論文　道床沈下解析におけるバラスト材の弾塑性挙動の空間的ばらつきの影響評価

紅露一寛[1]・井口建斗[2]・阿部和久[3]

[1] 正会員　博士 (工学)　新潟大学教授　工学部工学科社会基盤工学プログラム (〒 950-2181 新潟市西区五十嵐二の町 8050)
E-mail: kouro@eng.niigata-u.ac.jp
[2] 非会員　修士（工学）　新潟大学大学院自然科学研究科博士前期課程学生（研究当時）
[3] 正会員　工博　新潟大学教授　工学部工学科社会基盤工学プログラム (〒 950-2181 新潟市西区五十嵐二の町 8050)
E-mail: abe@eng.niigata-u.ac.jp

バラスト道床沈下現象を cyclic densification モデルで表現する場合を対象に，バラスト材の力学挙動の空間的ばらつきを当該構成モデルの材料物性値の空間的ばらつきとして考慮した上で，弾塑性有限要素法に基づくモンテカルロシミュレーションを行うことで，上述のバラスト道床沈下解析における弾塑性挙動の空間的ばらつきの影響を定量評価した．ばらつきの空間構造は Karhunen-Loeve 展開で表現した．バラスト軌道を模擬した問題設定の下，2 次元バラスト道床沈下解析を行った結果，単調載荷過程・繰り返し載荷過程ともに，弾性挙動を制御する材料物性値の空間的ばらつきが伝播する鉛直変位解の変動係数は，材料物性値の変動係数と同程度であることが分かった．一方，塑性挙動を制御する材料物性値のうち，摩擦すべりに関する強度発現を制御する材料物性値の空間的ばらつきが鉛直変位解には最も顕著な影響を及ぼし，負荷サイクル数の増加とともにバラスト上面鉛直変位のばらつきが増幅する傾向を示すことが分かった．

Key Words : *ballast settlement analysis, cyclic densification model, elastoplastic FEM, Monte Carlo simulation*

1. はじめに

砕石粒子の集合体からなるバラスト道床は，列車からの荷重分散と列車走行に伴い発生する騒音・振動の低減を目的として敷設される．列車の繰り返し走行の結果，バラスト砕石粒子配置の不可逆変化や粒子の摩耗・破砕などにより，バラスト層には不可逆的な変位が発生する．特に，道床沈下 [1] は軌道破壊の典型例として古くから知られており，今日でも実験および数理モデル化・解析のアプローチからそのメカニズムや定量予測に関する研究が進められている [2),3),4),5),6),7),8),9)]．

特に著者らはこれまで，バラスト材の繰り返し変形挙動の弾塑性連続体モデル化に取り組んできた．拡張下負荷面モデル [10] によりモデル化 [11] し，室内試験結果を用いた材料パラメータ同定や材料パラメータの感度解析 [12] に取り組んできた．しかし，拡張下負荷面モデルは実際の力学挙動の再現性に優れている反面，通常の弾塑性解析同様，応力履歴をもれなく追跡する必要から高サイクル時の沈下量予測においては計算負荷が膨大となる．そのため，時間域均質化法による繰り返し弾塑性解析の効率化 [13),14)] を試みている．

また，Suiker らは，負荷・除荷単位繰り返しにおける応力や変形，残留変形の変化量を直接定量化する cyclic densification モデル [15] を提案し，室内試験結果と解析結果との比較を行っている．著者らも cyclic densification モデルを用いた道床沈下解析の実用性の検討を行なった上で [16]，軌道系の動的応答を考慮した道床沈下解析法を構成し [17]，軌道剛性急変部の道床沈下解析への適用 [17] や，レール継目部バラスト道床沈下解析への適用 [18] を試みている．

なお，バラスト道床は，その層厚に対して砕石粒子粒径が大きいため，道床部を連続体とみなした場合の弾塑性挙動には小さくないばらつきが存在すると考えられる．弾塑性連続体モデル化を採用する限りにおいては，力学挙動のばらつきは解析に用いる材料物性値のばらつきとして考慮されることとなる．そこで著者らは，cyclic densification モデルで用いる材料物性値を試験結果から同定する手法を提案し，当該手法により同定された材料物性値の下でのバラスト材の繰り返し変形解析結果に及ぼす材料物性値のばらつきの影響を定量的に評価した [19]．また，バラスト材の弾塑性挙動の空間的ばらつきがバラスト道床沈下解析結果に及ぼす影響を評価するために，bounding body 近似に基づくスペクトル確率・弾塑性有限要素解析を試みた [20]．しかし，文献 [20] では，バラスト材の弾性挙動を線形化した上で，Young 率の空間的ばらつきの影響を評価するにとどまっており，バラスト道床の強度特性を支配す

る塑性挙動の各種パラメータ値の空間的ばらつきの影響については未検討のままである．

そこで本研究では，バラスト道床の繰り返し弾塑性挙動を cyclic densification モデルを用いた弾塑性連続体でモデル化した場合を対象に，バラスト材の弾塑性挙動の空間的ばらつきがバラスト道床部の繰り返し弾塑性解析結果に及ぼす影響について検討する．弾塑性連続体モデルを採用する場合，材料の力学挙動の空間的ばらつきは構成モデルの材料物性値の空間的ばらつきとして考慮することとなる．本研究では，cyclic densification モデルで用いられる各々の材料物性値の空間的ばらつきを Karhunen-Loeve 展開でモデル化した上で，バラスト道床部の繰り返し変形挙動のばらつきへの影響は有限要素法に基づくモンテカルロシミュレーションにより評価・検討する．

