

# 論文 軌道状態が通り変位軸力推定法の 推定精度に及ぼす影響

佐藤 拓郎<sup>1</sup>・阿部 和久<sup>2</sup>・清水 彰久<sup>3</sup>・紅露 一寛<sup>4</sup>

<sup>1</sup>学生員 新潟大学大学院博士前期課程 (〒 950-2181 新潟市西区五十嵐二の町 8050 番地)

<sup>2</sup>正会員 工博 新潟大学教授 工学部社会基盤工学プログラム (〒 950-2181 新潟市西区五十嵐二の町 8050 番地)  
E-mail: abe@eng.niigata-u.ac.jp

<sup>3</sup>正会員 東日本旅客鉄道(株) 研究開発センター (〒 331-8513 さいたま市北区日進町 2-479)

<sup>4</sup>正会員 博(工) 新潟大学教授 工学部社会基盤工学プログラム (〒 950-2181 新潟市西区五十嵐二の町 8050 番地)

これまでに著者らは、営業車両に搭載した検測装置により高頻度・高密度に測定して得られた通り変位データを活用した軌道力学状態推定法を提案した。本研究では、その際に用いている軌道変位理論モデルと実軌道における諸条件との差異が、推定精度に及ぼす影響について検討した。具体的には、道床横抵抗力の非線形性や、その空間変動、レール軸力の変動履歴など、実軌道が有する主要な条件を検討対象とした。数値実験により得られた疑似測定データに対して本推定法を適用して、上述の軌道状態がレール軸力や道床横剛性の推定結果に及ぼす影響について調べた。

**Key Words:** rail lateral deflection, track mechanical conditions, particle filter

## 1. はじめに

鉄道軌道のロングレール化は、乗り心地の改善や、振動・騒音の低減、保守作業の省力化などに有効となるなど、多くの利点を有するため、広く導入が進められている。しかしロングレールは、長い区間にわたり縦方向にまくらぎ拘束されることで著大な温度軸力が作用するため、座屈やレール破断の危険性を有している。そのため、レール軸力や、座屈強度の支配要因である道床横抵抗力などの適切な把握と管理が望まれる。

現在、軸力はレール温度と伸縮量などから間接的に測定されている<sup>1)</sup>。また、道床横抵抗力はまくらぎに荷重を加え、その変位量を計測することで評価している。そのいずれの方法も特定箇所での測定となるため、軌道全区間にわたり頻繁に状態を把握することは、膨大な時間と労力を要し現実的ではない。

一方、本研究室では、在来線の営業車両に搭載した検測装置により得られた通り変位計測データ<sup>2)</sup>を活用した高頻度軸力測定法の開発を検討している<sup>3)</sup>。当該手法は、軌道通り変位の数理モデルに基づき、2回の高密度通り変位測定から、それぞれの時点に作用していたレール軸力と道床横剛性とを、粒子フィルタ<sup>4)</sup>と呼ばれる推定手法を援用して求めるものとなっている。この方法は、通り変位を有するレールに軸力が作用すると弾性たわみが生ずる、という力学原理に基づいたものである。理論モデルを対象とする限り、測定データにノイズが含まれていても、レール軸力と道床横抵抗

力とがある程度推定可能であることが分かった。

しかし、推定法の基本となる数理モデルと実際の軌道とは種々の相違点が存在する。例えば、理論モデルでは道床横抵抗力を一様な連続分布の線形バネにより表現している。一方、実際のレールはまくらぎを介して離散的に拘束されており、そこに作用する道床からの抵抗力は場所毎にバラツキを持ち、さらに力学特性には強い非線形が存在する。また、レール軸力は設定時からの長期に亘る温度履歴を受けており、前述の非弾性的性質を有する道床からの作用力や通り変位も、軸力の変動過程で増減を繰り返し現時刻の状態に至っている。そのため、本推定法導出の際に用いた軌道の数理モデルと、これら実軌道に存在する諸条件との乖離が、推定結果に及ぼす影響の有無を吟味することには意義がある。

そこで本研究では、上述の軌道状態を考慮した、実軌道により近い数値モデルを用いて通り変位の疑似測定データを作成し、それを対象に本推定法を適用して得られたレール軸力や道床横剛性の推定値に、軌道条件が及ぼす影響について調べた。

## 2. レール軸力推定法の概要<sup>3)</sup>

### (1) 通り変位とレール軸力の理論関係式

レールは締結装置を介してまくらぎに接合されており、レールとまくらぎの両変位間には差異が存在する。また、左右レールの初期通り変位(軸力ゼロの状態にお

ける水平たわみ)は互いに異なるので、軸力作用下の弾性たわみも左右で一致しない。そのため、締結部からレールに作用する力も左右レールで異なる。したがって、道床横抵抗力の評価には、左右レール作用力の合力を考慮する必要がある。

左・右レールのつり合い式は、それぞれ次式で与えられる。

$$\begin{aligned} EIw_L'''' + N(w_L'' + w_{L0}'') + k_r(w_L - w_s) &= 0, \\ EIw_R'''' + N(w_R'' + w_{R0}'') + k_r(w_R - w_s) &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

