

論文 多点加振と相反定理に基づく 鋼鉄道 I 桁橋の高次部材振動モードの同定

櫛谷 拓馬¹・松岡 弘大²・渡辺 勉³・成田 顕次⁴・
梶原 和博⁵・森 健矢⁶

¹正会員 (公財) 鉄道総合技術研究所 構造物技術研究部 (〒185-8540 東京都国分寺市光町 2-8-38)

E-mail: kushiya.takuma.19@rtri.or.jp

²正会員 (公財) 鉄道総合技術研究所 鉄道力学研究部 (同上)

E-mail: matsuoaka.kodai.13@rtri.or.jp

³正会員 (公財) 鉄道総合技術研究所 鉄道力学研究部 (同上)

E-mail: watanabe.tsutomu.30@rtri.or.jp

⁴正会員 (公財) 鉄道総合技術研究所 鉄道力学研究部 (同上)

E-mail: narita.kenji.97@rtri.or.jp

⁵正会員 (公財) 鉄道総合技術研究所 軌道技術研究部 (同上)

E-mail: kajihara.kazuhiro.70@rtri.or.jp

⁶非会員 四国日本旅客鉄道株式会社 工務部 (〒760-8580 香川県高松市浜ノ町 8-33)

E-mail: mori-k@jr-shikoku.co.jp

複雑な振動モード形状を有する鋼鉄道橋の高次部材振動モードは、沿線騒音や疲労などと関連する可能性があるが、センサ数や同期精度の制約から断片的にしか分析できていない。本研究では、現地で実施可能な少ないセンサ数での鋼鉄道橋の高次部材振動モードの同定法として、多点加振と相反定理を利用した手法を提案するとともに、鋼鉄道 I 桁橋の各部材への適用を通じて有効性を検証した。また、計測機器間の同期誤差を低減する伝達関数の位相基準化手法を併せて提案し、複雑な振動モード形状の高精度な同定を試みた。提案手法を各部材に適用し、約 1000Hz までの振動モードの固有振動数、振動モード形の同定を行った。得られた各部材のモード特性は既存の多点計測手法の結果と精度よく一致することを示した。

Key Words : *reciprocal theorem, modal identification, high-order local mode, field test*

1. はじめに

鋼鉄道橋は、古くから標準的な鉄道構造物として建設・供用されるとともに、長大橋や狭隘箇所など特殊条件下でも広く利用されてきた¹⁾。一方、レールを鋼橋で直接支持するレール直結式(鋼橋直結軌道)の無道床鋼鉄道橋は、沿線騒音が比較的大きい場合があると同時に、鋼鉄道橋の振動に起因する構造物音の騒音への寄与も指摘されている²⁾。ただし、その振動数は 200~2000Hz 程度とこれまで構造振動分野で対象とされてきた領域をはるかに超える³⁾。また、騒音とは異なるが近年では鋼鉄道橋部材の疲労損傷に対しても 400Hz を超える振動の寄与が指摘されている⁴⁾。このため、高周波の鋼鉄道橋の振動性状の解明は高い実務的要請を有する。200Hz を超えるような部材レベルの高次振動モード(以下、高次部

材振動)は局所的かつ非常に複雑な振動モード形状を有するため、実測によりこれを同定する場合、膨大な数のセンサが必要となる⁵⁾。しかし、現地計測における厳しい時間的・空間的制約からその実現は容易ではない。また、高い振動数では計測機器間のごくわずかな処理時間の差が同定結果に影響するが、この点についてはこれまでほとんど検討されてこなかった。

本研究では、今後、鋼鉄道橋の構造物音の発生メカニズムや高周波振動の疲労損傷への寄与を検討するための基盤技術として、現地計測で適用可能な高次部材振動モードの同定手法の構築を目的とした。具体的には、マクスウェルの相反定理⁶⁾を利用し、センサ設置の代わりに加振を行い、少ない計測点で複雑な高次部材振動モードを同定する。また、機器間の時刻同期誤差を相殺する位相基準化手法についても合わせて提案する。

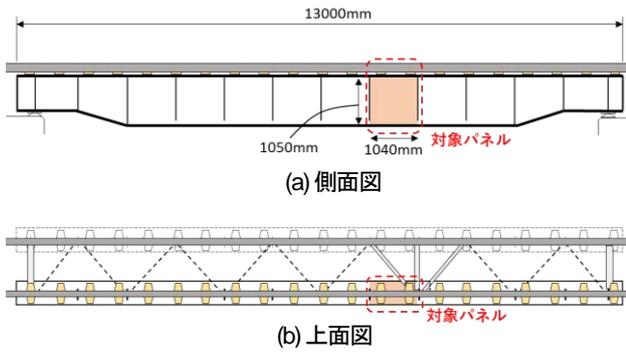


図-1 対象構造物の概要図

2. 検討方法

(1) 対象構造物と計測概要

図-1 に対象とした鋼鉄道 I 桁橋を示す。対象橋梁は桁長 13m の 2 主鋼 I 桁形式であり、締結装置が鋼橋上フランジに設置されたレール直結型（鋼橋直結軌道）の無道床鋼鉄道橋である。本研究では鉛直補剛材で区切られた領域をパネルと呼び、図-1 中に示す 1 パネルを高次部材振動モードの同定対象とした。図-1 下図に示すように 2 つの締結装置が当該パネルの上フランジ橋軸方向両端に設置されている。

図-2 に当該パネルの高次部材振動モードを同定するための加速度計配置を示す。センサは圧電素子型加速度計（PV85, PV95：リオン社製）を用いた。PV95 は締結装置近傍のレール下フランジに、PV85 は鋼橋上フランジ、ウェブ、下フランジにそれぞれ設置した。なお、提案手法の適用のみであれば加速度計は任意の 1 点のみでも問題ないが、既存の多点計測に基づくモード同定法との比較による精度検証のため、図-2 の加速度計配置とした。なお、以降の章で利用する計測点には図-2 のチャンネル番号を付与している。