2. Cyclic densification モデルによるバラスト材の繰り返し変形挙動のモデル化

本研究では，バラスト材の弾塑性連続体モデルとして，cyclic densification モデル [15] を用いる．当該モデルでは，所定の応力（荷重）振幅またはひずみ（変位）振幅の下で，載荷・除荷単位繰り返し当たりの物理量・内部状態変数の変化量を直接定式化する（以下,「繰り返し載荷モデル」と呼ぶ）ものである．その結果，有限要素解析では載荷・除荷サイクル数 N に関する履歴を追跡すればよく，負荷経路をもれなく追跡する必要のある通常の弾塑性解析と比べて，解析時の計算負荷を大幅に軽減し得る構成モデルである．なお，当該モデルを用いる際には，所定の最大荷重または最大変位の下でのつり合い解を初期条件とする必要があるため，無荷重時から最大荷重作用時に至るまでのつり合い解を求めるための「単調載荷モデル」を併用することとなる.「単調載荷モデル」には，繰り返し載荷モデルの物理量や内部状態変数との整合を留意した上で，通常の意味の弾塑性構成モデルを与えればよい．

(1) 単調載荷過程の構成モデル（単調載荷モデル）

単調載荷過程における構成モデル（単調載荷モデル）では，構成式は亜弾性を仮定して次式で与える．

$$\dot{\sigma}_{ij} = D_{ijkl}(p)\left(\dot{\varepsilon}_{kl} - \dot{\varepsilon}^p_{kl}\right) \tag{1}$$

ここで，制御パラメータを t であり，$\dot{}$ は t に関する物質時間微分とする．σ_{ij} は応力テンソル，ε_{kl} は全ひずみ，ε^p_{kl} は塑性ひずみであり，弾性定数テンソル $D_{ijkl}(p)$ は圧力依存性を有するものとして次式で定義する．

$$D_{ijkl}(p) = \frac{3K_t}{2(1+\nu)}\big[(1-2\nu)(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}) + 2\nu\delta_{ij}\delta_{kl}\big], \tag{2}$$

$$K_t = K_{ref}\left(\frac{p}{p_{ref}}\right)^{1-n^e} \tag{3}$$

なお，$p = \sigma_{kk}/3$ であり，ν は Poisson 比，K_{ref}，n^e，p_{ref} は材料パラメータである．

塑性ひずみは，摩擦すべり，体積収縮，引張破壊の 3 つのメカニズムのもと，次式の降伏条件 f^f，f^c，f^t を各々満たすように発現するものとする．

$$\begin{aligned} f^f(q,p,\kappa^p_0) &= -\frac{q}{p-p^t_{num}} - H^f(\kappa^p_0) = 0, \\ f^c(p,\varepsilon_{vol,c,0}) &= \frac{p}{P_0} - H^c(\varepsilon_{vol,c,0}), \\ f^t(p) &= p - p^t = 0, \end{aligned} \tag{4}$$

$q = \sqrt{3s_{ij}s_{ij}/2}$，$s_{ij} = \sigma_{ij} - p\delta_{ij}$ である．

式 (4) の硬化関数は次式で定義する．

$$\begin{aligned} H^f(\kappa^p_0) &= H_0 + (H_m - H_0)\big[1 - \exp(-\zeta^f\kappa^p_0)\big], \\ H^c(\varepsilon_{vol,c,0}) &= 1 + \zeta^c\varepsilon^p_{vol,c,0} \end{aligned} \tag{5}$$

ここで，κ^p_0，$\varepsilon^p_{vol,c,0}$ はそれぞれ摩擦滑り，体積圧縮に関する塑性乗数であり，p^t は引張破壊の降伏平均応力，P_0，H_0，H_m，ζ^f，ζ^c は材料物性値である．

塑性ひずみ速度 $\dot{\varepsilon}^p_{kl}$ は，非関連流動則により次式で与える．

$$\dot{\varepsilon}^p_{ij} = \dot{\kappa}^p_0\frac{\partial G^f(q,p,\kappa^p_0)}{\partial\sigma_{ij}} + \dot{\varepsilon}^p_{vol,c,0}\frac{\partial G^c(p,\varepsilon^p_{vol,c,0})}{\partial\sigma_{ij}} + \dot{\varepsilon}^p_{vol,t,0}\frac{\partial G^t(p)}{\partial\sigma_{ij}} \tag{6}$$

ここで，$\dot{\varepsilon}^p_{vol,t,0}$ は引張破壊に関する塑性乗数速度である．また，塑性ポテンシャル G^f，G^c，G^t は次式で与える．

$$\begin{aligned} G^f(p,q,\kappa^p_0) &= q + D^f(\kappa^p_0)p, \\ D^f(\kappa^p_0) &= D_0 + (D_m - D_0)\big[1 - \exp(-\zeta^f\kappa^p_0)\big], \\ G^c(p,\varepsilon^p_{vol,c,0}) &= -p + H^c(\varepsilon^p_{vol,c,0})p_0, \\ G^t(p) &= f^t(p), \end{aligned} \tag{7}$$

ここで，D_0，D_m は材料物性値である．

(2) 繰り返し載荷過程の構成モデル（繰り返し載荷モデル）

繰り返し載荷過程における構成モデル（繰り返し載荷モデル）では，構成則は，単調載荷モデルと同様，亜弾性を仮定して次式で与える．

$$\frac{\mathrm{d}\sigma_{ij}}{\mathrm{d}N} = D_{ijkl}(p)\left(\frac{\mathrm{d}\varepsilon_{kl}}{\mathrm{d}N} - \frac{\mathrm{d}\varepsilon^p_{kl}}{\mathrm{d}N}\right) \tag{8}$$

