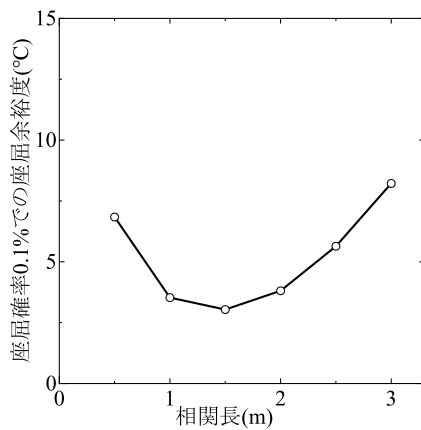


図-11 通り変位の相関長が座屈余裕度に及ぼす影響 ($\sigma=5\text{mm}$)

移り座屈温度に基づく管理法を検討する際には、図-10 の様な標準偏差に対する鋭敏性に十分留意する必要がある。

図-11 に示した初期通り変位波形の相関長 d と座屈余裕度との関係は、3.(3) に述べたとおり $d=1.5\text{m}$ 付近で最小値をとっている。なお、実軌道における通り変位波形の距離相関関数を式 (2) で近似した場合の相関長は 1.7m と推定された⁹⁾。この値は図-11 で極小値を与える $d=1.5\text{m}$ に近いことから、 $d=1.7\text{m}$ の下で求めた図-10 は、各標準偏差における座屈余裕度の最低値を概ね示しているものと考えられる。従って、実際の初期通り変位波形の相関長がいかなる値を取ったとしても、各標準偏差の下で最低限確保し得る座屈余裕度は図-10 より把握可能である。

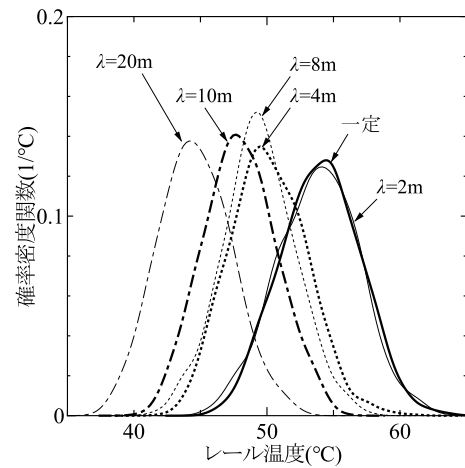


図-12 最終道床横抵抗力の変動波長が飛び移り座屈温度の確率密度関数に及ぼす影響 ($\sigma=5\text{mm}$, $d=1.7\text{m}$)

(5) 最終道床横抵抗力の空間変動が座屈確率特性に及ぼす影響

ロングレール軌道の座屈安定性評価における、道床横抵抗力のパラツキに対する考え方は文献3)に示されている。しかし、その軌道長手方向への空間変動特性については不明な点が多い。そこで、最終道床横抵抗力に次式で示す空間変動を与え、その下で初期通り変位波形をランダムに設定してMCSを実施した。

$$f_{0Ti} = \bar{f}_{0T} \left\{ 1 + 0.5 \sin\left(\frac{2\pi Li}{\lambda}\right) \right\} \quad (8)$$

ここで、 f_{0Ti} は軌道モデル左端から i 番目のまくらぎにおける最終道床横抵抗力、 $\bar{f}_{0T}$ はそれらの平均値、 λ は空間変動波長である。なお、 $\bar{f}_{0T}=5.5\text{ kN/本}$ とした。また、実軌道における変動振幅はせいぜい $0.3\bar{f}_{0T}$ 程度³⁾と推定されるが、ここでは空間変動の影響を確認する目的で $0.5\bar{f}_{0T}$ と大き目に設定した。