図-3 にインパルスハンマによる加振箇所の配置を示す。加振は小型インパルスハンマ（086C01：東陽テクニカ）を利用し、内蔵されたロードセルにより各部材の応答とともに加振力を計測した。

PV85 で観測された信号はプリアンプを介して、PV95 およびインパルスハンマで観測された信号はチャージアンプを介して、いずれも同じ AD 変換器に入力され、サンプリング周波数 10kHz でノート PC に記録される。なお、すべての信号は同じタイミングで AD 変換されるが、AD 変換よりも上流のプリアンプ・チャージアンプ間の処理時間のごくわずかな差に起因して、収録波形にはごくわずかな時刻同期誤差が生じる。100Hz を超えるような高次の部材振動モードの同定では、このような時刻同期誤差が結果に大きい影響を及ぼす。本研究では多点加振と相反定理に基づく同定手法のほか、このような時刻同期誤差の低減処理手法（位相基準化）を提案する。

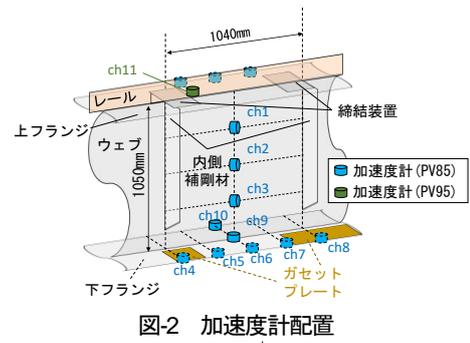


図-2 加速度計配置

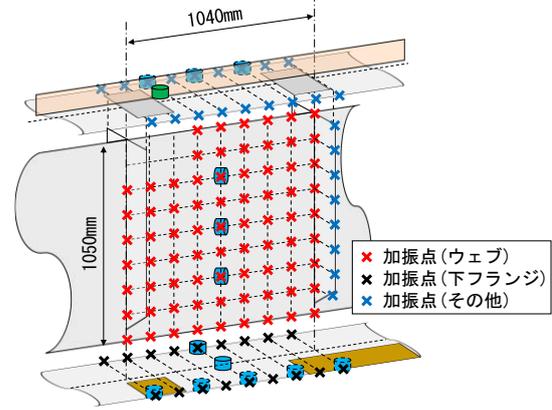


図-3 加振箇所

(2) 相反定理を用いたモード同定手法

a) 伝達関数と振動モード形の関係

マクスウェルの相反定理⁵⁾は、古くから知られているものの、その理論の定式化はあまり示されていない⁶⁾。したがって、多少冗長ではあるが、以下に伝達関数に基づく同定法を定式化したうえで、マクスウェルの相反定理を導入し、多点加振による同定法を定式化する。

物理座標系における N 自由度の運動方程式は次式のように表現される。ここでは比例減衰系を仮定している。

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{f} \quad (1)$$

ここで、 $\mathbf{M} \in \mathbb{R}^{N \times N}$ は質量行列であり、 $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{N \times N}$ は減衰行列、 $\mathbf{K} \in \mathbb{R}^{N \times N}$ は剛性行列、 $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^N$ は変位ベクトル、 $\mathbf{f} \in \mathbb{R}^N$ は外力ベクトルをそれぞれ表す。式(1)の変位ベクトル \mathbf{u} を

$$\mathbf{u} = \Phi \mathbf{q} \quad (2)$$

によりモード座標系に変換する。なお、 $\Phi \in \mathbb{R}^{N \times N}$ は固有モード行列であり、 r 次のモードベクトル $\boldsymbol{\varphi}_r \in \mathbb{R}^N$ により、 $\Phi = [\boldsymbol{\varphi}_1, \boldsymbol{\varphi}_2, \dots, \boldsymbol{\varphi}_r, \dots, \boldsymbol{\varphi}_N]$ と表される。また、 $\mathbf{q} \in \mathbb{R}^N$ はモード変位を表す。質量正規化したモード座標系における r 次の運動方程式は式(3)となる⁶⁾。

$$\ddot{q}_r + 2\zeta_r \omega_r \dot{q}_r + \omega_r^2 q_r = \boldsymbol{\varphi}_r^T \mathbf{f} \quad (3)$$

ここで、 ζ_r 、 ω_r はそれぞれ r 次のモード減衰比と固有円振動数である。上付き T は転置の操作を表す。式(3)を、

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-i\omega t} dt \quad (4)$$

で表されるフーリエ変換により t の関数である時間領域から ω の関数である周波数領域に変換すれば、 r 次の周

波数応答 $Q_r(\omega)$ は、以下の式(5)となる⁶⁾。

$$Q_r(\omega) = \frac{1}{\omega_r^2 - \omega^2 + i \cdot 2\zeta_r \omega_r \omega} \boldsymbol{\Phi}_r^T \mathbf{F}(\omega) \quad (5)$$

ここで、 i は虚数単位である。また、任意自由度 m （以下、加振点）を周波数特性 $F_m(\omega)$ で加振した場合を考える。この時の物理座標系における任意自由度 l （以下、計測点）の変位の周波数応答 U_l は、式(2)および式(5)から以下の式(6)となる。

$$U_l = \sum_{r=1}^N \frac{\Phi_{lr} \Phi_{mr}}{\omega_r^2 - \omega^2 + i \cdot 2\zeta_r \omega_r \omega} F_m(\omega) \quad (6)$$