ここで、レールは Euler ばりでモデル化しており、 $EI$  はレールの横たわみに関する曲げ剛性、 $N$  は軸力(圧縮を正)、 $w_L, w_R$  は左右レールの弾性横たわみ、 $w_{L0}, w_{R0}$  は初期通り変位、 $w_s$  はまくらぎ変位、 $k_r$  は締結部を連続分布バネでモデル化した際の単位長さ当りの横剛性である。また、 $( )'$  は軌道長手方向座標  $x$  に関する微分である。

まくらぎには、左右レールと道床から力が作用する。これらのつり合い式を  $w_s$  について解くと次式を得る。

$$w_s = \frac{k_r}{2k_r + k_s}(w_R + w_L) \quad (2)$$

ここで、道床横抵抗力は線形分布バネで表現しており、 $k_s$  は単位長さ当りの道床横剛性である。

式(2)を式(1)に代入して  $w_s$  を消去すると次式を得る。

$$\begin{aligned} EIw_{LR}'''' + N(w_{LR}'' + w_{LR0}'') + \tilde{k}_T w_{LR} &= 0, \\ w_{LR} &:= w_L + w_R, \quad w_{LR0} := w_{L0} + w_{R0}, \\ \tilde{k}_T &:= k_r - \frac{2k_r^2}{2k_r + k_s} \end{aligned} \quad (3)$$

一方、軸力が  $N + \Delta N$  であるときのつり合い式は、軸力増分に伴うたわみ増分  $\Delta w$  を用い次式で与えられる。

$$\begin{aligned} EI(w_{LR}'''' + \Delta w_{LR}'''' + (N + \Delta N)(w_{LR}'' + \Delta w_{LR}'') + \tilde{k}_T(w_{LR} + \Delta w_{LR})) &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

式(4)から式(3)第1式を引くと次式を得る。

$$\begin{aligned} EI\Delta w_{LR}'''' + (N + \Delta N)\Delta w_{LR}'' + \Delta N(w_{LR}'' + w_{LR0}'') + \tilde{k}_T\Delta w_{LR} &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

式(5)の  $x$  に関する Fourier 変換より、多少の計算の後に次式を得る。

$$k^2 \frac{\hat{w}_{LR} + \hat{w}_{LR0}}{\Delta \hat{w}_{LR}} = \frac{1}{\Delta N} \{EI k^4 - (N + \Delta N)k^2 + \tilde{k}_T\} \quad (6)$$

ここで  $k$  は波数、 $(\hat{\cdot})$  はレール長手方向に関する Fourier 変換である。

2つの通り変位測定データ  $w_{LR}$  と  $w_{LR} + \Delta w_{LR}$  とから式(6)左辺を求めることができる。一方、右辺は波数  $k$  の4次関数で与えられており、4次、2次、0次の係数をそれぞれ  $a, b, c$  とおくと、軸力  $N + \Delta N$  は次式により求めることができる。

$$N + \Delta N = EI \frac{b}{a} \quad (7)$$

また、式(6)は次のようにも変形できる。

$$k^2 \frac{(\hat{w}_{LR} + \Delta \hat{w}_{LR}) + \hat{w}_{LR0}}{\Delta \hat{w}_{LR}} = \frac{1}{\Delta N} \{EI k^4 - N k^2 + \tilde{k}_T\} \quad (8)$$

式(8)右辺における2次項の係数を  $b'$  とおくと、軸力  $N$  は次式により与えられる。

$$N = EI \frac{b'}{a} \quad (9)$$

式(7), (9)より  $\Delta N$  が得られれば、等価道床横剛性  $\tilde{k}_T$  を次式により求めることができる。

$$\tilde{k}_T = \Delta N c \quad (10)$$

## (2) 粒子フィルタによる推定法

通り変位測定データにはノイズが含まれているため、3.(1)に示した関係式から直接推定することは難しい。そのため文献3)では、ベイズ推定手法の一つである粒子フィルタ<sup>4)</sup>を採用した。以下にその概要を述べる。

ある時刻における通り変位を  $w_{LR1}$ 、その際に作用している軸力を  $N_1$  とする。また、別時刻における通り変位を  $w_{LR2}$ 、その時の軸力を  $N_2$  とする。両時刻の測定データを同等に活用する目的で、式(6), (8)の平均より得られる次式に基づき推定を行う。

$$\begin{aligned} k^2 \frac{(\hat{w}_{LR1} + \hat{w}_{LR0}) + (\hat{w}_{LR2} + \hat{w}_{LR0})}{2\Delta \hat{w}_{LR}} &= \frac{1}{\Delta N} [EI k^4 - 0.5(N_1 + N_2)k^2 + \tilde{k}_T] \end{aligned} \quad (11)$$

本軸力推定問題を次式により設定する。

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_t &= \mathbf{X}_{t-1}, \\ \mathbf{y}_t &= \mathbf{G}_t(\mathbf{X}_t) + \boldsymbol{\epsilon}_t \end{aligned} \quad (12)$$

ここで、 $\mathbf{X}_t$  は推定すべき未知量を成分とするベクトルであり、 $\mathbf{X}_t = \{N_1, N_2, k_T\}$  で与えられる。 $\boldsymbol{\epsilon}_t$  は通り変位測定データにおけるノイズによる当該 Fourier スペクトル比への影響項である。 $\mathbf{y}_t$  は通り変位の測定データの Fourier 変換の比(スペクトル比)を離散波数毎に求めたものを成分とするベクトルであり、関数  $\mathbf{G}_t(\mathbf{X}_t)$  は式(11)の右辺で与えられる。