なお，N はサイクル数であり，履歴を表現するパラメータとなる．

塑性ひずみ ε_{ij}^{p} は，単調載荷モデル同様，摩擦すべり・体積圧縮・引張破壊の 3 つの破壊メカニズムを考慮した上で，非関連流動則により次式で与える．

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}\varepsilon_{ij}^{p}}{\mathrm{d}N} &= \frac{\mathrm{d}\kappa^{p}}{\mathrm{d}N}\frac{\partial g^{f}(q,p,\kappa^{p})}{\partial\sigma_{ij}} \\ &+ \frac{\mathrm{d}\varepsilon_{vol,c}^{p}}{\mathrm{d}N}\frac{\partial g^{c}(p,\varepsilon_{vol,c}^{p})}{\partial\sigma_{ij}} + \frac{\mathrm{d}\varepsilon_{vol,t}^{p}}{\mathrm{d}N}\frac{\partial g^{t}(p)}{\partial\sigma_{ij}}\end{aligned} \tag{9}$$

ここで，塑性ポテンシャル g^{f}，g^{c}，g^{t} は次式で与える．

$$\begin{aligned}&g^{f}(p,q,\kappa^{p}) = q + d^{f}(\kappa^{p})p, \\ &d^{f}(\kappa^{p}) = d_0 + (d_m - d_0)\big[1-\exp(-\zeta^{f}\kappa^{p})\big], \\ &g^{c}(p,\varepsilon_{vol,c}^{p}) = -p + h^{c}(\varepsilon_{vol,c}^{p})p_0, \\ &g^{t}(p) = f^{t}(p),\end{aligned} \tag{10}$$

なお，p_0，d_0，d_m は材料物性値である．

式 (9) において，$\varepsilon_{vol,t}^{p}$ は引張破壊の塑性乗数であり，式 (4) 第 3 式を満たすようにその増分量が定められる．また，κ^{p}，$\varepsilon_{vol,c}^{p}$ は，それぞれ摩擦すべり・体積圧縮の塑性乗数であり，繰り返し載荷モデルでは，Perzyna の超過応力の概念に基づき次式を N について積分することで与えられる．

$$\frac{\mathrm{d}\kappa^{p}}{\mathrm{d}N} = \alpha^{f}\left\langle -\frac{q}{p-p_{num}^{t}} - h_{sh}^{f}(\kappa^{p})\right\rangle^{\gamma^{f}} \tag{11}$$

$$\frac{\mathrm{d}\varepsilon_{vol,c}^{p}}{\mathrm{d}N} = \alpha^{c}\left\langle \frac{p}{p_0} - h_{sh}^{c}(\varepsilon_{vol,c}^{p})\right\rangle^{\gamma^{c}} \tag{12}$$

なお，$\langle\cdot\rangle$ は Macaulay bracket であり，α^{f}，α^{c}，γ^{f}，γ^{c} は材料物性値である．

上式において，shakedown 応力 h_{sh}^{f}，h_{sh}^{c} は次式で与えられる．

$$\begin{aligned}h_{sh}^{f}(\kappa^{p}) &= h_0 + (h_m - h_0) \\ &\quad\cdot\{1-\exp(-\eta^{f}\cdot(\kappa^{p}-\kappa_0^{p}))\} \\ h_{sh}^{c}(\varepsilon_{vol,c}^{p}) &= 1 + \eta^{c}(\varepsilon_{vol,c}^{p} - \varepsilon_{vol,c,0}^{p})\end{aligned} \tag{13}$$

ここで，η^{f}，η^{c}，h_0，h_m は材料物性値である．

3. 材料物性値の空間的ばらつきを考慮したバラスト道床沈下解析

(1) 弾塑性有限要素法を用いたバラスト道床沈下解析

前節で示したように，構成モデルとして用いる cyclic densification モデルは，単調載荷過程・繰り返し載荷過程の各々に対応する 2 種類の構成モデル（単調載荷モデル・繰り返し載荷モデル）からなる．そのため，準静的条件下で仮想仕事式を有限要素法により解く際には，応力積分の変数に注意する必要がある．

単調載荷過程では，積分変数をパラメータ t として後退 Euler 法で応力積分を実行する．すなわち，

$$\begin{aligned}&\int_{\Omega} C_{ijkl(t+\Delta t)}^{ep(m)}\mathrm{d}\varepsilon_{kl(t+\Delta t)}^{(m)}\delta\varepsilon_{ij}\mathrm{d}\Omega \\ &= \int_{\Omega} b_{i(t+\Delta t)}\delta u_i\mathrm{d}\Omega + \int_{\Gamma_p} p_{i(t+\Delta t)}\delta u_i\mathrm{d}\Gamma_p \\ &- \int_{\Omega}\sigma_{ij(t+\Delta t)}^{(m)}\delta\varepsilon_{ij}\mathrm{d}\Omega\end{aligned} \tag{14}$$

ここで，b_i，p_i は体積力，表面力であり，δu_i，$\delta\varepsilon_{ij}$ はそれぞれ仮想変位，仮想ひずみである．また，Ω は領域，Γ_p は表面力規定境界であり，部分境界 Γ_u では変位は $u_i = \overline{u}_{i(t+\Delta t)}$ で既知であるものとする．式 (14) 中の接線弾塑性係数 $C_{ijkl(t+\Delta t)}^{ep(m)}$ は，コンシステント接線係数で与える [15]．