ここで、 Φ_{lr} は行列 $\boldsymbol{\Phi}$ の (l, r) 成分を表す。同様に計測点 l における加速度の周波数応答 A_l は以下となる⁶⁾。

$$\begin{aligned} A_l(\omega) &= -\omega^2 U_l(\omega) \\ &= \sum_{r=1}^N \frac{-\omega^2 \cdot \Phi_{lr} \Phi_{mr}}{\omega_r^2 - \omega^2 + i \cdot 2\zeta_r \omega_r \omega} F_m(\omega) \end{aligned} \quad (7)$$

また、伝達関数の1つであるアクセラランス $G_{lm}(\omega)$ は

$$G_{lm}(\omega) = \frac{A_l(\omega)}{F_m(\omega)} = \sum_{r=1}^N \frac{-\omega^2 \cdot \Phi_{lr} \Phi_{mr}}{\omega_r^2 - \omega^2 + i \cdot 2\zeta_r \omega_r \omega} \quad (8)$$

となる。すべての計測点 $l = 1, 2, \dots, N$ に関して $G_{lm}(\omega)$ が得られているとし、隣接モードの連成は無視できると仮定する。この時、 r 次モードの固有振動数（ $\omega = \omega_r$ ）近傍では、伝達関数 $G_{lm}(\omega_r)$ とモードベクトル $\boldsymbol{\Phi}_r$ が式(9)の関係として得られる。

$$\begin{Bmatrix} G_{1m}(\omega_r) \\ \vdots \\ G_{lm}(\omega_r) \\ \vdots \\ G_{Nm}(\omega_r) \end{Bmatrix} = -\frac{\Phi_{mr}}{i \cdot 2\zeta_r} \begin{Bmatrix} \Phi_{1r} \\ \vdots \\ \Phi_{lr} \\ \vdots \\ \Phi_{Nr} \end{Bmatrix} \quad (9)$$

式(9)の右辺の係数 $-\Phi_{mr}/(i \cdot 2\zeta_r)$ は定数である。モードベクトルは各計測点間の相対的な振幅・位相の関係を表す量であるため、式(9)より、 $\omega = \omega_r$ の時の伝達関数を r 次のモードベクトルと見なすことができる。

b) 多点計測への変換

多点入力多点出力システムの加速度の周波数応答は、伝達関数を用いて次のように表される⁶⁾。

$$\begin{Bmatrix} A_1 \\ \vdots \\ A_l \\ \vdots \\ A_N \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & \cdots & G_{1m} & \cdots & G_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots \\ G_{l1} & \cdots & G_{lm} & \cdots & G_{lN} \\ \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots \\ G_{N1} & \cdots & G_{Nm} & \cdots & G_{NN} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_1 \\ \vdots \\ F_m \\ \vdots \\ F_N \end{Bmatrix} \quad (10)$$

マクスウェルの相反定理⁵⁾により、伝達関数に次の関係が成り立つと仮定する。

$$G_{lm}(\omega) = G_{ml}(\omega) \quad (11)$$

式(11)は伝達関数が対称行列になる、すなわち、加振点 m と計測点 l を入れ替えてもアクセラランスは等しいことを意味する。また、式(11)は $l = 1, 2, \dots, N$ としてベクトルで表記すると次のように書き換えられる。

$$\begin{Bmatrix} A_1/F_m \\ \vdots \\ A_l/F_m \\ \vdots \\ A_N/F_m \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} A_m/F_1 \\ \vdots \\ A_m/F_l \\ \vdots \\ A_m/F_N \end{Bmatrix} \quad (12)$$

式(12)は左辺が単点加振・多点計測、右辺が多点加振・単点計測に対応しており、両ケースで得られる伝達関数は等価となる。これにより、多くのセンサを設置する代わりに、これらの箇所を加振すればよいため、時間的・空間的な制約の厳しい鉄道橋の現地計測でも適用可能なレベルに作業量を低減できる。

c) 固有振動数の同定方法

固有振動数は、計測波形のスペクトルのピーク振動数を読み取ることで同定される⁶⁾⁷⁾。本研究では計測情報として加振力が得られる。また、後述するように、加振力の周波数特性は比較的フラットであるため、式(12)に示す伝達関数のピーク振動数を読み取ることで、固有振動数を同定することとした。

(3) 伝達関数の位相基準化

同定された振動モード形の振幅と位相の算出には、式(12)の絶対値および偏角を以下の式(13)および(14)で計算する必要がある。

$$\text{振幅} : |\hat{\Phi}_{lr}| = \sqrt{\text{Re}(\hat{\Phi}_{lr})^2 + \text{Im}(\hat{\Phi}_{lr})^2} \quad (13)$$

$$\text{位相} : \hat{\theta}_{lr} = \tan^{-1}\{\text{Im}(\hat{\Phi}_{lr})/\text{Re}(\hat{\Phi}_{lr})\} \quad (14)$$

ここで、 $\text{Im}(\cdot)$ は虚部を表し、 $\text{Re}(\cdot)$ は実部を表す。また、 $\hat{\Phi}_{lr}$ は式(13)で算出されるモードベクトルの最大値を1に基準化したものである。振動モード形の正負は、式(14)で算出される位相を用いて次式(15)により判定する。

$$\Phi_{lr} = \begin{cases} \hat{\Phi}_{lr} & (|\hat{\theta}_{lr}| \leq \frac{\pi}{2}) \\ -\hat{\Phi}_{lr} & (|\hat{\theta}_{lr}| > \frac{\pi}{2}) \end{cases} \quad (15)$$

ただし、上述の通り、インパルスハンマとPV85の信号処理時間の差に起因したわずかな時刻同期誤差が存在する。この時刻同期誤差は位相の評価に誤差を生じさせる。特に、高次部材振動モードは、振動の節の数だけ位相 $|\hat{\theta}_{lr}|$ の $\pi/2$ に対する大小関係が変化するため、位相の分布が複雑となり誤判定が生じやすい。