初期通り変位波形の標準偏差と相関長をそれぞれ 5 mm 、 1.7 m とし、式 (8) の変動波長を $2\sim 20\text{ m}$ までの範囲で設定して得られた飛び移り座屈温度の確率密度関数を図-12に示す。なお、図中には道床横抵抗力が $\bar{f}_{0T}$ で一定値の場合も合わせて示した。 λ の増加と共に確率密度関数の分布域が低温度側へ移動する様子が確認できる。ただし、 $\lambda=2\text{ m}$ の結果は最終道床横抵抗力一定のものとはほぼ一致しており、変動の影響は認められず、 $\lambda=4\text{ m}$ において急激に変化している。また、 $\lambda=4\sim 10\text{ m}$ の範囲における変化は、 $\lambda=2\text{ m}$ と 4 m の両ケース間の変化に比べやや小さく、それ以上の波長域においても緩慢である。

本軌道モデルにおける分岐座屈時の理論座屈波長は 3.9 m であり、 $\lambda=4\text{ m}$ に近い。軌道座屈過程では、この理論波長を起点として、たわみの増大と共に長波長の変位波形成分が成長する傾向が認められる⁶⁾。よっ

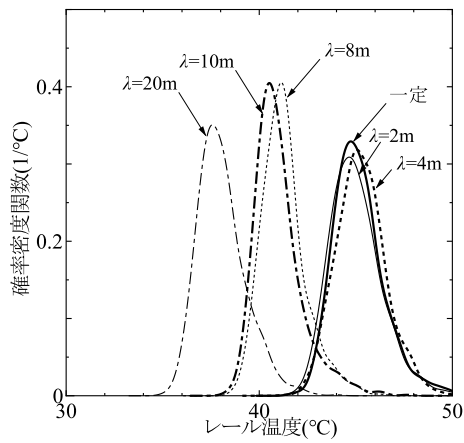


図-13 最終道床横抵抗力の変動波長が最低座屈温度の確率密度関数に及ぼす影響 ($\sigma=5\text{mm}$, $d=1.7\text{m}$)

て、 $\lambda=4\text{ m}$ 以下の波長成分は飛び移り座屈には影響を与えなかったものと解釈できる。一方、座屈たわみが集中して発生する箇所の区間長に比べより長い変動波長成分は、座屈区間全域の最終道床横抵抗力をほぼ一様に低下させる効果を持つため、それ以上変動波長を長くしても確率密度関数への影響は小さく、分布域は一定領域に漸近していくものと推測される。

次に、最低座屈温度の確率密度関数を図-13 に示す。図-12 の飛び移り座屈温度の確率密度関数と同様に、波長 λ の増加と共に分布域が低温側へ移動する様子が確認できる。ただし分布域の急変は、 $\lambda=4\text{ m}$ と 8 m との間で認められる。これは、飛び移り座屈時からさらに変位が進行した最低座屈点でのたわみ波形が、前述のとおり、より長い波長成分で構成されているためと考えられる。また、道床横抵抗力が一定値をとるケースと $\lambda=20\text{ m}$ のケースとの間の最頻値低下量は、飛び移り座屈温度では約 10°C であるのに対し、最低座屈温度では 6°C 程度となっており、前者の方が道床横抵抗力の空間変動波長に対する感度が高めとなっている。

(6) 最終道床横抵抗力のバラツキが座屈確率特性に及ぼす影響

3.(5) の結果より、最終道床横抵抗力の空間変動により座屈温度が低下し、長波長成分程その効果が顕著に現れることがわかった。しかし、実軌道における空間変動の実態が明らかでない現状では、これ以上その影響について具体的に議論することは不可能である。そこで次に、最終道床横抵抗力が軌道長手方向に一定値を取りつつ、それが軌道毎にランダムな値をとる場合を想定し、初期通り変位波形に加え最終道床横抵抗力のバラツキも考慮して、それが座屈余裕度 に及ぼす影響について調べることにする。

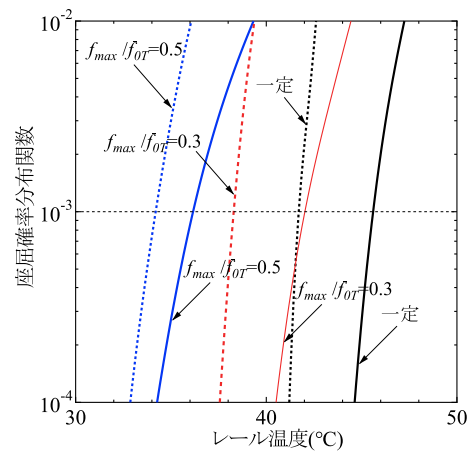


図-14 最終道床横抵抗力の変動幅が飛び移り座屈温度と最低座屈温度の確率分布関数に及ぼす影響 (実線：飛び移り座屈、破線：最低座屈, $\sigma=5\text{mm}$, $d=1.7\text{m}$)