一方，繰り返し載荷過程では，制御変数をサイクル数 N に定め，刻み幅 ΔN に設定して仮想仕事式を離散化した後，後退 Euler 法を用いて応力積分を実行する．その結果，次式を有限要素法で離散化して繰り返し解くこととなる．

$$\begin{aligned}&\int_{\Omega} C_{ijkl(N+\Delta N)}^{ep(m)}\mathrm{d}\varepsilon_{kl(N+\Delta N)}^{(m)}\delta\varepsilon_{ij}\mathrm{d}\Omega \\ &= \int_{\Omega} b_{i(N+\Delta N)}^{(cyc)}\delta u_i\mathrm{d}\Omega + \int_{\Gamma_p} p_{i(N+\Delta N)}^{(cyc)}\delta u_i\mathrm{d}\Gamma_p \\ &- \int_{\Omega}\sigma_{ij(N+\Delta N)}^{(m)}\delta\varepsilon_{ij}\mathrm{d}\Omega\end{aligned} \tag{15}$$

なお，$b_i^{(cyc)}$，$p_i^{(cyc)}$ はそれぞれ 1 回の載荷・除荷サイクルにおける体積力，表面力の最大値である．接線弾塑性係数 $C_{ijkl(N+\Delta N)}^{ep(m)}$ は，式 (14) と同様，コンシステント接線係数で与える．

(2) バラスト材の弾塑性挙動の空間的ばらつきのモデル化とモンテカルロシミュレーション

次に，バラスト材の弾塑性挙動の空間的ばらつきのモデル化と，当該の空間的ばらつきがバラスト道床沈下解析結果に及ぼす影響の定量評価手法について考える．本研究においてはバラスト材を弾塑性連続体でモデル化することを考慮すると，バラスト材の弾塑性挙動の空間的ばらつきは，道床沈下解析に用いる弾塑性構成モデルの材料物性値の空間的ばらつきの形で評価されることとなる．

今，単調載荷モデルにおける材料物性値を $\bar{\beta}_i$ $(i = 1,2,\ldots,\bar{n})$，繰り返し載荷モデルにおける材料物性値を $\tilde{\beta}_i$ $(i = 1,2,\ldots,\tilde{n})$ でそれぞれ表すものとし，各物性値の空間的ばらつきを次式の Karhunen-Loeve 展開で表現

するものとする．

$$\bar{\beta}_i = \bar{\beta}_i(\bar{\boldsymbol{\xi}}^{(i)}, \boldsymbol{x}) = \langle \bar{\beta}_i \rangle \left[1 + \sum_{k=1}^{\bar{N}_{KL}^{(i)}} \bar{\xi}_k^{(i)} \sqrt{\bar{\lambda}_k^{(i)}} \bar{\phi}_k^{(i)}(\boldsymbol{x}) \right], \quad (i = 1, 2, \ldots, \bar{n}) \tag{16}$$

$$\tilde{\beta}_i = \tilde{\beta}_i(\tilde{\boldsymbol{\xi}}^{(i)}, \boldsymbol{x}) = \langle \tilde{\beta}_i \rangle \left[1 + \sum_{k=1}^{\tilde{N}_{KL}^{(i)}} \tilde{\xi}_k^{(i)} \sqrt{\tilde{\lambda}_k^{(i)}} \tilde{\phi}_k^{(i)}(\boldsymbol{x}) \right], \quad (i = 1, 2, \ldots, \tilde{n}) \tag{17}$$

ここで，$\langle \bar{\beta}_i \rangle$，$\langle \tilde{\beta}_i \rangle$ はそれぞれ $\bar{\beta}_i$，$\tilde{\beta}_i$ の期待値である．$\bar{\xi}_k^{(i)}$，$\tilde{\xi}_k^{(i)}$ は確率変数であり，本研究では標準正規分布に従うものとする．$\bar{\lambda}_k^{(i)}$，$\bar{\phi}_k^{(i)}$ はそれぞれ単調載荷モデルの材料物性値の共分散関数 $\bar{C}^{(i)}$ の固有値と固有関数である．また，$\tilde{\lambda}_k^{(i)}$，$\tilde{\phi}_k^{(i)}$ はそれぞれ繰り返し載荷モデルの材料物性値の共分散関数 $\tilde{C}^{(i)}$ の固有値と固有関数である．本研究では，個々の材料物性値のばらつきの影響を評価することに主眼を置き，解析では材料物性値 $\bar{\beta}_i$，$\tilde{\beta}_i$ のうちの 1 種類のみに空間的ばらつきが存在するものとする．その結果，共分散関数 $\bar{C}^{(i)}$，$\tilde{C}^{(i)}$ は次式で与えられるものと仮定してモンテカルロシミュレーションを行なう．

$$\bar{C}^{(i)}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}) = \sigma_{\bar{\beta}_i}^2 \exp\left[-\frac{|y_1 - x_1|}{\bar{b}_1^{(i)}} - \frac{|y_2 - x_2|}{\bar{b}_2^{(i)}} \right], \tag{18}$$

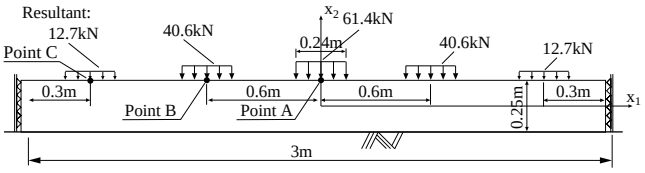
$$\tilde{C}^{(i)}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}) = \sigma_{\tilde{\beta}_i}^2 \exp\left[-\frac{|y_1 - x_1|}{\tilde{b}_1^{(i)}} - \frac{|y_2 - x_2|}{\tilde{b}_2^{(i)}} \right], \tag{19}$$