本研究では、位相計算の際に一般的に用いられる入力（インパルスハンマ）と出力（加速度計）の位相関係ではなく、任意の加速度計の出力を位相0の基準点と仮定して位相を計算する。すなわち、1つの基準点を設定し、基準点加振時の伝達関数の位相を他のすべての加振点の伝達関数の位相から差し引くことで時刻同期誤差の影響を相殺する。任意自由度 p を基準点として設定した場合、位相の基準化は次式で表される。

$$\bar{\theta}_{lr} = \hat{\theta}_{lr} - \hat{\theta}_{pr} \quad (16)$$

様々な基準点の選定方法が考えられるが、本論文では、

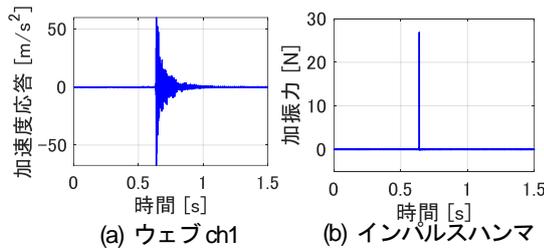


図4 加速度および加振力の計測波形

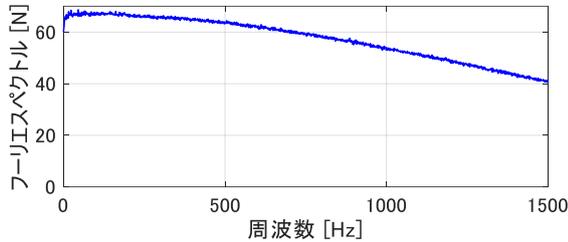


図5 加振力応答のフーリエスペクトル

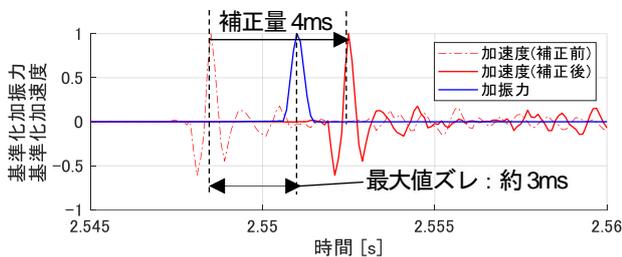


図6 同期誤差および遅延補正

モードベクトルの振幅が 1 (最大振幅) となる点を基準点とした。

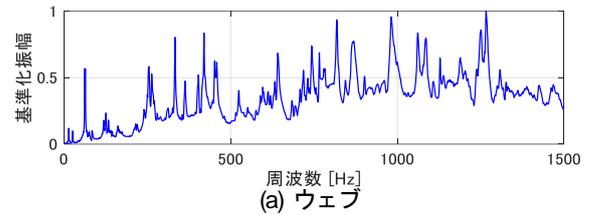
3. モード同定結果と精度検証

(1) 計測波形と時刻同期誤差の事前補正

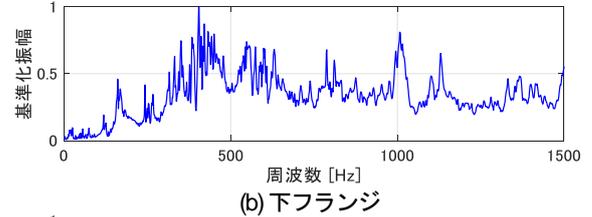
図-4 に計測波形の例として、ウェブ加振時のウェブ (ch1) の加速度波形およびインパルスハンマの加振力波形を示す。衝撃加振とともに、自由振動が励起され、0.5 秒程度で十分に減衰する。

図-5 は加振力のフーリエスペクトルを示す。なお、スペクトルは、加振力最大時点から 1 秒間の波形を用いた。評価対象とした 1000Hz 程度までほぼフラットな周波数特性で十分な加振力が得られている。

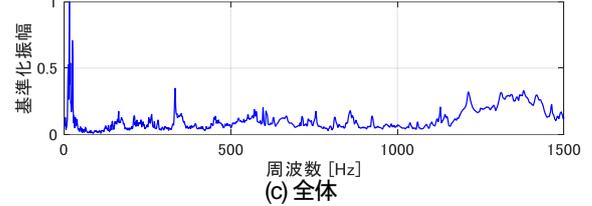
図-6 に加速度計 ch4 近傍を加振した際の ch4 の加速度および加振力波形を最大値を 1 に基準化して示す。補正前の加速度応答の最大値は、加振前に励起されている。これは、チャージアンプ (加振力) とプリアンプ (加速度計) における処理速度の相違による。本研究では位相基準化を導入しているが、加振前に応答が現れることは物理的にあり得ず、波形の切り出しによっては伝達関数が正しく計算できないため、ここでは事前に加速度時系列の時刻を大まかに補正した。加速度計近傍を加振した



(a) ウェブ



(b) 下フランジ



(c) 全体

図-7 伝達関数

際に加振力最大と加速度最大の時点は、いずれのケースでも 0.003 秒程度であった。したがって、伝達関数を正常に計算すること (周波数分析用に切り出す波形から加速度波形のピークが欠落しないこと) を目的とし、加速度応答波形の時間軸を 0.004 秒遅らせる遅延処理を行った。この遅延処理は PV85 で計測されたすべての加速度応答時系列に対して行った。

(2) 各部材の固有振動数の同定結果

伝達関数から固有振動数の同定を行った。伝達関数は遅延処理済みの加速度時系列における加振力最大時点から 1 秒間を切り出し分析に用いた。振動モードの同定においては、対象とする部材内に設置された加速度計の測定波形を用いることで、他部材が伝達関数の計算経路に介在することで生じる誤差の低減を図った。

