論文 まくらぎ2区間通過周波数における 台車・軌道系共振の可能性に関する検討

田中 智貴¹·阿部 和久²·紅露 一寬³

1学生員 新潟大学大学院自然科学研究科(〒 950-2181 新潟市西区五十嵐二の町 8050 番地)
E-mail: F21E037E@mail.cc.niigata-u.ac.jp
2正会員 新潟大学教授 工学部社会基盤工学プログラム(〒 950-2181 新潟市西区五十嵐二の町 8050 番地)
E-mail: abe@eng.niigata-u.ac.jp (Correponding Author)
3正会員 新潟大学教授 工学部社会基盤工学プログラム(〒 950-2181 新潟市西区五十嵐二の町 8050 番地)
E-mail: kouro@eng.niigata-u.ac.jp

減衰を有する台車・軌道連成系において,パラメータ共振に起因した応答が卓越する可能性について検討した.まず,減衰の無い理論モデル解析と時間域数値解析を通し,無減衰系においてパラメータ共振が発生することを確認した.続いて,通常の台車・軌道系が有する程度の減衰を設定し,車輪・レール間接触を線形バネで与えた場合と Hertz 接触モデルで与えた場合について時間域連成解析を行い,それらが応答に及ぼす影響を調べた.また,レール凹凸存在下での連成解析を行い,共振応答とパラメータ共振との関連性について検討した.

Key Words: parametric resonance, periodic track, time-domain analysis

1. はじめに

列車走行時の主な振動源として、レール・車輪間の 凹凸と、レール離散支持による動的等価支持剛性の周 期変動の二つがある.後者に起因する振動をパラメー タ加振と呼ぶ.当該振動は、レール支持点の車輪通過 に対応する周波数を基本として、その高調波成分から 主に構成されるものとなる.なお、以下では、まくら ぎの有無によらず当該周波数を「まくらぎ通過周波数」 と呼ぶこととする.軌道構造として離散支持レールを 採用する限り、パラメータ加振は必然的に発生するた め、軌道振動特性を議論する上でこれは本質的な現象 である.そのため、車輪・軌道連成系のパラメータ加 振に関する検討が、これまで多くの研究者によりなさ れてきた^{1,2,3,4,5,6}.

なお,まくらぎ通過周波数と車輪・軌道連成系の共振周波数とが一致する走行速度下では,パラメータ加振による応答と連成系の共振応答とが重畳されるため,これに対応する周波数において顕著な振動増幅が発生し得る²⁾.なお,車輪・軌道連成系の共振周波数は,車輪質量の付加により,軌道に沿って伝播する波動モードが発生し得る下限周波数(カットオフ周波数)より低くなる.この周波数域では,軌道内を伝播する波動が励起され得ないため,パラメータ加振により入力されるエネルギーの多くは加振点から左右半無限軌道内へと漏出することも無いため,応答は安定なものとなる.

離散支持軌道系の動的等価剛性が周期変動するこ とに起因する不安定現象として,パラメータ共振(励振)^{7),8),9),10),11)}がある.系の減衰を小さな値に設定した 理論モデルでは,まくらぎ通過周波数の1/2の値(まく らぎ2区間通過周波数)と連成系の共振周波数とが一致 する速度近傍において,車輪の変位振幅が時間と共に 指数関数的に増幅する不安定振動が発生する.しかし 現実の連成系では,軌道パッド・まくらぎ下パッドや車 輪・台車枠間のダンパー,道床などにおける減衰の存 在により,当該の不安定現象が発生する可能性は極め て低いと考えられる.そのため,パラメータ加振に比 べ,パラメータ共振に関する検討事例は少ない^{12),13)}.

なお文献 13) では、剛性が周期変動する Winkler 基礎 で連続支持された Euler ばりと 1 質点系との連成解を求 め、軌道を模擬した構造系におけるパラメータ共振に ついて議論し、応答が不安定となる車輪走行速度域が 非常に狭くなることが示されている.これに対し Abe ら¹⁴⁾は、レールを離散支持された Timoshenko ばりで モデル化して解析解を求めた.その結果、Timoshenko ばりモデルの採用により、不安定速度域が文献 13) のそ れに比べ大幅に拡大することが分かった.さらに文献 15) では、レールの軸力やパッドの減衰が不安定性に及 ぼす影響について調べた.