なお，$\boldsymbol{x}$，$\boldsymbol{y}$ はバラスト道床内部の点の位置ベクトルであり，$\sigma_{\bar{\beta}_i}$，$\sigma_{\tilde{\beta}_i}$ はそれぞれ材料物性値 $\bar{\beta}_i$，$\tilde{\beta}_i$ の標準偏差である．$\bar{b}_1^{(i)}$，$\tilde{b}_1^{(i)}$ は x_1 軸方向の相関長さ，$\bar{b}_2^{(i)}$，$\tilde{b}_2^{(i)}$ は x_2 軸方向の相関長さである．

モンテカルロシミュレーションでは，バラスト道床を有限要素法で離散化したのち，各要素の応力点における材料物性値を式 (16)，(17) を用いて与え，所定の組み合わせ数（モンテカルロシミュレーションでの解析パターン数 N_{mcs}）分だけ繰り返し弾塑性有限要素解析を行う．繰り返し弾塑性解析結果の統計的特性値（期待値･標準偏差）は，N_{mcs} 個の解析結果 $\boldsymbol{u}^{(m)}$ $(m = 1, 2, \ldots, N_{mcs})$ の積率を計算することで容易に評価できる．

4. 解析結果

本研究では，**図-1** の解析領域からなるバラスト道床の繰り返し変形挙動を解析の対象とする．解析領域は，まくらぎ間隔 0.6m として幅 0.24m のまくらぎ 5 本を配置する領域を設定し，各まくらぎ位置ではまくらぎ幅で等分布に作用する表面力を与えた．表面力の大きさは，



図–1 解析領域．

表–1 解析における材料物性値の期待値．

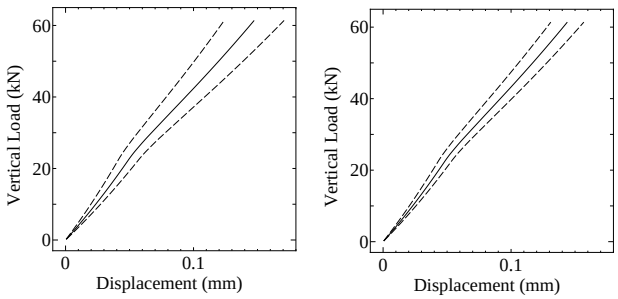
K_{ref}	110(MPa)	p_0	-50(kPa)
p_{ref}	-100(kPa)	h_0	0.7
n^e	0.35	h_m	1.85
ν	0.09	η^f	120
P_0	-60(kPa)	η^c	2000
H_0	1.0	α^f	5×10^{-3}
H_m	1.85	α^c	1×10^{-3}
ζ^f	80	γ^f	4.0
ζ^c	250	γ^c	3.0
D_0	0.2	d_0	-0.5
D_m	1.1	d_m	-0.5

領域中央のまくらぎ直上のレール位置に軌道の設計荷重 170kN の輪重が作用する場合を想定している．各まくらぎ位置での表面力の大きさは，十分に長い軌道区間を対象とした車輪・軌道系の鉛直載荷解析（線形解析）の結果から荷重分担率を求め，それを作用合力 170kN に乗じ，各まくらぎ位置で一様分布の条件を満たすように応力換算して設定している．その結果，領域中央でのまくらぎ位置に作用する表面力の合力は 61.4kN，中央まくらぎから離れるにつれて 40.6kN，12.7kN と低減させて与え，その結果，今回の解析における上載荷重の合計は 168kN となっている．領域左右端の部分境界では面外変位拘束，領域底部の部分境界では完全変位拘束の各境界条件を設定した．

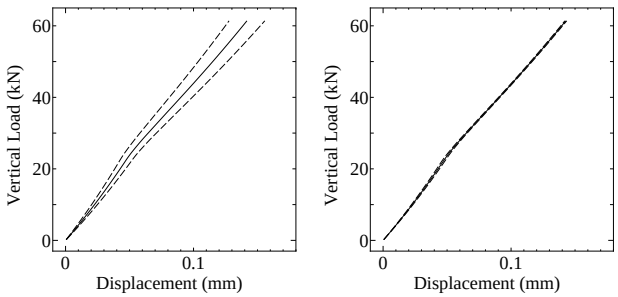
バラスト材の材料物性値の期待値は，文献 [15] に示された値に設定した．設定値は**表-1** に示す通りである．なお，各材料物性値の空間的ばらつきを考慮する場合，各物性値の変動係数は 20%，相関長さは $\bar{b}_1 = \bar{b}_2 = 1$(m)，$\tilde{b}_1 = \tilde{b}_2 = 1$(m) に設定することとした．

(1) 単調載荷モデルの材料物性値の空間的ばらつきの影響

まず，単調載荷モデルの材料物性値の空間的ばらつきが道床上面鉛直変位のばらつきに及ぼす影響について検討する．非線形性を有する亜弾性構成関係を規定する材料物性値 K_{ref}，p_{ref}，n^e，ν について，それぞれの物性値一種類のみが空間的ばらつきを有する場合に

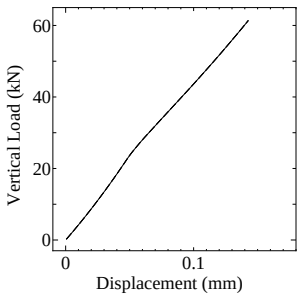


(a) K_{ref}.　(c) n^e.

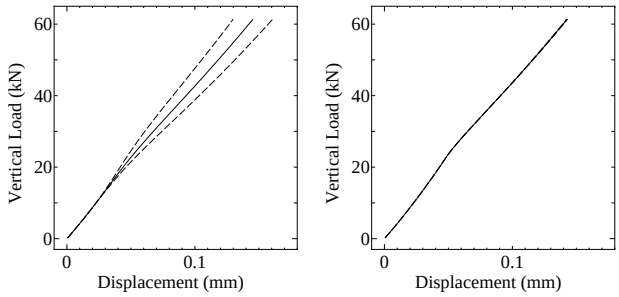


(b) p_{ref}.　(d) ν.