まず推定値の候補となり得る様々な  $\mathbf{X}_0 \equiv \mathbf{X}_t$  を生成する。粒子フィルタでは、これらを粒子と呼ぶ。次に、各粒子毎に式(11)の右辺を求め、それと測定データより得られた同式左辺との差異から尤度を評価する。続いて、これに比例するように各粒子個数を再配分する。この操作を繰り返して求めた粒子個数分布により事後確率分布を近似し、それに基づき未知量の期待値を評価する。

## 3. 実軌道を模擬した数値モデル

実軌道を模擬した数値モデルにより、擬似測定データを作成する。その際に用いた軌道モデルについて述

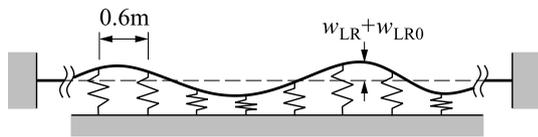


図-1 離散支持軌道のモデル化

べる。

### (1) 軌道のモデル化

ロングレール軌道を有限長モデルで近似する。軌道中央区間において、左右打ち切り端からの影響が十分小さくなるように、軌道長は 120m に設定した。理論モデルにおいてレールの横たわみは Euler ばり近似を用いているが、この場合せん断たわみが無視されることとなる。その影響を確認するため、数値モデルではレールを要素長 0.3m の Timoshenko ばり要素により離散化し、その両端を固定点で与えた。式 (3) の様に、軌道通り変位は左右レールのそれを合算したものについてのつり合い式で記述できるので、ここでは左右レールの通り変位和  $w_{LR}$  を変数として、離散化を行う。

軌道の初期通り変位は、以下の距離相関を有し、期待値ゼロ、標準偏差  $\sigma$  の Gauss 分布により設定する。

$$R(x) = \sigma^2 e^{-(x/d)^2} \quad (13)$$

ここで、 $d$  は相関長である。なお、左右レールの初期通り変位和の標準偏差は  $\sqrt{2}\sigma$  で与えられる。

レールはまくらぎで離散支持されているものとし、その間隔を 0.6m とした。一般にレール・まくらぎ間の締結剛性は道床横剛性に比べ高いため、締結部は剛結されているものとした。

まくらぎ拘束部に作用する道床横抵抗力は、図-1 に示す様にまくらぎ位置に設定した非線形バネにより表現した。なお、その非線形特性については 3.(2) で述べる。

### (2) 道床横抵抗力のモデル化

各まくらぎ位置に作用する道床横抵抗力  $f_T$  の骨格曲線は次式<sup>5)</sup>により与えた。

$$f_T = f_0 \frac{w_s}{a + |w_s|} \quad (14)$$

ここで、 $f_0$  はまくらぎ 1 本当りの最終道床横抵抗力、 $a$  は  $f_T = f_0/2$  となる時のまくらぎ変位である。

日夜の温度増減により、レール通り変位は脈動するため、それに伴う道床横抵抗力の変動履歴を再現する必要がある。そこで、道床横抵抗力の載・除荷過程を図-2 に示す様な履歴曲線により与えた。除荷時は初期剛性  $f_0/a$  の下  $f_T = 0$  まで線形的に作用力を低下させ、

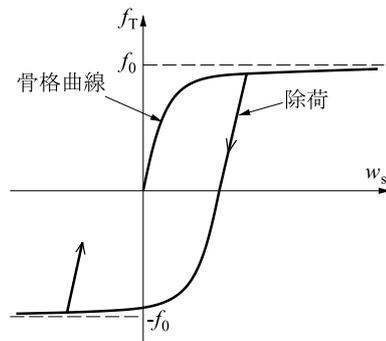


図-2 道床横抵抗力のモデル化

表-1 解析条件

条件	道床横抵抗力	道床横剛性の空間変動
Case1	線形	一様
Case2	線形	変動 ( $\delta = 0.5, \lambda = 9m$ )
Case3	非線形	一様

その後は式 (14) と同様の曲線に沿って逆方向に抵抗力を作用させるものとした。

また、実際の軌道の道床横剛性にはばらつきが存在する。そこで、軌道モデルの道床横剛性に空間変動を与える場合は、最終道床横抵抗力  $f_0$  を次式に示す一定振幅・一定波長の sin 波形により設定した。

$$f_0(x) = \bar{f}_0 (1 + \delta \sin \frac{2\pi}{\lambda} x) \quad (15)$$

ここで、 $\bar{f}_0$  は解析における最終道床横抵抗力の平均値、 $\delta$  は変動振幅、 $\lambda$  は波長である。

## 4. 軌道状態が推定結果に及ぼす影響

### (1) 解析条件

軌道状態が本推定法に及ぼす影響を検討するために、数値軌道モデルを表-1 の条件下で 3 ケース設定した。以下の検討では、50kgN レールを想定し、初期通り変位の標準偏差は  $\sigma=1cm$ 、相関長は  $d=1m$  とした。最終道床横抵抗力は  $f_0=1.2kN$ 、 $a=1mm$  とした。この値は、分布バネの単位長さ当り道床横剛性  $\tilde{k}_T$  に換算すると、 $2MN/m^2$  に相当する。また、検測装置による通り変位測定時のノイズは、標準偏差  $0.5mm^2$  のホワイトノイズとして設定した。