文献 14), 15) では,いずれも1車輪モデルを対象としている.しかし,1台車内の前後車輪間軸距は2~3m程度であり,軌道を介したそれらの相互作用が不安定特性に影響する可能性がある.そのため文献 16) では,

2車輪がレール上を走行するケースについて調べた.その結果,軸距とレール支持間隔との比が整数倍となる場合と、(整数値+1/2)倍となる場合,およびそれ以外とで,不安定速度域の数や分布性状が異なることがわかった.また,パッド減衰が安定性に及ぼす効果についても調べたところ,実際に存在し得る減衰の1/10程度でも不安定速度域は消滅し,応答が安定となることが確認された.

以上より,パラメータ共振が列車の走行安定性に影響を及ぼす恐れは無いことが分かった.しかし,減衰の 存在により連成応答が安定になるとしても,パラメー タ共振に対応する卓越応答が残留する可能性は否めな い.文献17)では,新幹線走行時に測定された輪重パ ワースペクトル密度 (PSD)において,まくらぎ2区間 通過周波数に応答の卓越が認められたことが報告され ている.これをもって直ちにパラメータ共振が原因で あると断定することはできないが,その可能性につい て検討することには意義があると考える.

なお文献16)では、車輪・軌道連成応答解を解析的に 構成し、不安定性に関係する複素パラメータの非線形 固有値問題を解くことで、応答解の安定性を議論した. これにより、不安定速度域の分布性状が直接的に探索 可能となる一方、減衰導入により安定化した解におい て、上述の様な卓越応答発生の可否を判別する目的に は適さない.そこで本研究では、通常の軌道系が有す る程度の減衰設定下で時間域連成解析を実施し、当該 の卓越応答発生の可能性について検討する.また、台 車枠もモデル化して、車輪・台車枠間のダンパーによ る減衰の効果も考慮する.さらに、車輪・レール間を Hertz 接触でモデル化し、レール頭頂面にランダムな凹 凸を導入して、それらが応答に及ぼす影響について調 べる.

2. 台車・軌道連成解析の概要

(1) 連成解析モデル

台車・軌道連成系の時間域解析に用いた数値モデル を図-1に示す.直結軌道を想定し,まくらぎはモデル 化せず,道床は剛体とした.軌道パッドは線形バネ k_r とダンパーη_rで与え,等間隔Lで配置した.レールは Timoshenkoばりでモデル化し,鉛直たわみ uのみ考慮 して,TIM7要素¹⁸⁾により離散化した.なお,離散支 持点に作用する反力によるせん断たわみ角の不連続性 は二重節点の導入により対処している.ただし,レー ル支持点間のスパン上を車輪が通過する際に輪重作用 位置に本来発生するせん断たわみ角の不連続性につい ては,特段の対策²⁰⁾を講じていない.この場合,レー ル・車輪間接触力に不自然な数値振動を生ずるが,要



図-1 台車・軌道連成モデル

表-1 台車に関する設定値

台車枠質量	M_b (kg)	1500.0
台車慣性モーメント	$I_b (\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2)$	450.0
軸ばね	<i>k_b</i> (MN/m)	1.0
軸ダンパー	$\eta_b (kN \cdot s/m)$	40.0
ばね下質量	M_w (kg)	1000.0
軸距	x_w (m)	2.5

素分割数を増やすことで低減が可能である 19).