図–2 材料物性値 K_{ref}，p_{ref}，n^e，ν のいずれかの空間的ばらつきを考慮した場合における A 点での鉛直変位の期待値と標準偏差（単調載荷解析）.



(a) P_0.

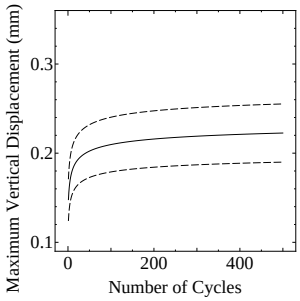


(b) H_0.　(c) H_m.

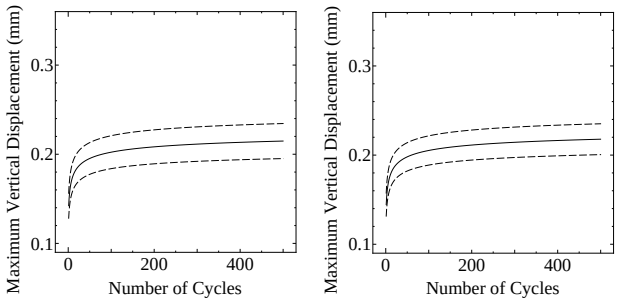
図–3 材料物性値 P_0，H_0，H_m のいずれかの空間的ばらつきを考慮した場合における A 点での鉛直変位の期待値と標準偏差（単調載荷解析）.

おける，解析領域中の一点 A での鉛直変位の期待値とその $\pm\sigma_u$（σ_u：A 点の鉛直変位の標準偏差）の範囲を図示した結果が**図-2** である．なお，図中の縦軸は A 点を含む範囲に作用している作用外力の合力を示しており，実線が期待値，破線が期待値 ± 標準偏差を表している．材料物性値の変動係数 20%相当分の空間的ばらつきに対して，K_{ref} を変動させた場合では解析によって得られた鉛直変位の変動もおおむね同程度（変動係数 20%程度）となることがわかる．また，p_{ref}，n^e の空間的ばらつきを考慮した場合では，解析結果の鉛直変位に対して変動係数 10%強のばらつきが伝播することがわかった．解析により得られた鉛直変位結果へのばらつきの伝播傾向は，これら 3 種類の材料物性値ともに塑性挙動が発現した段階でも発現しており，このことは道床沈下量の定量評価においてバラスト層の弾性挙動の空間的ばらつきを考慮することの必要性を裏付けるものである．なお，Poisson 比 ν の空間的ばらつきが鉛直変位解析結果に及ぼす影響は，非常に小さいことがわかる．

次に，単調載荷モデルの塑性挙動を制御するための材料物性値 P_0，H_0，H_m のいずれかが空間的ばらつきを有する場合における，解析領域中の一点 A での鉛直変位の期待値とその $\pm\sigma_u$ の範囲を**図-3** に示す．3 種類の材料物性値のうち，体積収縮の初期強度を制御する P_0 と摩擦すべりの終局強度を制御する H_m の空間的ばらつきの影響は非常に小さい．一方，摩擦すべりの初期強度を制御する H_0 は鉛直変位の解析結果において塑性変形の影響が発現し始める段階から物性値のばらつきの影響が発現し始め，鉛直変位解へのばらつきの伝播によって期待値の 1 割程度の標準偏差が生じていることがわかる．なお，文献 [19] では，繰り返し三軸試験を模擬したバラスト材の応力解析における材料物性値のばらつきの影響を検討しており，当該解析では主応力比を大きく設定した解析条件を設定していることもあって，終局強度を制御する H_m のばらつきが応力解析結果に及ぼす影響が比較大きくなったことが指摘されている．しかし，今回の解析条件を考えると，バラスト道床の領域形状と荷重作用を模擬した場合では，塑性変形が領域全体に平均して発生することは考えにくく，ある程度局所的に発現しそれ以外の部分では弾性挙動が卓越することが予想される．また，ひずみ集中箇所において摩擦すべりによる塑性変形が発生し，さらにひずみ硬化により終局強度に到達したバラスト領域が生じたとしても，その領域の広がりは限定的であると考えるのが妥当である．以上の背景から，バラスト上面まくらぎ位置での鉛直変位に着目すると，特に接線体積弾性係数や接線せん断弾性係数の値を直接制御する材料物性値 K_{ref}，p_{ref}，n^e と，摩擦すべりの初期強度を制御する H_0 の空間的ばらつきの影響が他の物性値に比べて顕著となったものと推察される．

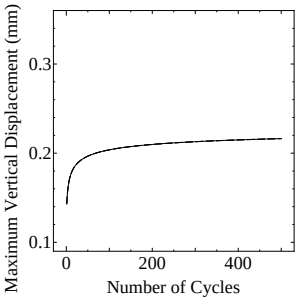


(a) K_{ref}.

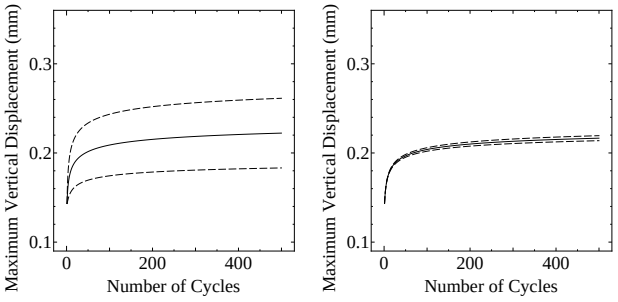


(b) p_{ref}. (c) n^e.