図-7 にウェブ、下フランジおよびパネル全体を加振 (図-3 参照) した際の伝達関数の包絡線を示す。なお、ウェブ、下フランジおよび全体の基準点は、ch1 (ウェブ)、ch4 (下フランジ)、および ch11 (ルール) である。本来であれば、各部材単体であろうと、パネル全体であろうと、固有モードに変化はない。最終的な目的からすれば、ルールに設置した ch11 を基準点としたパネル全体の振動モードが同定できれば十分である。ただし、多点加振と相反定理による同定結果の精度および有効性の検証事例は現時点では十分ではない。これを踏まえ、既往の同定法との比較による精度検証を比較的単純なウェブおよび下フランジの各部材で行うため、ウェブおよび下フランジの分析を実施している点に留意されたい。

また、本研究では膨大な数の伝達関数から固有モードに対応する振動数を漏れなく抽出するために、各部材も

表-1 部材ごとの固有振動数

ウェブ [Hz]	下フランジ [Hz]	パネル全体 [Hz]	
W1 : 125	L1 : 161	A1 : 164	A5 : 524
W2 : 333	L2 : 404	A2 : 224	A6 : 574
W3 : 455	L3 : 548	A3 : 276	A7 : 667
W4 : 1249	L4 : 1007	A4 : 487	A8 : 920

しくはパネル全体におけるすべての加振ケースで算出した伝達関数のうち、各振動数で最大のもの（すなわち、包絡線）を図-7に示すとともに、この包絡線のピーク振動数から固有振動数を抽出した。なお、各振動数でどの箇所（どの加振位置）が大きな振幅を有するかの情報はこの後で同定される振動モード形により明らかにされる。

表-1に図-7の伝達関数の包絡線から読み取ったピーク振動数（ウェブ4つ、下フランジ4つ、全体8つ）を示す。なお、100Hz以下にもいくつかのピークが存在するが、提案手法による高次部材振動モードの同定精度を検証する目的から、表には各部材の100Hzを超えるピーク振動数を示した。また、広い振動数帯で精度検証をするために、1000Hz程度のピーク振動数も示している。

以下では表-1に示す振動モードのうち、まずウェブおよび下フランジの振動モード同定結果を4.(3)とその精度検証結果を4.(4)および(5)に示したうえで、パネル全体の振動モード特性の同定結果と考察を4.(6)に示す。

(3) 各部材の振動モード形の同定結果

図-8および図-9にウェブと下フランジで提案手法により同定した振動モードのうち表-1に示した主要な振動モードにおける振動モード形の同定結果を示す。なお、各モードには番号を付与した。図中の下フランジの振動モ

ード形は、ウェブとフランジの接合部において振幅が0となるように補間をしている。

図-8はウェブ水平および鉛直方向に異なる数の複数の腹を有する振動モード形の同定結果を示している。例えば、モードW3は、水平および鉛直に3つの腹を有する3×3次の振動モードであることがわかる。また、3×7次の非常に複雑かつ多くの腹と節を有するような1000Hzを超える振動モードW4も同定できている。理論的にはこのような振動モード形の存在が指摘されているものの⁸⁾、実構造物において実証的に示した事例は少なく、多点加振と相反定理に基づく提案手法の有効性がよく表れた結果であるといえる。サンプリング定理より、振動モード形の1波長が加振点間隔の2倍以上である場合、提案手法による振動モード形の同定が可能である。ここから、図-3に示す加振点配置においてモードW4は鉛直方向に対して、同定可能な最も複雑な振動モード形だといえる。

図-9に示す下フランジの振動モード形の同定結果からも各振動モードにおける腹および節の位置を確認できる。161HzのモードL1では左右の下フランジが逆対称に振動するが、モードL2およびモードL3は左右の下フランジが対称に振動する傾向にある。また、1007HzのモードL4は腹と節の数が增加するほか、片側下フランジのみが振動する傾向を確認できる。また、下フランジ端部には図中青囲いで示す位置にガセットプレートが取り付けられている（図-2参照）。振動モード形を見ると、モードL1およびL2はこの箇所のモード振幅が小さいことを確認できる。一方でモードL3およびL4ではガセットの箇所でも一定のモード振幅が励起されており、振動数によりガセットの影響が異なることを確認できる。