台車は,台車枠と軸距 x_w で配置された前後2車輪 で構成した.台車枠は質量 M_b ,慣性モーメント I_b の 剛体で与え,鉛直変位 u_b とピッチ角 θ_b で運動を表現 する.車輪は質量(ばね下質量) M_w の質点で与え,鉛 直変位 $w_i(i = 1, 2)$ のみ考慮する.なお, w_1 を後輪変 位, w_2 を前輪変位とする.台車枠と車輪間は軸ばね k_b と軸ダンパー η_b で連接した.台車の走行速度は一定値 Vで与える.台車枠の質量とばね下質量による静的作 用力を車体重量に加えたものを,台車に作用する静的 鉛直荷重Pにより表した.なお,本研究では主に車輪 応答と車輪・レール間接触力に基づいて検討を行うが, この場合,ばね下質量による静荷重を車輪に直接作用 させず上載荷重Pに含めても,車輪や軌道の応答には 影響しない.

車輪・レール間接触に関しては,前述の様に線形バネ kw で与える場合と,Hertz 接触で与える場合の両モデルについて検討する.

(2) 解析条件

 $60 \text{kg} \nu - \nu を想定して, Timoshenko ばりの曲げ剛性$ $を <math>6.4 \text{ MN·m}^2$, せん断弾性係数 G とせん断係数 K およ び断面積 A の積を GKA=209 MN, 単位長さ当たりの 質量を 60.8 kg/m, 質量密度と断面二次モーメントの積 で与えられる単位長さ当たりのレール断面回転慣性を 0.242 kg·m とした.台車や軌道系に関するその他の値

表-2 軌道に関する設定値

軌道パッドバネ定数	k_r (MN/m)	80.0
軌道パッド減衰係数	$\eta_r \; (\text{kN} \cdot \text{s/m})$	40.0
レール支持間隔	<i>L</i> (m)	0.6

については,文献 17),21) 等を参考に表-1,表-2 に示 すとおり設定した.なお,静的上載荷重は P=140 kN とした.また,車輪・レール間接触を線形バネ k_w で与 える場合,そのバネ定数を 2.0 GN/m と設定した.

解析に当り、各レール支持点間を6要素で分割し、 軌道長を180スパンで与えた.時間域解析における時 間積分には無条件安定な台形公式を用い、時間増分は $\Delta t = 4 \times 10^{-4}$ sに設定した.

3. 無減衰系の連成解析

(1) 不安定速度域の理論解析

まず,不安定速度域の分布性状を確認するために,前 述の台車・軌道連成系に対応する理論解析を実施した. なお,台車枠・車輪間の軸ダンパーと軌道パッドにおけ る減衰はゼロとしている.本理論モデルに対する解は, 文献 16)に示した二車輪・軌道連成モデルの解析解に, 新たに台車枠を追加して再度導出した.

理論解析では,車輪(台車)がレール支持2区間を通 過する前と後における台車応答問の関係を,次の準定 常解で与えている.

$$f(t + \frac{2L}{V}) = e^{i2L\lambda/V}f(t) \tag{1}$$

ここで, f(t) は台車における何れかの構成部位の変位 や作用力の時刻歴応答であり, λ は応答の安定性に関わ る複素パラメータ (固有値) である. 例えば, λ が実数 で与えられる速度域では,応答は安定解を与える. 一 方,負の虚部が存在する速度域での応答は,時間の経 過と共に指数関数的に増幅し,不安定なものとなる.

理論解析より求めた,走行速度 V と固有値 λ の虚部 との関係を図-2 に示す.この図には,台車枠を考慮し ないケースより求めた λ も示した.台車枠の存在によ り,不安定速度が全体に 0.25 m/s 程度高速度側に平行 移動している.これは,台車枠と車輪間の軸ばねの付 加により車輪支持剛性が増加し,車輪・軌道系の共振 周波数が高くなったことによるものと考えられる.