図–4 材料物性値 K_{ref}，p_{ref}，n^e のいずれかの空間的ばらつきを考慮した場合における A 点での最大鉛直変位の期待値・標準偏差と繰り返しサイクル数の関係（繰り返し載荷解析）.



(a) p_0.



(b) h_0. (c) h_m.

図–5 材料物性値 p_0，h_0，h_m のいずれかの空間的ばらつきを考慮した場合における A 点での最大鉛直変位の期待値・標準偏差と繰り返しサイクル数の関係（繰り返し載荷解析）.

(2) 繰り返し載荷モデルの材料物性値の空間的ばらつきの影響

繰り返し載荷モデルにおける材料物性値の空間的ばらつきが道床上面鉛直変位のばらつきに及ぼす影響について検討する．弾性に関する材料物性値 K_{ref}，p_{ref}，n^e のいずれかに空間的ばらつきが存在する場合におけるバラスト上面位置（**図-1** 中の A 点）での最大鉛直変位と負荷サイクル数との関係を**図-4** に示す．繰り返し載荷過程では，解析条件として与える荷重の最大値が一定の下，弾性応答では最大鉛直変位は変化することはなく，鉛直変位の最大値の標準偏差も変化しない．そのため，負荷サイクル数の進展に伴う最大鉛直変位の変化は塑性変形（不可逆変形）に起因するものである．**図-4** では，単調載荷過程から繰り返し載荷過程の解析計算に移行する段階（負荷第 1 サイクル）で認められる鉛直変位の標準偏差は，その後繰り返し載荷過程におけるサイクル数が進展しても，概ね同程度の値で推移していることが確認できる．

次に，塑性挙動を制御する材料物性値 p_0，h_0，h_m のいずれかに空間的ばらつきが混入する場合における，A 点での最大鉛直変位の期待値・標準偏差と負荷サイクル数の関係を**図-5** に示す．単調載荷過程の場合と同様，当該の問題設定では摩擦すべりに関係する塑性変形がバラスト領域内で局在化することが予想されるため，塑性変形を制御する 3 種類の材料物性値では，h_0 の空間的ばらつきの影響が最も顕著である．繰り返し載荷過程における塑性変形の進展に伴い，最大鉛直変位の標準偏差も徐々に拡大していることが**図-5**(a) からも見て取れる．また，バラスト材では摩擦すべりに関するひずみ硬化が急速に進展する挙動を示すことから，摩擦すべりの終局強度を制御する h_m の空間的ばらつきの影響が，負荷サイクルの進展に伴って徐々に増大することがわかる．なお，単調載荷過程と同様，体積収縮に関する初期強度を制御する材料物性値 p_0 の空間的ばらつきの影響はほとんどないことがわかった．

5. おわりに

本研究では，バラスト道床の繰り返し弾塑性挙動を cyclic densification モデルを用いた弾塑性連続体でモデル化した場合を対象に，バラスト材の弾塑性挙動の空間的ばらつきがバラスト道床部の繰り返し弾塑性解析結果に及ぼす影響について，モンテカルロシミュレーションによって評価・検討した．バラスト材の弾塑性挙動の空間的ばらつきは，構成モデルの材料物性値の空間的ばらつきとして考慮され，本研究では Karhunen-Loeve 展開により材料物性値の空間的ばらつきをモデル化することとした．

バラスト軌道を模擬した境界条件の下で 2 次元道床

沈下解析を行ったところ，単調載荷過程・繰り返し載荷過程ともに，弾性挙動を制御する材料物性値のうち，K_{ref}，p_{ref}，n^e の空間的ばらつきは，解析によって得られたバラスト上面鉛直変位のばらつきとして伝播し，出力である鉛直変位の変動係数は入力である材料物性値の変動係数と同程度であることが分かった．なお，繰り返し載荷過程では，一定の作用外力の最大値の下での弾性応答では最大変位が変化しないことから，標準偏差についても単調載荷解析から繰り返し載荷過程への移行段階で評価された値から大きく変化しないことが分かった．

一方，塑性挙動を制御する材料物性値のうち，摩擦すべりに関する初期強度を制御する H_0（単調載荷過程）と h_0（繰り返し載荷過程）は，その空間的ばらつきが解析結果であるバラスト上面鉛直変位に及ぼす影響が比較的大きく，特に h_0 については繰り返し載荷過程における最大鉛直変位の漸増とともにその標準偏差も漸増する．また，摩擦すべりの終局強度を制御する h_m の空間的ばらつきの影響も徐々に拡大する挙動を示す．そのため，高サイクル負荷時における道床沈下解析結果を取り扱う際には，数値解への不確実性の伝播および増幅に対して注意する必要があることが分かった．なお，本研究の解析（数値実験）における材料物性値の空間的ばらつきの影響の大小の傾向は，バラスト道床の繰り返し変形解析の条件（作用外力，バラスト層厚，バラスト道床の解析区間長など）に起因した繰り返し変形解析の数値解の空間分布によるところが大きい．当該の問題設定では，塑性変形では摩擦すべりが支配的であり，かつ塑性変形がバラスト領域内で局在し，載荷位置から距離を隔てると弾性挙動が卓越することが予想される．そのため，バラスト上面での鉛直変位への影響だけを評価する限りにおいては，バラスト道床沈下シミュレーションでは弾性挙動および摩擦すべりに関連する破壊強度に関連する材料物性値の（空間的）ばらつきの影響を定量評価することは，当該シミュレーションの信頼性を担保する上で非常に重要であると結論付けることができる．