波数  $k \leq 1(1/m)$  の範囲では式 (11) 右辺のスペクトル比がノイズに鋭敏なため、推定には  $1 \leq k \leq 2(1/m)$  の波数範囲を用いるものとする<sup>3)</sup>。なお、慣性正矢法では 10m 弦正矢データが得られるが、ここでは通り変位データ自体 (原波形) の使用を前提とする。また、以下

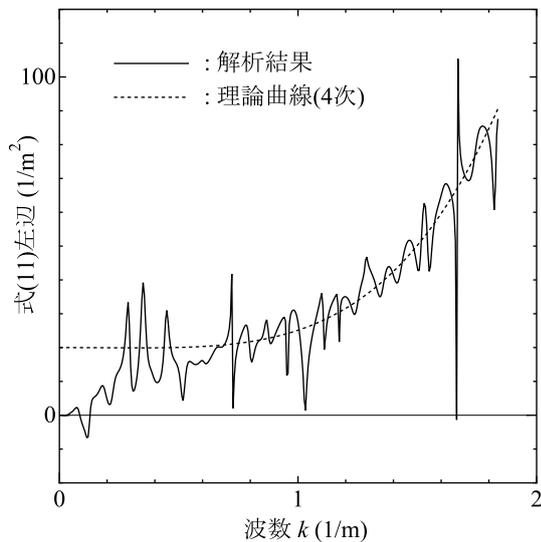


図-3 スペクトル比 (Case1)

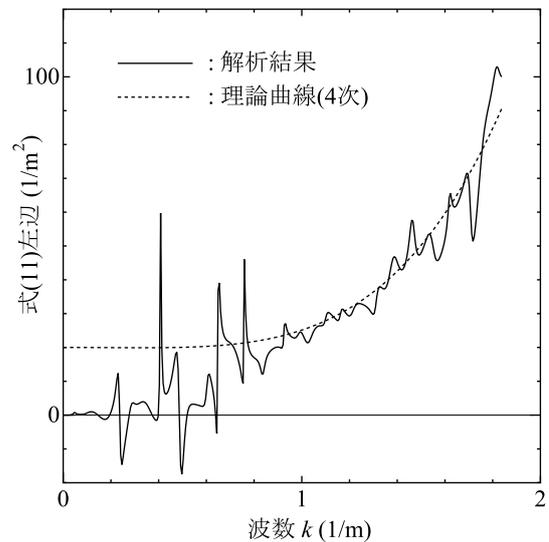


図-4 スペクトル比 (Case2)

の解析において、軸力は  $N_1=100\text{kN}$ 、 $N_2=200\text{kN}$  に設定した。

**(2) レールおよびまくらぎ拘束のモデル化の影響 (Case1)**

離散まくらぎに作用する道床横抵抗力を、空間変動の無い一様な剛性  $f_0/a$  を有する線形バネで与えた場合 (Case1) のスペクトル比を図-3 に示す。解析結果にはノイズの影響による変動成分が含まれているものの、理論曲線との良好な対応関係が認められる。このことより、理論モデルにおけるレールの Euler ばり近似や、連続まくらぎ支持近似の影響は無視し得ることが分かる。

**(3) 道床横抵抗力の空間変動の影響 (Case2)**

Case2 における結果を図-4 に示す。なお、図-4 は式 (15) における変動振幅が  $\delta = 0.5$ 、波長が  $\lambda = 9(\text{m})$  に対する結果を示したものであるが、 $\delta$  を  $0.1 \sim 0.5$ 、 $\lambda$  を  $3 \sim 15(\text{m})$  の範囲でそれぞれ値を変えて計算を行ったところ、何れの条件においてもスペクトル比に有意な差異は認められず、道床横抵抗力の空間変動が影響しないことを確認した。

**(4) 道床横抵抗力の非線形性の影響 (Case3)**

道床横抵抗力に式 (14) の非線形性を考慮した場合の結果を図-5 に示す。図より、数値モデルより得た擬似測定データのスペクトル比は、式 (11) で与えられる 4 次曲線 (図中の点線) に比べ全体に小さいことが分かる。ちなみに、道床横剛性は式 (11) 右辺の定数項 (曲線の切片) に比例する。そのため、レール軸力に起因する弾性たわみの増加に伴い、道床横抵抗力の接線剛性は次第

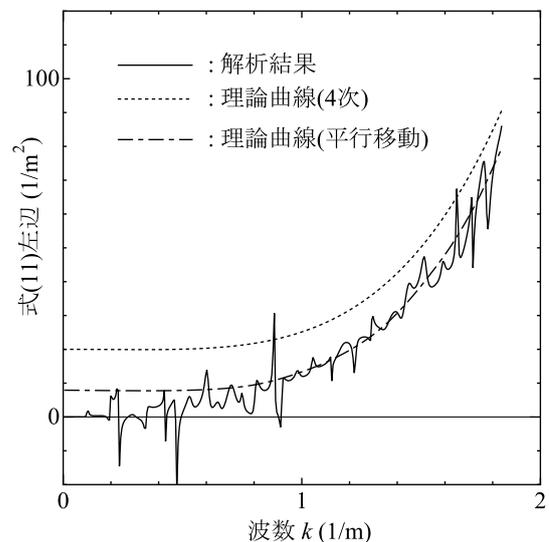


図-5 スペクトル比 (Case3)