台車枠を考慮したモデルでは、V=70.7, 71.6, 72.5 m/s 前後において λ が負の虚部を有していることが確認で きる.なお、軸距とレール支持間隔との比 x_w/L が整数 値で与えられる場合、前後車輪が軌道上で同位相振動 する共振周波数と、逆位相振動する共振周波数が存在 し、それらがまくらぎ2区間通過周波数に一致する様



図-2 台車・軌道連成系の不安定速度域



図-3 台車・軌道連成系の車輪単位調和加振によるレールレセ ブタンス

な二つの走行速度前後に不安定速度域が分布する.また, x_w/L が(整数値+1/2)となる場合では,不安定速 度域がこれら二つの速度の中間域に現れる.軸距 x_w が 2.5 mの本ケースでは, $x_w/L = 4.16$ となり,これらい ずれのケースにも合致しない.この様な場合は,図-2 に示すとおり,同・逆位相共振周波数とその中間に対応 する合計 3 箇所に不安定速度域が現れる¹⁶.

図-2 に示した最小・最大不安定中心速度 (V=70.7 と 72.5 m/s) が同位相または逆位相共振に対応することを 確認するために,台車・軌道連成系において前後車輪 を同・逆位相単位調和加振した場合の,車輪直下レー ルの変位応答振幅を求めた.結果を図-3 に示す.なお 本解析では,軌道を図-1 の離散支持系と等価な Kelvin 基礎上の無限長 Timoshenko ばりでモデル化した.図-3



図-4 無減衰系における後輪の変位時刻歴 (V=70.7 m/s)



図-5 無減衰系における後輪の変位時刻歴 (V=60 m/s)

より,同位相調和加振と逆位相調和加振における台車・ 軌道連成系の共振周波数が,それぞれ 60.7 Hz および 59.2 Hz であることがわかる. これをまくらぎ 2 区間通 過周波数に持つ速度はそれぞれ 72.84 m/s と 71.04 m/s となり,図-2の入の分布における高速側と低速側の不 安定中心速度である V=72.5 m/s および 70.7 m/s と概ね 一致していることが確認できる.また,このことから, V=70.7m/s が逆位相共振に,V=72.5 m/s が同位相共振 に対応することがわかる.

ちなみに、図-2に示した固有値 λ の虚部は、減衰導入 により正の方向へ移動する^{15),16)}. これに伴い $Im(\lambda) < 0$ となる速度域は狭まり、さらなる減衰増加により不安 定速度域は完全に消滅する.

(2) 時間域解析による不安定応答の確認

3.(1)の理論解析で求めた不安定速度域に基づき走行



図-6 無減衰系における後輪の加速度 PSD

速度を設定し、無減衰系の時間域連成解析を行った。た だし、軌道両端におけるそれぞれ20箇所の支持点には 減衰を設定し、レール端からの反射波の低減を図って いる.不安定域内の走行速度として V=70.7 m/s に設定 したケースと、安定速度である V=60 m/s に設定した ケースとにおける後輪変位 w1 の時刻歴をそれぞれ図-4, 図-5 に示す. 図-4 において, 有限時刻の解析のため 応答にうなりの様な成分がわずかに認められるものの, 不安定速度で走行した本ケースでは、w1の変位振動が 次第に増幅しており、不安定応答が発生している様子 が確認できる.一方,図-5のV=60m/sでの走行では, 変位の振動振幅は概ね一定となっており、安定な連成 応答解が得られている. また,不安定応答には,まく らぎ2区間通過時間に相当する2L/V≈0.017sを1周 期とする振動成分の他に,低周波成分の増幅も確認で きる.台車枠の上下振動に関する共振周波数は約6Hz であり、図-4の低周波振動の周波数と一致する.計算 開始時には静的荷重 P を所定の値にまで漸増させてい るが、その過程で台車枠の振動が誘発されたものと考 えられる.ちなみに、台車枠の無い車輪・軌道連成系 における時刻歴応答では,当然のことながらこの様な 低周波振動は発生しない²²⁾.