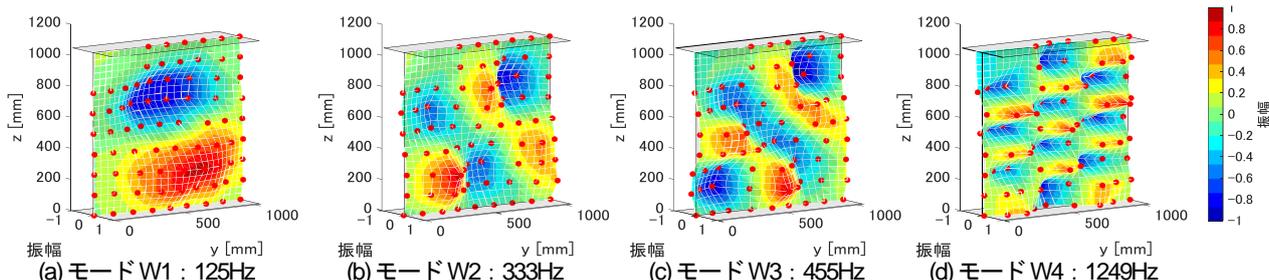


図-8 提案手法によるウェブのモード同定結果

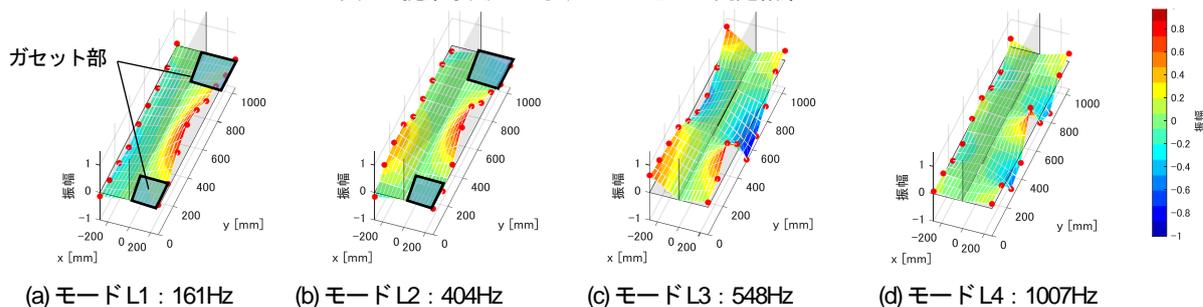


図-9 提案手法による下フランジのモード同定結果

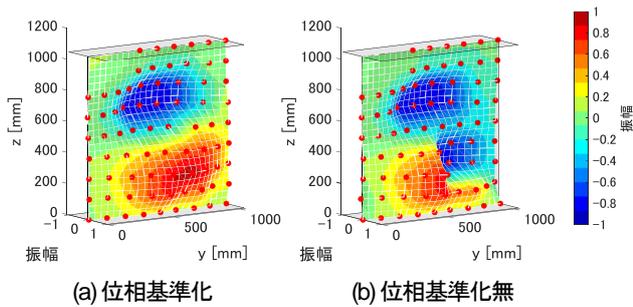


図-10 振動モード形状 (125Hz)

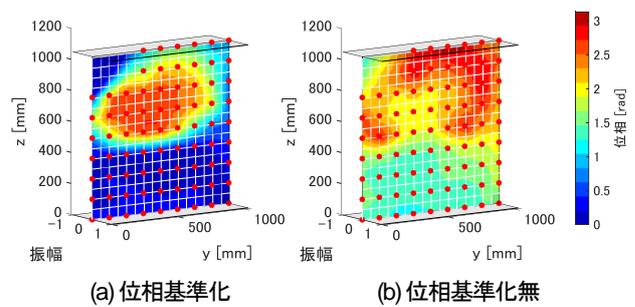


図-11 位相分布 (125Hz)

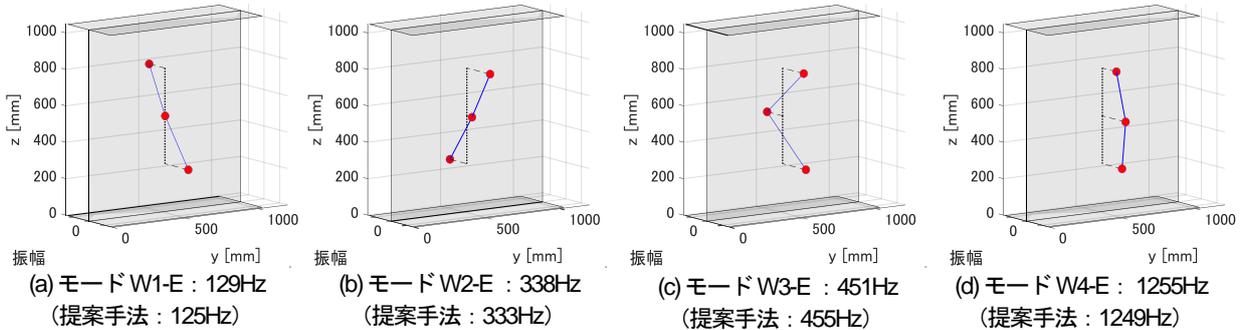


図-12 ERAによるウェブのモード同定結果

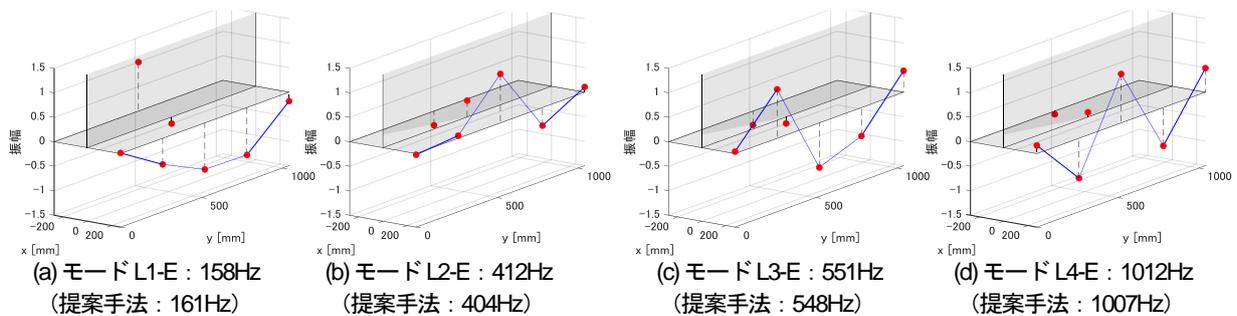


図-13 ERAによる下フランジのモード同定結果

(4) 位相基準化の効果

位相基準化の効果検証のために、式(16)による位相基準化の有無で振動モード形を比較した。なお、複雑な振動モードは効果を把握しづらいため、ここでは比較的低位の振動数 125Hz のウェブの振動モードの例を示す。

図-10 に位相基準化の有無がウェブの 125Hz の振動モード形に及ぼす影響を示す。図中赤点は加振箇所である。125Hz の振動モード形はウェブの鉛直方向に 2 次を示すが、位相基準化を行わない場合の図-10(b)はウェブ下部で正負が反転し、振動モード形が歪んでしまう。

図-11 に位相基準化の有無による当該モードの位相の分布の変化を示す。なお、位相は $0 \sim \pi$ までの絶対値をコンター表示した。位相基準化をしない同図(b)は、式(15)の正負判定の境界である $\pi/2$ に近い位相を示す加振点が広く分布し、わずかな位相の違いにより振動モード形の正負が見かけ上反転する。一方で、位相基準化後の同図(a)は $\pi/2$ 付近の位相を持つ加振点が大幅に消失し、よりロバストな振動モード形の同定が可能となっている。ここでは典型的な例を示したが、この影響は高次モード