に低下し、それに連動して曲線の切片が低下したものと考えられる。

なお、図-5 には理論 4 次曲線を、カーブフィッティングにより下方へ平行移動させたものを一点鎖線で示した。当該曲線と擬似測定データのスペクトル比には良好な一致が認められており、道床横抵抗力の非線形性はスペクトル比における 2 次と 4 次の項には影響しないことが分かる。このことより、道床横剛性は低めに評価されるものの、軸力推定は当該の非線形性の影響を受けないものと考えられる。

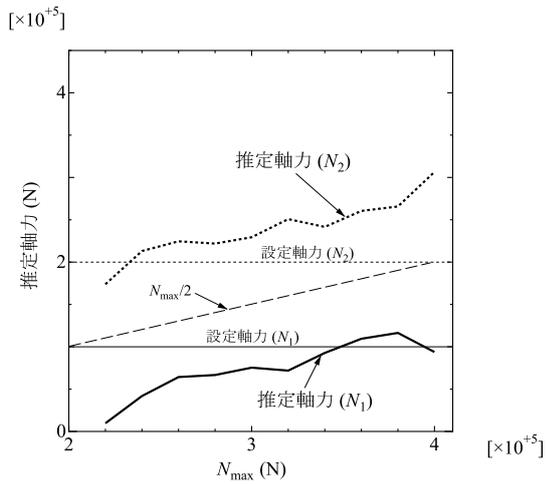


図-6 軸力の推定結果 (Case1)

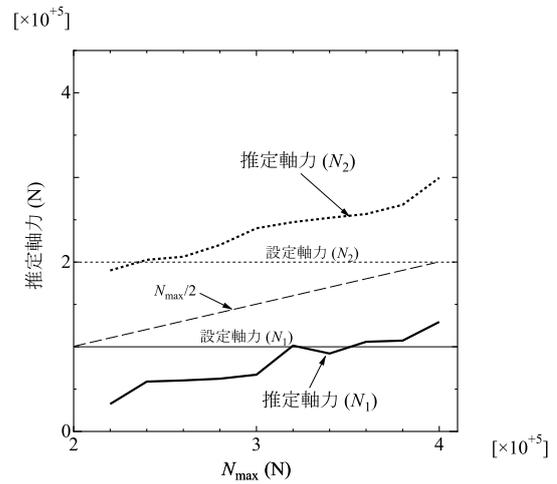


図-8 軸力の推定結果 (Case3)

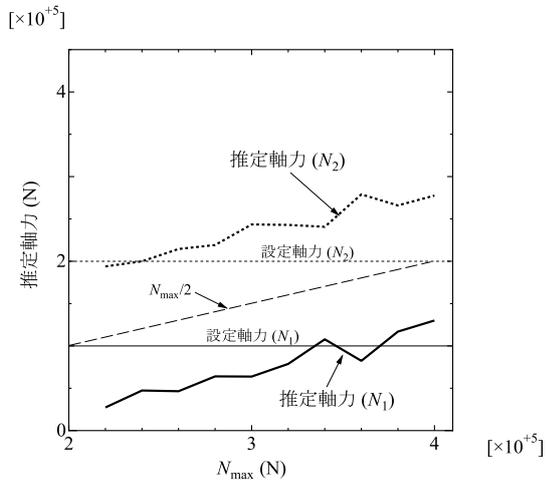


図-7 軸力の推定結果 (Case2)

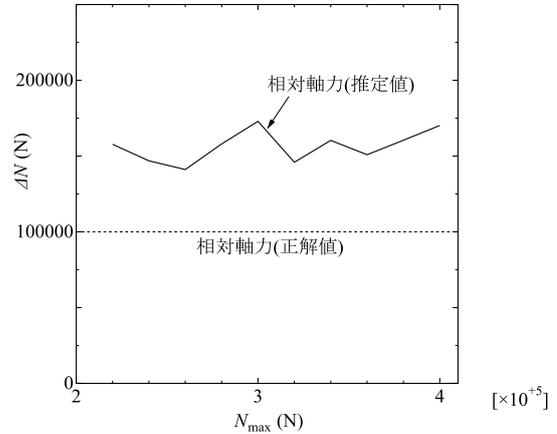


図-9 相対軸力の推定結果 (Case3)

(5) 粒子フィルタによる推定

Case1~Case3の各軌道条件を対象に、粒子フィルタによる軸力推定を行った。その際に、以上の解析と同じく、2つの軸力を  $N_1=100\text{kN}$ 、 $N_2=200\text{kN}$  と設定した。粒子フィルタにおける粒子を 50000 個<sup>3)</sup> 生成し、各粒子が有する軸力を次式により与えた。

$$N = r \cdot N_{max} \tag{16}$$

ここで、 $N$  は設定軸力、 $N_{max}$  は軸力推定範囲の上限、 $r$  は  $[0, 1]$  の区間における一様乱数である。一方、各粒子が有する道床横剛性は、 $\tilde{k}_T=1.5\sim 3.5(\text{MN}/\text{m}^2)$  の範囲内で一様乱数により設定した。