車輪加速度 PSD を図-6 に示す. V=70.7 m/s のケースでは,59 Hz 付近に主要な応答成分が存在している. これはまくらぎ 2 区間通過周波数 V/2L=58.9 Hz に対応しており,パラメータ共振の発生を裏付けるものである.また,118 Hz 付近の応答はまくらぎ 1 区間通過周波数に相当するものである.一方,V=60 m/s のケースでは,主要な応答成分が 100 Hz に現れている.これは V=60 m/s でのまくらぎ 1 区間通過周波数に一致する. しかし,まくらぎ 2 区間通過周波数である 50 Hz には応答成分の存在が認められないことから,パラメータ



図-7 減衰設定した連成系における後輪変位の時刻歴 (V=70.7 m/s)



図-8 減衰設定した連成系における後輪の加速度 PSD(V=70.7 m/s)

加振による安定な応答であることが推測できる. なお, V=60 m/s のケースでも,58.9 Hz 付近にわずかに応答 の存在が認められる. これはパラメータ共振ではなく, 単に車輪・軌道連成系の共振によるものと考えられる. 本来,凹凸の無い軌道では当該の共振応答は発生しな いはずであるが,上載荷重漸増に伴う連成系の共振動 が無減衰下で残留したことによるものと考えられる.

以上より,無減衰な車輪(台車)・軌道連成系では,時 間域解析によっても特定の走行速度域でパラメータ共 振が発生することを確認できた.



図-9 減衰設定した連成系における後輪輪重 PSD

4. 減衰系の連成解析

(1) 連成系の減衰が応答に及ぼす影響

台車軸ダンパーと軌道パッドに,表-1と表-2に示した減衰を設定して時間域連成解析を実施した.低速側の不安定中心速度 V=70.7 m/s における後輪変位時刻歴を図-7に,後輪加速度 PSDを図-8に示す.図-7より,車輪変位は一定振幅のまま推移しており,減衰の導入により応答が安定となっていることが確認できる.また,振動振幅自体も,図-4に示した無減衰系でのものと比較して小さい.図-8より,まくらぎ1区間通過周波数である118 Hz が応答における主要周波数成分となっており,図-7の応答がパラメータ加振による安定なものであることがわかる.

なお,図-8 では 60 Hz 付近にわずかな PSD の落ち 込みが認められる.その様子をより詳しく確認するた めに,図-9 に後輪の輪重 PSD を示す.図-9 には V=60 m/s に対する結果も示した.V=60 m/s では,まくらぎ通 過周波数である 100 Hz にパラメータ加振による明瞭な ピークが認められる.この図より,V=70.7 m/s のケー スでは,60 Hz 付近において逆共振の様な明瞭な落ち込 みが確認できる.V=60 m/s のケースでは 60 Hz 付近に 同様の落ち込みが存在しないことから,V には依存し ない車輪・軌道連成系共振とは無関係であると考えら れる.

一方, V=60 m/s では 50 Hz 付近と 70 Hz 付近に同様 の落ち込みが認められる.本来,車輪・レール間に凹凸 の存在しない連成系において発生する安定振動は,静 的荷重に比例した応答振幅を有するパラメータ加振に よるもののみとなる.無限軌道上を台車が一定速度で 走行する場合,車輪振動や動的輪重の PSD は,まくら ぎ通過周波数 V/L を基本振動として,その高調波成分



図-10 後輪輪重 PSD における車輪・レール間接触モデルの違いによる影響 (V=70.7 m/s)

nV/L ($n = 2, 3, \cdots$)から構成され,それ以外の周波数 成分を含まない²³).従って,図-9の様な他の周波数成 分の存在は,数値モデルに起因するものと考えられる. なお,その原因としては,前述のせん断たわみ角の不 連続性に関する離散化誤差や,有限長・有限時間解析 による擾乱などが考えられる.

以上より、少なくとも本数値モデルに通常レベルの 減衰を導入する場合では、まくらぎ2区間通過周波数 におけるパラメータ共振に起因する応答が発生しない ことが分かった.

(2) 車輪・レール間接触の非線形性が応答に及ぼす影響

これまでは車輪・レール間接触を線形バネで表現した.しかし,車輪踏面とレール頭頂面との接触点近傍を一定な主曲率を有する二つの弾性体で近似する Hertz 接触モデルを用いる方が,接触力をより適切に評価で きると考えられる.この場合,車輪・レール間接触力 F は次式で与えられる.

$$F = \begin{cases} C \cdot \delta^{3/2}, & (\delta \ge 0), \\ 0, & (\delta < 0) \end{cases}$$
(2)

ここで,δは車輪とレールの接触点における鉛直方向 (面の法線方向)相対変位(押し込みを正),Cは車輪踏 面とレール頭頂面の主曲率と弾性係数・ポアソン比で 定まる定数である.