ほど顕著であった。なお、前節までで示した振動モード形はすべて位相基準化したものである。

(5) 従来手法との比較による精度検証

提案手法の精度検証のために、従来手法で同定された振動モード形および固有振動数の比較を行った。従来手法として、多点計測に基づく高精度モード同定法とされ、実績のある Eigensystem Realization Algorithm⁹⁾ (以下、ERA) を用いた。詳細については文献^{9),10)}を参照されたい。ここでは、ウェブおよび下フランジを対象に提案手法と ERA の結果を比較した。なお、提案手法では 3.(3) で示した同定結果を、ERA では各部材に設置された計測点を用いて同定した結果を比較に用いた。

図-12 および図-13 に ERA により同定したウェブと下フランジの固有振動数および振動モード形をそれぞれ示す。なお、図中に示した固有振動数は複数ケースに ERA を適用して得られた同定結果の平均値である。

図-12 はウェブの同定結果であり図-8 と対応する。ERA の結果は加速度計の設置位置のみであり多少見づ

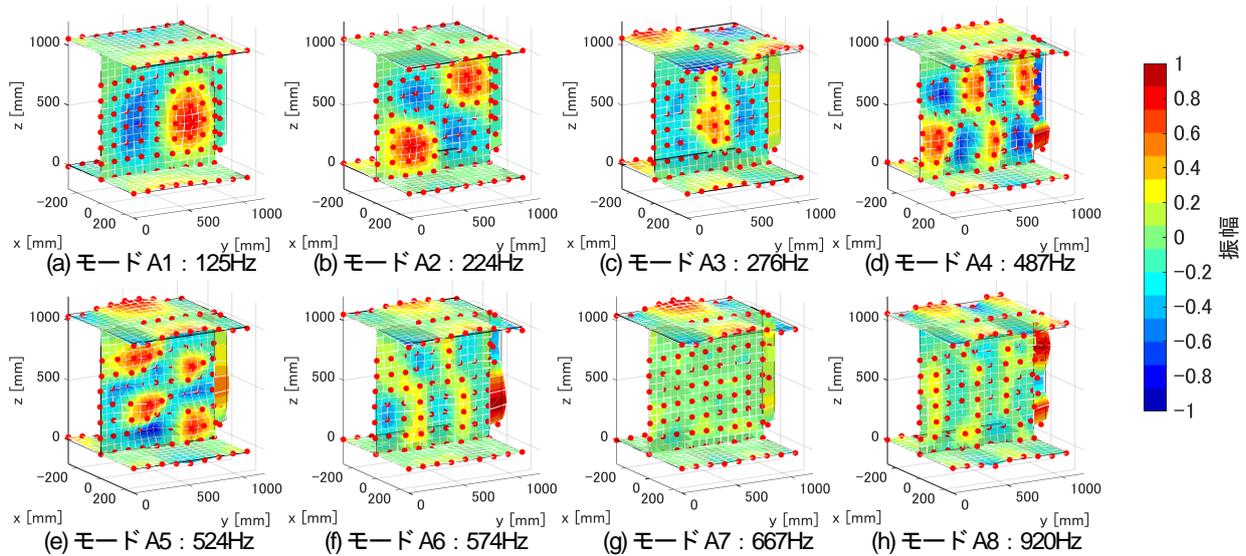


図-14 対象パネル全体の振動モード

らいが、同位置における図-8の同定結果の振幅はERAの結果と概ね一致する。図-13は下フランジの同定結果であり、図-9と対応する。下フランジの400Hzを超える比較的高次の複雑な振動モードにおいても、固有振動数および振動モード形（モード振幅）は、提案手法とERAで精度よく一致することを確認できる。

(6) パネル全体の振動モード形の同定結果

以上の検証結果を踏まえ、ここではレールに設置した加速度計 ch11 を基準点とした場合の当該パネルの上フランジ、ウェブ、補剛材、下フランジの連成を踏まえた振動モード形の同定を行った。なお、相反定理により入力と出力が入れ替わっているため、本結果はレールが加振された場合の励起される当該パネルの振動モードと等価である。

図-14に表-1に示した振動モードにおけるパネル全体の振動モード形を示す。なお、上フランジや下フランジ、補剛材のウェブとの接合部は振幅0と仮定している。図-7(c)より、伝達関数に明確なピークがなく、隣接モードの連成による影響が懸念されたが、複雑な振動モード形が同定されていることが確認できる。

図-14から、周波数ごとに主に振動する部材が変化する傾向を確認できる。大別すると、250Hz程度まではウェブの振動が卓越し、250Hzから550Hz程度までは上フランジとウェブの連成モード、550Hz以上では上フランジもしくは補剛材が卓越する傾向にある。

図-14のウェブの振動モード形に着目すると、ウェブ中央および鉛直方向中心に節を有する振動モードを多く確認できる。このような振動モードは、振動が大きいと予測される部材中心付近に着目する典型的な加速度計配置では捉えることができない可能性が高い。実際に、今

回のウェブの計測点配置におけるERA法での同定結果にはモードA4やA5は含まれていなかった。

走行列車加振はレールから締結装置を介して導入されるため、上フランジにおける締結部（上フランジのy軸両端）のモード振幅に着目すれば、断片的ではあるが、入力への応答感度の観点から列車通過時に卓越されやすい振動モードや部材に関して考察が可能である。具体的には図-14の(d)から(h)に示す振動モードA4からA8は上フランジの締結装置部分とそれ以外の部分が逆位相で振動する。また、A4およびA5は上フランジだけでなくウェブの高次振動モードと連成し、ウェブでも比較的大きい振動が励起されることが想定される。構造物音の観点では、部材面積の大きいウェブの振動はより大きな構造物音の発生要因となりかねない²⁾。ただし、列車通過時の振動は走行車両の車軸配置¹⁾やレール凹凸の周期性²⁾と列車の走行速度から定まる加振振動数の影響も存在するため、今後、列車通過時の振動計測結果とともに、レール凹凸や騒音測定結果と合わせたより詳細な分析が必要である。これについては、今後別の機会に発表することとしたい。