以上の設定の下、粒子フィルタによる推定を 5 回実施して、その平均値をもって最終推定値とした。各ケースにおける推定結果をそれぞれ図-6~図-8 に示す。なお、図は軸力推定範囲  $N_{max}$  (横軸) と推定軸力  $N_1, N_2$  (縦軸) との関係を示したものである。すなわち、横軸  $N_{max}$  の

範囲内で推定された軸力  $N_1, N_2$  を縦軸にプロットしたもとなっている。また、図-9 に Case3 における相対軸力  $\Delta N = N_2 - N_1$  の推定結果を示す。

図-6~図-8 のいずれにおいても、軸力の探索範囲  $N_{max}$  の増加と共に推定軸力  $N_1, N_2$  も増加する傾向が認められる。また、設定した軸力推定範囲  $[0, N_{max}]$  において、平均軸力  $(N_1 + N_2)/2$  が概ね中央値  $(N_{max}/2)$  を示している。これは、粒子フィルタによる推定において、絶対軸力の推定精度(感度)が必ずしも十分に確保されておらず、事後確率分布が明確なピークを有していないことによるものと考えられる。一方、図-9 に示す様に、相対軸力  $\Delta N$  に関しては、正解値より 50kN 程度一様に大き目ではあるものの、 $N_{max}$  によらず概ね一定値を与えており、比較的良好な推定結果が得られている。このことより、文献3)での検討結果と同様に、絶対軸力の推定にはさらなる工夫を要するが、相対軸力  $\Delta N = N_2 - N_1$  はある程度推定可能であることが確認できる。また、推定結果には軌道モデルの違いによ

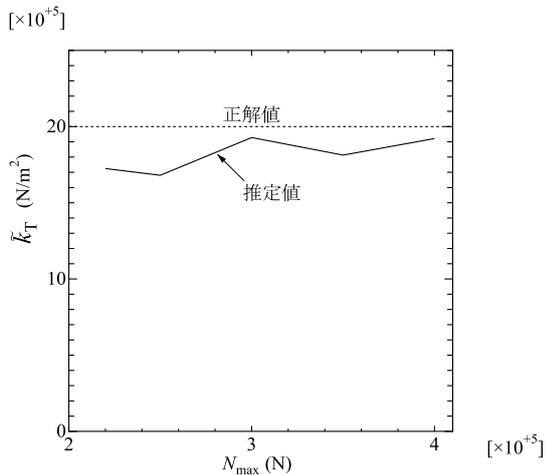


図-10 道床横剛性  $\tilde{k}_T$  の推定結果 (Case3)

る明確な影響は認められず、本推定法における軌道通り変位の定式化で採用した簡易な理論モデルによって、レール軸力と通り変位との関係を適切に表現し得ることがわかる。なお、他の軸力  $N_1, N_2$  の組み合わせに対しても推定を行ったところ、同様の傾向が得られた。

Case3における道床横剛性の推定結果を図-10に示す。なお、道床横剛性は分布バネの単位長さ当り剛性  $\tilde{k}_T$  に換算した値となっている。図-5に示した様に、道床横抵抗力の非線形性によりスペクトル比が全体に低下する傾向にあるため、その切片の値から求められる道床横剛性は低目に評価されるものと考えられた。図-10に示した推定値は、総じて低目の値を示してはいるものの、正解値との差は最大でも15%程度であり比較的小さい。スペクトル比の切片は、式(11)右辺の定数項  $\tilde{k}_T/\Delta N$  で与えられるため、図-5の様にその値が幾分か小さ目であっても、図-9における相対軸力  $\Delta N$  の推定値が大き目となっているため、これらの影響が相殺され、道床横抵抗力における非線形性の有無によらず、結果的に剛性の推定値が概ね正解値を与えたものと考えられる。

## 5. レールの温度履歴が推定結果に及ぼす影響

昼夜のレール温度変化に伴う軸力の変動履歴を考慮した解析により通り変位の擬似測定データを作成して、未知量推定を行った。

具体的には、気温と日射による輻射熱とを考慮した以下に示すレール温度解析を行い、得られたレール温度から次式によりレール軸力を設定した。

$$N = EA\alpha\Delta T \quad (17)$$

ここで  $EA$  はレールの伸び剛性、 $\alpha$  は線膨張係数、 $\Delta T$  はレール設定時からの相対温度である。式(17)より各時刻におけるレール軸力を得たら、前述の軌道通り変

位解析を実施して、擬似測定データを作成する。

### (1) レール温度解析の概要<sup>6)</sup>

水平な地面に敷設された、長さ  $l$  の直線レールを考える。レール内温度は断面内一様と仮定し、レール長手方向  $x$  についてのみ変化し得るものとする。この場合、温度解析に際してレールは一次元モデルで表現できる。レールの微小区間  $dx$  における、微小時間  $dt$  当りの熱エネルギー増分  $dE$  を次式により評価する。

$$dE = -dE_H + dE_S - dE_T - dE_R \quad (18)$$

ここで、 $dE_H$  はレール内を移動して微小区間  $dx$  より出て行く熱エネルギー、 $dE_S$  は太陽輻射エネルギー、 $dE_T$  は周囲の空気に伝達される熱エネルギー、 $dE_R$  は周囲に放射される熱エネルギーである。

式(18)に各項の具体式を代入して次の熱伝導方程式を得る。

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial t} &= \kappa \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + g \\ g &= \frac{1}{C\rho A} \{ \gamma Q_S - [h(T - T_a) + \epsilon(T^4 - T_a^4)] S_R \} \end{aligned} \quad (19)$$