式(2)の様に接触力が相対変位に対して非線形性を有 する場合,まくらぎ通過周波数とその高調波成分以外 にも,例えばまくらぎ2区間通過周波数の様な分調波 成分が発生する可能性も許容されることとなる.そこ で,その影響を確認する目的で,式(2)の非線形接触モ デルを用いて時間域連成解析を試みた.なお,式(2)に おける定数*C*は110 GN/m^{3/2}とした. V=70.7 m/s における後輪の輪重 PSD を図-10 に示す. なお,Hertz 接触モデルによる結果と合わせ,図-9 に示 した線形バネを用いた結果も示した.図-10 より,Hertz 接触モデルによっても,まくらぎ2 区間通過周波数に おいて応答の卓越が発生しないことが分かる.線形バ ネの場合に認められていた当該周波数近傍における応 答の落ち込みが消滅しているが,それ以外の周波数に おける応答特性に関しては接触モデルの違いによる顕 著な変化は認められない.

(3) レール凹凸が応答に及ぼす影響

実際の鉄道では、車輪・レール間に凹凸が存在する. これに起因する振動は、本来パラメータ加振とは独立 の現象である.しかしパラメータ共振は、パラメータ 加振とは違い、静的荷重 P の作用を前提とせず、何ら かの擾乱により引き起こされ得るものである.したがっ て、それに対応する減衰系での振動がもし実際に存在 するならば、車輪・レール間凹凸により励起される可 能性も考えられる.

そこで、レール上に定常ランダムな凹凸を設定して 時間域解析を試みた.なお、レール上の凹凸 (図-1の r) は次の PSD に基づき生成した.

$$S(k) = \frac{A'}{k^4} \tag{3}$$

ここで, k は波数, A' は定数であり,以下の解析では $A'=4.54 \times 10^{-7} \text{ m}^{-1}$ と設定した.なお式 (3) は,文献 24), 25) の振動解析で用いられているレール凹凸 PSD の経験式を近似したものとなる.

定常ランダムな凹凸で惹起される振動応答は,やは り定常ランダムなものとなる.しかし,有限長の軌道 モデルを用いた時間域連成解析の場合,得られる応答 の PSD は実際に設定した凹凸に依存し,バラツキを持 つ.そこで本解析では,式(3)より作成した 20 種類の 凹凸に対して時間域解析を実施し,得られた応答 PSD の平均値を求め,可能な限りバラツキの影響の低減を 図った.

車輪・レール間接触を線形バネ kw で設定した場合の 結果を図-11に示す.なお図-11には,走行速度 V=70.7 m/sの他に,それより低い安定速度と高い安定速度の例 として V=60 m/s および 75 m/s の合計 3 ケースに対し て得られた後輪の輪重 PSD を示した.また,図-8,9,10 では縦軸を対数表示したが,ここでは走行速度による 応答ピーク値の大小関係がより明瞭となる様に縦軸を 線形表示している.何れの走行速度においても,二つ の周波数で応答の卓越が認められる.その内の一つは 60 Hz 付近におけるものである.当該周波数は,前述の とおり車輪・軌道連成系の共振周波数に対応している. また,もう一つの卓越応答は,各走行速度におけるま



図-11 ランダムなレール凹凸設定時の後輪輪重 PSD(線形接触バネ: 20 ケース平均: V=60, 70.7, 75 m/s)

くらぎ通過周波数に一致しており,パラメータ加振に よるものである.パラメータ加振によるピークを除く と,走行速度の増加と共に車輪加速度 PSD が一様に増 大する傾向が確認できる.これは,式(3)と関連して, 走行速度に起因する増幅効果²⁶⁾によるものであると考 えられる.60 Hz 付近の卓越応答にパラメータ共振が関 与しているならば,V=70.7 m/s におけるピークが他の 走行速度に比べて大きくなると考えられるが,その様 な傾向は認められない.従って,レール凹凸の存在下 でも,パラメータ共振に起因するまくらぎ2区間通過 周波数での応答が励起されることは無いことがわかる. ちなみに,車輪・レール接触モデルをHertz 接触で与え た場合でも同様の結果が得られ,V=70.7 m/s の場合の 60 Hz 付近の応答に顕著な増幅は認められなかった.