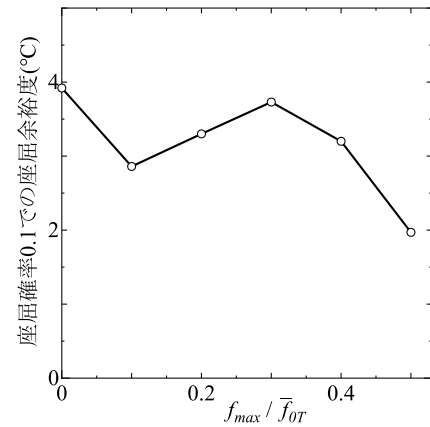


図-15 最終道床横抵抗力の変動幅と座屈余裕度との関係 ($\sigma=5\text{mm}$, $d=1.7\text{m}$)

初期通り変位の標準偏差 $\sigma=5\text{ mm}$ 、相関長 $d=1.7\text{ m}$ の下、軌道長手方向に一樣な最終道床横抵抗力の値をサンプル毎にランダムに設定し、MCS を実施した。その際に、最終道床横抵抗力の確率密度関数 p_f を、次の4次のベータ分布により与えた。

$$p_f(f_{0T}) = \frac{15}{16f_{max}} \left\{ 1 - \left(\frac{f_{0T} - \bar{f}_{0T}}{f_{max}} \right)^2 \right\}^2, \quad (9)$$

$$|f_{0T} - \bar{f}_{0T}| \leq f_{max}$$

ここで、 f_{max} は最終道床横抵抗力の変動幅である。

$\bar{f}_{0T}=5.5\text{ kN/本}$ の下、 $f_{max}/\bar{f}_{0T}=0.0, 0.3$, および 0.5 の3ケースに対して求めた飛び移り座屈温度と最低座屈温度の確率分布関数を図-14 に示す。最終道床横抵抗力の変動幅の増大に伴い、同一の座屈確率に対応する温度が低下する傾向が確認できる。

座屈確率 0.1% における、最終道床横抵抗力の変動幅 $f_{max}/\bar{f}_{0T}$ と、座屈余裕度との関係を図-15 に示す。こ

の図より、変動幅 $f_{max}/\bar{f}_{0T}=0.4$ 以下の範囲では、座屈余裕度は 3~4℃程度の値で推移している。なお、座屈確率 0.1%における MCS による確率分布の計算精度は 1℃程度⁹⁾と推定され、 $f_{max}/\bar{f}_{0T}=0.4$ 以下に見られる座屈余裕度の増減は、概ね誤差範囲内であると考えられる。よって、座屈余裕度における有意な低下は $f_{max}/\bar{f}_{0T}=0.4$ 以上で生じており、最終道床横抵抗力の変動幅が極端に大きなケース以外では、それが座屈余裕度に及ぼす影響は比較的小さいものと思われる。

以上より、最終道床横抵抗力の変動は、所定の座屈確率に対応する温度低下をもたらすものの、座屈余裕度の低下への影響は限定的であることがわかった。

4. おわりに

軌道の初期通り変位波形と最終道床横抵抗力のパラツキが、軌道座屈の確率特性に及ぼす影響について、モンテカルロシミュレーションにより調べた。初期通り変位波形を所定の距離相関関数に従うランダム波形により与え、その標準偏差と相関長が最低座屈温度と飛び移り座屈温度の確率密度関数や確率分布に及ぼす影響について調べた。その結果、飛び移り座屈温度の確率特性は初期通り変位波形の標準偏差に対して鋭敏性を有する一方、最低座屈温度は標準偏差の影響をほとんど受けないことがわかった。また、このことより飛び移り座屈温度と最低座屈温度との差で与えられる座屈余裕度は、主に飛び移り座屈温度の鋭敏性に支配されることとなる。初期通り変位波形の相関長については、座屈余裕度に対して標準偏差程の顕著な影響を及ぼさないものの、決して無視し得ないことを確認した。