ここで、 $T$  はレール温度 (K)、 $C$  は比熱、 $\rho A$  はレールの単位長さ当り質量、 $Q_S$  は単位長さ当りのレールが単位時間に受ける太陽輻射エネルギーであり、 $\gamma$  はその吸収率、 $h$  は空気の熱伝導率、 $T_a$  は気温、 $S_R$  はレールの断面周長、 $\epsilon$  はレールと周囲環境との間での輻射の授受に関する関数、 $\kappa = \kappa_0/C\rho$  は熱伝導係数、 $\kappa_0$  は熱伝導度である。また、熱伝導度  $\kappa_0$  は  $x$  について一定とした。なお、詳細については文献6)を参照されたい。

簡単のため、伝導熱と放射熱の授受のみなされるものとする。このとき、レール両端における境界条件は次式で与えられる。

$$\frac{\partial T}{\partial n} = -\frac{1}{\kappa_0} \{ h(T - T_a) + \epsilon(T^4 - T_a^4) \}, \quad (x = 0, l) \quad (20)$$

ここで、 $\partial/\partial n$  はレール端における外向き方向微分であり、具体的には次式により記述される。

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial n} &= -\frac{\partial T}{\partial x}, \quad (x = 0) \\ &= \frac{\partial T}{\partial x}, \quad (x = l) \end{aligned} \quad (21)$$

### (2) レール温度履歴の解析条件

以下の解析では、夏季におけるレール圧縮軸力の推定を対象とする。レール圧縮軸力が大きくなる日中の推定を想定し、2回の測定時刻の内、2回目の時刻をレール温度が高くなる13時に設定した。その下で、1回目の測定時刻を、表-2に示す様に同日8時、9時および10時の3ケースとして、2回の測定間における軸力等の差が推定結果に及ぼす影響について調べた。表-2において、 $t_1, t_2$  はそれぞれ1回目と2回目の通り変位

表-2 軸力推定時刻

条件	$t_1$	$t_2$
Case A	8月15日8時	8月15日13時
Case B	8月15日9時	8月15日13時
Case C	8月15日10時	8月15日13時

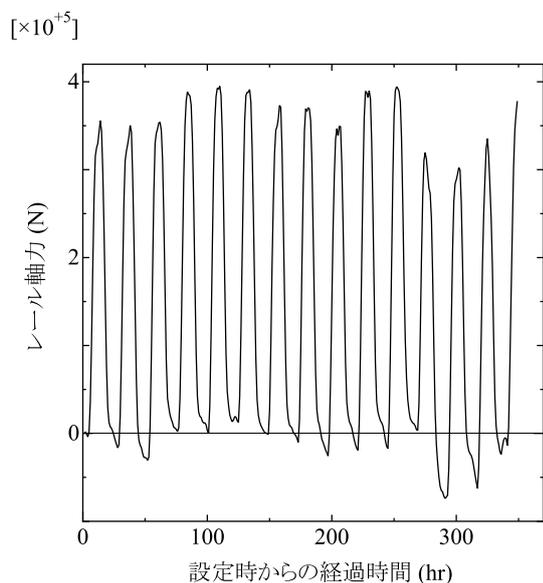


図-11 レール軸力の変動履歴

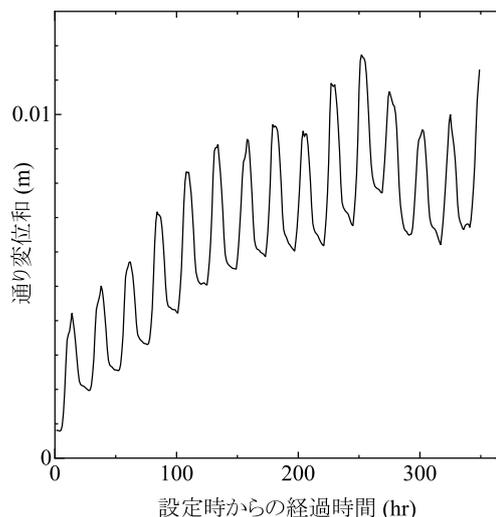


図-12 レール通り変位和の変動履歴

表-3 軸力推定結果 (Case A)

	$N_1$	$N_2$
日時	8月15日8時	8月15日13時
正解軸力 (N)	155865	378073
推定軸力 (N)	107916	425992
推定誤差 (N)	-47949	47919

表-4 軸力推定結果 (Case B)

	$N_1$	$N_2$
日時	8月15日9時	8月15日13時
正解軸力 (N)	231843	378073
推定軸力 (N)	170048	372090
推定誤差 (N)	-61795	-5983

測定時刻である。なお、レールの設定日時は8月1日午前1時とした。

レール温度解析に当たり、レールは東西方向に敷設されており、日の出から日没までの間は常にレールに日光が当たるものとする。気温は新潟市における気象観測データより設定した。5.(1)の各式におけるパラメータは、文献6)と同じに与えた。なお、レール温度解析における時間増分は1時間とし、レールの線膨張係数 $\alpha$ は $12 \times 10^{-6} (1/K)$ とした。