5. おわりに

減衰を有する台車・軌道連成系において,パラメー タ共振に起因した応答が卓越する可能性について検討 した.まず,減衰の無い理論モデルと時間域数値解析 を通し,無減衰系においてパラメータ共振が発生する ことを確認した.続いて,通常の台車・軌道系が有する 程度の減衰を設定し,時間域連成解析を実施した.車 輪・レール間接触を線形バネで与えた場合とHertz接触 モデルで与えた場合について検討した結果,いずれに おいても,車輪・軌道連成系の共振周波数とまくらぎ 2 区間通過周波数とが一致する走行速度付近において, 卓越応答は認められなかった.また,レール凹凸存在 下での連成解析においては,車輪・軌道連成系の共振 発生は確認できたものの,パラメータ共振が原因と考 えられる様な顕著な応答は得られなかった. 以上のことより,文献 17) に示されていたまくらぎ2 区間通過周波数における応答の立ち上がりは,当該文 献中で述べられている様に道床等の不均一性によるも である可能性は否定できない.また,測定時の走行速 度は約75 m/s であり,その際のまくらぎ2区間通過周 波数 (65 Hz 付近)が単に車輪・軌道連成系の共振周波 数と偶然一致していた可能性も考えられる.

いずれにしても,実際の車輪・軌道連成において,パ ラメータ共振が動的応答に影響を及ぼす可能性が極め て低いことがわかった.

参考文献

- Kruse, H. and Popp, K. : A modular algorithm for linear, periodic train-track models, *Archive of Applied Mechanics*, Vol.71, pp.473–486, 2001.
- Mazilu, T. : On the dynamic effects of wheel running on discretely supported rail, *Proc. of the Romanian Academy*, A, Vol.10(3), pp.1–8, 2009.
- Nordborg, A. : Vertical rail vibrations: Parametric excitation, ACUSTICA, Vol.84, pp.289–300, 1998.
- 4) Wu, T.X. and Thompson, D.J.: On the parametric excitation of the wheel/track system, *Journal of Sound and Vibration*, Vol.278, pp.725–747, 2004.
- Wu, T.X. and Thompson, D.J. : On the rolling noise generation due to wheel/track parametric excitation, *Journal of Sound and Vibration*, Vol.293, pp.566–574, 2006.
- Xu, L. and Zhai, W. : Train-track coupled dynamics analysis: system spatial variation on geometry, physics and mechanics, *Railway Engineering Science*, Vol.28(1), pp.36–53, 2020.
- Landau, L.D. and Lifshitz, E.M. : Mechanics, Course of theoretical physics Vol.1, §27, Elsevier, 1976.
- 8) 小寺 忠: パラメータ励振, pp.1-8, 森北出版, 2010.
- Chung, Y.I. and Genin, J. : Stability of a vehicle on a multispan simply supported guideway, *Transaction of the ASME*, Vol.100, pp.326–332, 1978.
- Vesnitskii, A.I. and Metrikine, A.V. : Parametric instability in the oscillations of a body moving uniformly in a periodically inhomogeneous elastic system, *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, Vol.34, pp.266–271, 1993.
- Metrikine, A.V.: Parametric instability of a moving particle on a periodically supported infinitely long string, *Journal of Applied Mechanics*, Vol.75, 011006, 2008.
- Szabó, Z. and Lóránt, G. : Parametric excitation of a single railway wheelset, *Vehicle System Dynamics*, Vol.33, pp.49– 55, 2000.
- Verichev, S.N. and Metrikine, A.V.: Instability of vibrations of a mass that moves uniformly along a beam on a periodically inhomogeneous foundation, *Journal of Sound and Vibration*, Vol.260, pp.901–925, 2003.
- 14) Abe, K., ChidaT, Y., Quinay, P.E.B. and Koro, K. : Dynamic instability of a wheel moving on a discretely supported infinite rail, *Journal of Sound and Vibration*, Vol.333, No.15, pp.3413–3427, 2014.
- 15) Abe, K., Hosaka, K., Koro, K. and Quinay, P.E.B. : Influence of damping and rail stress on parametric instability of a wheel, *Proc. of STECH2015*, USB, 2015.
- 16) 阿部和久,中山智晴,紅露一寛:離散支持レール・走行二 車輪連成系のパラメータ不安定性,土木学会論文集 A2(応 用力学), Vol.76, No.2, pp.I_57–I_66, 2020.
- 17) 大竹 敏雄, 三輪 昌弘, 青木 俊之, 千田 耕大, 五