4. まとめ

本研究は、騒音や疲労との関連が指摘されながらも未解明のまま残されていた鋼橋の高次部材振動モードを実証的に明らかにするための手法を提案するとともに、実橋梁へ適用し、有効性と精度の検証、複雑な振動モード形の同定を行った。得られた結果を以下に示す。

- (1) 時間的・空間的な制約の大きい鉄道橋の現地計測で適用可能、かつ鋼橋の複雑な高次部材振動モー

ドを同定可能な多点加振と相反定理に基づく同定法を構築した。

- (2) 高周波の高次部材振動モードの同定に大きな影響を及ぼすインパルスハンマと加速度計間の時刻同期誤差を相殺する位相基準化法を提案した。
- (3) 提案手法により同定された実鋼橋のウェブおよび下フランジの100~1000Hz程度までの振動モードの固有振動数および振動モード形は、高精度モード同定法とされるERAの結果と良好に一致することを確認した。
- (4) 提案手法により、ウェブの鉛直方向7次+水平方向3次を示す1000Hzを超える振動モードなど、これまで理論的にしか示されてこなかった高次部材振動モードを同定できることを実証的に示した。
- (5) 提案手法により、各部材のみならずパネル全体の連成振動モードを同定可能であるとともに、振動モード形に基づく分析から対象橋梁では450Hz以上の振動モードでレールからの入力に対して感度が高いと想定されること、250Hzから550Hzまでの振動モードでは上フランジとの連成によりウェブの高次部材振動モードが大きく振動する可能性があることを明らかにした。

当該橋梁では、多点加振のほか、列車通過時の加速度、騒音を合わせて計測している。また、別途レール凹凸の測定も実施していることから、今後、本研究で得られた結果と列車通過時のレール・構造物の振動・騒音性状について包括的な分析を実施していく予定である。

参考文献

- 1) 阿部英彦, 中野昭郎, 市川篤司, 稲葉紀明, 仁杉巖: 語り継ぐ鋼橋の技術—鋼橋の維持管理と環境保全—, 鹿島出版会, 2008.
- 2) 半坂征則, 西村充史, 浜田晃, 鈴木実: 鋼鉄道橋の

振動および騒音予測手法の検討, 日本機械学会, No.03-7, 2003

- 3) 伊戸川絵美, 金子達哉: 在来線騒音対策工における構造物音低減効果の把握に関する一考察, JR EAST Technical Review, No. 44, pp. 69-72, 2013.
- 4) 井上太郎, 小林裕介, 石澤俊希: レール継目での衝撃が箱桁の縦リブ・横リブ交差部における疲労性状に及ぼす影響, 土木学会年次学術講演会概要集, I-63, 2020.
- 5) 松岡弘大, 貝戸清之, 徳永宗正, 曾我部正道: インパルスハンマーによる多点加振を用いた部材振動特性の同定: コンクリート工学年次論文集, Vol.33, No.2, pp.955-960, 2011.
- 6) 長松昭男: モード解析, 培風館, 1995.
- 7) 松岡弘大, 曾我部正道, 渡辺勉, 後藤恵一: 列車通過後の残存波形に基づく構造パラメータの同定手法, 施設研究ニュース, No. 292, pp. 3-4, 2014.
- 8) Rao, S. S.: Vibration of Continuous Systems, Wiley, New York, 2007.
- 9) Juang, J. N. and Pappa, R. S.: An eigensystem realization algorithm for modal parameter identification and model reduction, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 8, No. 5, pp. 620-627, 1985.
- 10) 吉岡勉, 伊藤信, 山口宏樹, 松本泰尚: 鋼トラス橋の斜材振動連成とモード減衰変化を利用した構造健全度評価, 土木学会論文集 A, Vol.66, No.3, pp.516-534, 2010.
- 11) Matsuoka, K., Collina, A., Somaschini, C. and Sogabe, M.: Influence of local deck vibrations on the evaluation of the maximum acceleration of a steel-concrete composite bridge for a high-speed railway, Engineering Structures, Vol. 200, No. 109736, 2019.
- 12) 田中博文, 梶原和博, 網干光雄: 営業線におけるレール波状摩耗の成長機構と進展過程の検証, 鉄道総研報告, Vol. 34, No. 4, p. 17-22, 2020.

(Received April 2, 2021)

(Accepted June 4, 2021)

HIGH-ORDER LOCAL MODE IDENTIFICATION OF STEEL I GIRDER RAILWAY BRIDGE BASED ON RECIPROCAL THEOREM AND MULTI-POINT EXCITATION

Takuma KUSHIYA, Kodai MATSUOKA, Tsutomu WATANABE, Kenji NARITA, Kazuhiro KAJIHARA and Kenya MORI

High-order local mode of steel railway bridges can affect to the structural born noise and/or fatigue damages. However, the empirical analysis is difficult because of the restriction of sensor number and synchronization errors between various sensors. Authors proposed a original identification method, which utilize the Maxwell's reciprocal theorem and multi-point excitations, for the high-order local modes with fewer sensors for high-applicability of field measurement. In addition to the method, a phase normalization method is also proposed in order to decrease the influence of time-synchronization errors. The effectness and advantages of the proposed methodology were verified by applying to a actual railway steel girder. The modal shapes and frequencies of high-order local vibration mode up to about 1000 Hz were identified by proposed method and these frequencies corresponded with results which were obtained by conventional method with high accuracy.