最終道床横抵抗力の空間変動や、軌道毎のパラツキが確率特性に及ぼす影響についても調べた。前者に関しては、座屈波形を特徴づける波長に匹敵する変動波長より長い成分が座屈温度の低下に影響することが分かった。また、後者に関しては、座屈温度低下には影響するものの、最終道床横抵抗力の変動幅が極端に大

きくない限り、それが座屈余裕度に及ぼす影響は決して大きくはないことを確認した。

なお、本研究では 0.1%程度の座屈確率レベルでの検討を行った。それより低い確率域の解析では、MCS のサンプル数をさらに増やす必要がある。その際には確率の評価精度と計算の効率化との両立が不可欠となる。この点については今後の検討課題である。

謝辞 本研究は科研費(20K04661)の助成を受けたものである。ここに記して謝意を表する。

参考文献

- 1) 阿部和久, 桑山卓也, 元好 茂: 空間的・時間的な温度変化を受けるロングレールの軸力分布解析, 鉄道力学シンポジウム論文集, No.16, pp.101-108, 2012.
- 2) 伊藤文人, 構造安定性, 2.5 節, 技報堂出版, 1989.
- 3) 鉄道総合技術研究所 編: 鉄道構造物等設計標準・同解説 軌道構造, 11 章 ロングレール, 丸善出版, 2012.
- 4) 西宮裕騎, 片岡宏夫: 座屈発生点を考慮したロングレールの座屈安定性の評価法に関する一考察, 鉄道工学シンポジウム論文集, 第 20 号, pp.9-15, 2016.
- 5) 藪中嘉彦, 高尾賢一, 吉川秀平: 杭工法による道床横抵抗力増加メカニズムと座屈発生点を考慮した座屈安定性の検証, 鉄道工学シンポジウム論文集, 第 23 号, pp.261-266, 2019.
- 6) 阿部和久, 田中洋介, 西宮裕騎, 紅露一寛: レール温度座屈時の分岐過程に関する一考察, 鉄道力学論文集, No.13, pp.7-14, 2009.
- 7) 沼田 実: ロングレールの座屈強さ, 鉄道技術研究報告, No.721, 1970.
- 8) 宮井 徹: エネルギー法による軌道座屈の数値解析, 鉄道技術研究報告, No.1271, 1984.
- 9) 阿部和久, 水野雄太, 紅露一寛: 通り変位波形におけるパラツキが軌道座屈強度の確率特性に及ぼす影響, 鉄道工学シンポジウム論文集, No.24, pp.167-174, 2020.
- 10) 千葉颯兵, 阿部和久, 小松佳弘, 紅露一寛: 通り変位測定データに基づくレール軸力推定法に関する理論的検討, J-RAIL2017, CD-ROM, S2-14-4, 2017.
- 11) 岩崎英治, 松野純一, 長井正嗣: 弧長法のための一反復解法と弧長自動設定法, 応用力学論文集, Vol.5, pp.207-216, 2002.
- 12) Bowman, A.W. and Azzalini, A.: Applied smoothing techniques for data analysis, The kernel approach with S-plus illustrations, p.31, Oxford Science Publications, 1997.

(Received April 2, 2021)

(Accepted June 4, 2021)

STOCHASTIC INFLUENCE OF GEOMETRICAL AND MECHANICAL VARIATIONS IN TRACK STRUCTURE ON ITS BUCKLING SAFETY

Kakeru IWAI, Kazuhisa ABE and Kazuhiro KORO

Stochastic evaluation of the track buckling is achieved considering the random process of initial lateral deflection of continuous welded rails. The probability density functions are obtained by means of the Monte Carlo simulation. The stochastic influence of statistical parameters in the autocorrelation function of the lateral irregularity on the upper and lower buckling temperatures is investigated. Moreover, influence of the uncertainty in lateral resistance on the probabilistic characteristics of the buckling safety is examined.