+ 嵐 稔:高速鉄道における輪重変動抑制を目的とした短波長軌道狂い管理手法の研究,土木学会論文集 F4, Vol.71, No.2, pp.83–94, 2015.

- 18) Nickel, R.E. and Secor, G.A. : Convergence of consistently derived Timoshenko beam finite elements, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol.5, pp.243–253, 1972.
- 阿部和久, 紅露一寛: 走行荷重を受ける Timoshenko ば りの静的基本解を用いた積分方程式解法,構造工学論文 集, Vol.50A, pp.143–150, 2004.
- 20) Koro, K., Abe, K., Ishida, M. and Suzuki, T. : Timoshenko beam finite element for vehicle-track vibration analysis and its application to jointed railway track, *IMechE*, Vol.218, Part F, pp.159–172, 2004.
- 21) 川崎祐征,三輪昌弘:台車のピッチングを考慮した車両/ 軌道の動的相互作用の理論解析,鉄道工学シンポジウム 論文集, Vol.16, pp.149–156, 2012.
- 22) 阿部和久,戸田大介,紅露一寛:離散支持されたレー ルの時間域伝達境界,計算数理工学会論文集, Vol.17,

pp.59-64, 2017.

- 23) 阿部和久,由野 舜,紅露一寬:軌道・台車連成系の動 的応答期待値解析法,第24回応用力学シンポジウム講 演概要,2021.
- 24) Gupta, S., Liu, W.F., Degrande, G. and Liu, W.N. : Prediction of vibrations induced by underground railway traffic in Beijing, *Journal of Sound and Vibration*, Vol.310, pp.608– 630, 2008.
- 25) Gupta, S. and Degrande, G. : Modelling of continuous and discontinuous floating slab tracks in a tunnel using a periodic approach, *Journal of Sound and Vibration*, Vol.329, pp.1101–1125, 2010.
- 26) Sheng, X., Li, M., Jones, C.J.C. and Thompson, D.J.: Using the Fourier-series approach to study interaction between moving wheels and a periodically supported rail, *Journal of Sound and Vibration*, Vol.303, pp.873–894, 2007.

(Received April 2, 2021) (Accepted June 4, 2021)

POSSIBILITY OF RESONATION OF A BOGIE-TRACK COUPLING SYSTEM AT PASSING-FREQUENCY OF TWO SLEEPER SPANS

Tomoki TANAKA, Kazuhisa ABE and Kazuhiro KORO

Possibility of stable response related to the parametric resonance is discussed for a damped bogie-track interaction system. In order to understand the fundamental nature of the phenomenon, the instability of the undamped theoretical model is examined based on both an analytical solution and a numerical analysis. Taking into account the damping, time-domain analyses are then achieved for the bogie-track interaction problem. Influence of the mechanical modeling at the wheel-rail interface such as the linear spring and the Hertzian contact on the dynamic behavior is investigated. The relationship between the dynamic excitation due to the railhead random roughness and the parametric resonance is also discussed.