レール設定から8月15日13時までにおけるレール軸力の変動履歴を図-11に示す。日中はレール軸力が400kN程度まで上昇し、夜間には設定時とほぼ同じ値(0N)に戻っている。

図-11のレール軸力変動の下に行った軌道通り変位解析の結果を図-12に示す。図-12は長さ120mの軌道モデルの中央節点における左右レールの通り変位を合算した値(通り変位和)の変動を示したものである。なお、軌道の数値モデルには、4.で検討した道床横抵抗力の空間変動と非線形性の両方を考慮している。ここに図示した軌道中央節点位置における初期通り変位和はほぼゼロとなっているが、時間の経過に伴い次第に1cm近くにまで増大し、レール設定から約10日(240時間)

で概ね定常状態に至っている様子が窺える。また、一日の中で5mm程度の変位増減が発生していることが確認できる。

### (3) 解析結果

表-2の3ケースにおける軸力推定結果を、それぞれ表-3, 4, 5に示す。なお、5回の軸力推定の平均を最終推定値として表中に示している。

2つの軸力の内、相対的に低い値を有する $N_1$ については、Case Cにおいて3ケース中最も大きな推定誤差(-140kN)を生じており、それが相対軸力 $\Delta N = N_2 - N_1$ の減少と共に増大する傾向が窺える。

一方、2回目の測定時における軸力 $N_2$ については、Case Aで推定誤差が最大値(48kN)となっており、相対

表-5 軸力推定結果 (Case C)

	$N_1$	$N_2$
日時	8月15日10時	8月15日13時
正解軸力 (N)	302722	378073
推定軸力 (N)	162316	358886
推定誤差 (N)	-140406	-19187

軸力の増加が必ずしも推定精度の向上につながらないことがわかる。ただし、理由は明らかでないが、何れのケースにおいても  $N_2$  の推定誤差は  $N_1$  のそれに比べて小さく、概ね良好な推定結果を与えている。

なお、通り変位の変動が概ね定常状態に達する8月15日前後の他の日を対象に軸力推定を試みたところ、同様の傾向を示す結果が得られた。また、4. に示した単調軸力増加解析では絶対軸力の推定が困難であったが、より現実に近い変動履歴下では、軌道の張り出しの危険性が増す正午過ぎにおけるレール軸力の絶対値が、比較的良好な精度で推定可能であることが確認できた。

## 6. おわりに

本研究では実軌道に近い数値モデルを用いて得られた通り変位擬似測定データを対象に、軸力推定結果に軌道条件が及ぼす影響について調べた。その結果、道床横抵抗力の空間変動や非線形性など、本推定法の定式過程で採用した簡易な数理モデルに反映されていない

主要な軌道条件が、軸力推定にはほとんど影響を及ぼさないことがわかった。ただし、実測データに基づく推定の際には、ここで考慮した事項以外の影響も考えられ、さらなる検討が必要である。

また、昼夜のレール温度変化に伴う軸力の変動履歴を再現した解析を実施し、現実の軌道により即した条件下における本推定法の適用可能性について検討した。なお、2回の通り変位測定の内、2回目をレール軸力が一日の中でほぼ最大となる13時に設定し、1回目の測定時刻(軸力)が推定精度に及ぼす影響について調べた。その結果、1回目の測定時刻によらず、張り出しの危険性が増す2回目の測定時におけるレール軸力が、比較的良好な精度で推定可能であることが分かった。

謝辞 本研究は科研費(17K06529)の助成を受けたものである。ここに記して謝意を表す。

## 参考文献

- 1) 高井秀之：保線の常識!非常識? その31:レールの軸力は測れない?, 新線路, 60.11, 36, 2006.
- 2) 坪川洋友, 矢沢栄治, 小木曾清高, 南木聡明: 車体装架型慣性正矢軌道検測装置の開発, 鉄道総研報告, 26(2), 7-12, 2012.
- 3) 阿部和久, 千葉颯兵, 佐藤拓郎, 小松佳弘, 紅露一寛: 通り変位測定データを用いた軌道力学状態推定に関する基礎的検討, 鉄道工学シンポジウム論文集, 22, 107-114, 2018.
- 4) 樋口知之, 上野玄太, 中野慎也, 中村和幸, 吉田亮: データ同化入門, 朝倉書店, 2010.
- 5) 宮井 徹: エネルギー法による軌道座屈の数値解析, 鉄道技術研究報告, No.1271, 1984.
- 6) 阿部和久, 桑山卓也, 元好茂: 空間的・時間的な温度変化を受けるロングレールの軸力分布解析, 鉄道力学シンポジウム論文集, 16, 101-108, 2012.

(2019. 4. 5 受付)

# INFLUENCE OF TRACK CONDITIONS ON A TRACK MONITORING METHOD USING RAIL LATERAL DISPLACEMENT OBSERVED BY COMMERCIAL TRAINS

Takuro SATO, Kazuhisa ABE, Akihisa Shimizu  
and Kazuhiro KORO

In order to estimate mechanical track conditions such as the rail axial load and the ballast lateral stiffness, the authors have developed a track monitoring method based on a simple mathematical model. In this paper influence of track conditions such as the spatial variation and the nonlinearity in the ballast lateral resistance force on the estimation is investigated. For this purpose, numerical track models which take into account the abovementioned conditions and the temporal variation of rail temperature are employed. Through numerical experiments, it was found that these effects are negligible in the estimation.