謝辞

本研究は JSPS 科研費 15K06177 の助成を受けたものです．

参考文献

1) 国土交通省鉄道局監修，鉄道総合技術研究所編：平成 24 年 1 月 鉄道構造物等設計標準・同解説 軌道構造，丸善出版，2012.
2) 石川達也，須長　誠，董　軍，名村　明：大型繰返し三軸試験による道床バラストの変形特性の検討．土木学会論文集，No.575/III-40, pp.169-178, 1997.
3) Suiker,A.S.J., Selig,E.T., Frenkel,R.： Static and Cyclic Triaxial Testing of Ballast and Subballast， *J. Geotech. Geoenviron. Engng*，Vol131，No6，pp.771-782，2005.
4) Indraratna, B., Ionescu, D., Christie, H.D.： Shear beahvior of railway ballast based on large-scale triaxial tests. *J. Geotech. Geoenviron. Engrg. ASCE*, Vol.124, No.5, pp.439-449, 1998.
5) 石川達也，名村明：実物大試験による道床バラスト部繰り返し変形特性の検討．土木学会論文集，No.512/IV-27，pp.47-59，1995.
6) 河野昭子，松島亘志：繰返し衝撃荷重下の砕石層の動的挙動と沈下特性に関する実験的検討，土木学会論文集 A1（構造・地震工学），Vol.68, No.1, pp.173-190, 2012.
7) Saussine, G., Cholet, C., Gautier, P.E., Dubois, F., Bohatier, C., Moreau, J.J.: Modelling ballast behaviour under dynamic loading. Part 1: A 2D polygonal discrete element method approach. *Comput. Meth. Appl. Mech. Engrg.*, Vol.195, pp.2841-2859, 2006.
8) 相川　明，浦川文寛：三次元個別要素法によるバラスト軌道の動的応答解析，鉄道総研報告，Vol.23, No.2, pp.11-16, 2009.
9) 石川達也，大西有三，堀池高広：不連続変形法 (DDA) による道床バラスト部繰り返し塑性変形機構の検討．土木学会論文集，No.645/III-50，pp.15-28，2000.
10) Hashiguchi, K., Chen, Z.-P.: Elastoplastic constitutive equation of soils with the subloading surface and the rotational hardening. *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.*, Vol.22, pp.197-227, 1998.
11) 紅露一寛，阿部和久： 有道床バラスト軌道を対象とした繰り返し鉛直・水平載荷試験の弾塑性有限要素解析．第 17 回鉄道技術連合シンポジウム (J-RAIL) 講演論文集，pp.565-568, 2010.
12) 紅露一寛，間島朋也，阿部和久：下負荷面モデルを用いたバラスト道床繰り返し変形解析における材料パラメータの変動の影響評価．土木学会鉄道工学シンポジウム論文集，Vol.16，pp.21-28，2012.
13) 大窪和輝，紅露一寛，阿部和久：時間域均質化法を援用した拡張下負荷面モデルを用いた繰り返し弾塑性解析．計算数理工学論文集，Vol.13， pp.67-72，2013.
14) 紅露一寛，大窪和輝，阿部和久：バラスト道床沈下解析のための拡張下負荷面モデルに基づく繰り返し弾塑性･時間域均質化有限要素解析法，計算数理工学論文集，Vol.14，pp.37-42，2014.
15) Suiker, A.S.J. & de Borst, R.： A numerical model for the cyclic deterioration of railway tracks. *Int. J. Number. Meth. Engrg*, Vol.57，pp.441-470，2003.
16) 佐藤江美，紅露一寛，阿部和久：Cyclic densification モデルを用いた有限要素法に基づくバラスト道床沈下解析法の適用可能性に関する検討，土木学会鉄道工学シンポジウム論文集，Vol.17, pp.143-150, 2013.
17) 相田真人，紅露一寛，阿部和久：まくらぎの浮きを考慮した軌道振動・道床沈下連成解析．土木学会鉄道工学シンポジウム論文集，Vol.19， pp.127-134，2015.
18) 紅露一寛，阿部和久：レール継目を有するバラスト軌道を対象とした軌道振動・道床沈下連成解析．第 24 回鉄道技術・政策連合シンポジウム（J-RAIL2017）講演論文集, CD-ROM, S2-14-6, 2017.
19) 紅露一寛，林　栞菜，阿部和久：Cyclic densification モデルを用いた道床沈下解析における材料パラメータの変動の影響評価．土木学会鉄道工学シンポジウム論文集, Vol.20, pp.177-184, 2016.
20) 紅露一寛，井口建斗，阿部和久：Cyclic densification モデルに基づくバラスト道床沈下解析におけるバラスト材の Young 率の空間変動の影響．計算数理工学論文集, Vol.16, pp.7-12, 2016.

(2018.4.6 受付)

INFLUENCE OF SPATIAL VARIATION OF ELASTOPLASTIC BEHAVIOR OF BALLAST MATERIAL ON SIMULATED BALLAST SETTLEMENT

Kazuhiro KORO, Kento IGUCHI and Kazuhisa ABE

In the railway ballast settlement analysis with the cyclic densification model, the influence of spatial variation of the elastoplastic behavior on the simulation results is investigated through numerical tests. The spatial variation of elastoplastic behavior of railway ballast is considered as the spatial variation of the material parameters of the cyclic densification model. The large variation of the ballast settlement results from the spatial variation of the material parameters on elastic behavior K_{ref}, p_{ref} and n^e and the parameters on the initial strength of flictional sliding H_0 and h_0. In particular, the spatial variation on h_0 increases the uncertainty of the simulated results in progression of the number of loading cycles. This is because the finite element solution illustrates the localized deformation on frictional sliding of the ballast material.