プレストレスが導入された CFRP 板接着鋼部材のはく離曲げモーメント

Debonding bending moment of pre-stressed CFRP bonded steel members

石川敏之*
Toshiyuki Ishikawa

*博士(工), 名古屋大学助教, 環境学研究科（〒464-8603 名古屋市千種区不老町）

Recently, actual steel members have been repaired by bonding CFRP strips. However, in the current repair method, the CFRP strips, despite their excellent mechanical properties, were not optimally utilized. It is because the stress induced in CFRP strips by live load is relatively small. In order to distribute the stress induced in steel members by dead load to CFRP strips, pre-stress inducing method is effective. However, bending moment when CFRP strips peel off from steel members at the ends of CFRP strips becomes small by inducing the pre-stress. In this study, debonding behavior of pre-stressed CFRP bonded steel members under bending condition is theoretically analysed, and the debonding bending moment of CFRP strips is given.

Key Words: CFRP strip, pre-stress, steel member, debonding bending moment
キーワード : CFRP 板，プレストレス，鋼部材，はく離曲げモーメント

1. はじめに

現在, 炭素繊維強化樹脂板(CFRP 板)接着による鋼構造物の補修・補強が適用され始めている [1)~5)]. CFRP 板は, 鋼やコンクリートと比べて非常に軽いため，現場での作業性が良い．さらに接着作業では，鋼部材に特別な加工を必要としない等の利点があるため，数多くの研究が行われている [6)~12)].

既設の鋼部材が，CFRP 板接着によって補修・補強された場合，CFRP 板は，補修・補強後の外力に対して荷重を分担する．しかし，CFRP 板の強度は，鋼と比べて高いため，CFRP 板を接着するだけの補修・補強では，CFRP 板の性能が十分に活かされていない．これに対して，プレストレスされた CFRP 板接着鋼部材では，鋼部材の死荷重の一部を CFRP 板が負担することができる．これまでに, CFRP 板を予め緊張(プレテンション)して鋼桁に接着する補強が行われている [4)]．この補強では，CFRP 板の中央および端部に定着体が用いられている．松村らも，鋼部材に予め負曲げモーメントを与え，その状態で炭素繊維シート(CF シート)を積層接着し，接着剤が硬化した後，鋼桁に導入されていた負曲げモーメントを開放して, CF シートにプレストレスを導入する方法ならびに CFRP 板の定着構造を提案している [9)].

CFRP 板を接着する補修・補強が適用される理由の一つとして，鋼部材にボルト孔を設ける，あるいは新たに部材を溶接するなどの特別な加工が不要であることが挙げられる．したがって，プレストレスが導入されていない CFRP 板接着補修・補強の事例 [1)~3), 5)]では，CFRP 板の付着端に定着体が設けられてない．しかし，CFRP 板の付着端に定着体が設けられない場合，プレストレスが導入された CFRP 板接着鋼部材では，プレストレスの導入量に応じて，CFRP 板の付着端の接着剤にせん断応力や垂直応力が導入されるため，プレストレスが導入されていない場合と比べて，CFRP 板がはく離するときの作用曲げモーメントが小さくなる．

これまでに，引張力を受ける場合に対して，野阪らはプレストレスが導入された CFRP 板接着鋼板の引張試験を行い，プレストレスが導入されることにより，CFRP 板のはく離荷重が低下する事を明らかにしている [11)]．著者も，引張力を受けるプレストレスが導入された CFRP 板接着鋼板の理論解析を行い，CFRP 板のプレテンションの導入量に対する CFRP 板のはく離荷重の低減度合いを明らかにしている [12)].

本研究では，定着体が設けられていないプレストレスが導入された CFRP 板接着鋼部材から，CFRP 板のはく離を防止するための基礎的な研究として，曲げモーメントを受けるプレストレスが導入された CFRP 板接着鋼部材の理論解析を行い，CFRP 板のプレテンションの導入

量と CFRP 板がはく離するときの作用曲げモーメントの関係を明らかにする.

2. 曲げモーメントを受けるプレストレスが導入された CFRP 板接着鋼部材に対する基礎微分方程式とその解

2.1 接着剤に生じるせん断応力

図－1 に示すようにプレテンションされた CFRP 板を鋼部材に接着し，接着剤が硬化した後に CFRP 板のプレテンションを開放して，鋼部材にプレストレスを導入する．鋼部材にプレストレスが導入された後，CFRP 板接着鋼部材に図－2 に示すような等曲げモーメント M ($M \geq 0$)が作用する場合を考える.

接着剤に生じるせん断応力 τ を次式で仮定する.

$$\tau = G_e \frac{u_{cu} - u_{sl}}{h} \tag{1}$$

ここに,

G_e ：接着剤のせん断弾性係数,
u_{cu} ：CFRP 板上面の水平変位,
u_{sl} ：鋼部材下面の水平変位,
h ：接着剤の厚さ.

鋼部材下面に生じる水平変位 u_{sl} とひずみ ε_{sl} の関係は次式で与えられる.

$$\frac{du_{sl}}{dx} = \varepsilon_{sl} = \frac{N_s}{E_s A_s} + \frac{M_s}{E_s I_s} d_s \tag{2}$$

ここに,

N_s, M_s ：鋼部材に生じる軸力と曲げモーメント,
E_s ：鋼のヤング率,
A_s, I_s ：鋼部材の断面積と断面 2 次モーメント,
d_s ：鋼部材の図心から鋼部材下面までの距離,
x ：CFRP 板の付着中央からの距離.

CFRP 板上面に生じる水平変位 u_{cu} とひずみ ε_{cu} の関係は次式で与えられる.

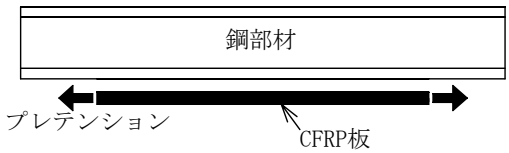
$$\frac{du_{cu}}{dx} = \varepsilon_{cu} = \frac{N_c}{E_c A_c} - \frac{M_c}{E_c I_c} d_c - \varepsilon_{pre} \tag{3}$$

ここに,

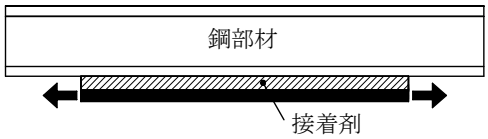
N_c, M_c ：CFRP 板に生じる軸力と曲げモーメント,
E_c ：CFRP 板のヤング率,
A_c, I_c ：CFRP 板の断面積と断面 2 次モーメント,
d_c ：CFRP 板の図心から CFRP 板上面までの距離,
ε_{pre} ：CFRP 板に導入されたプレテンションひずみ($\varepsilon_{pre} \geq 0$).

一方，図－3 に示されるように，鋼部材と CFRP 板が断面力を担い，接着剤にはせん断応力と垂直応力が生じると仮定して，鋼部材の微小区間の水平方向の力のつり合いから次式を得る.

$$\frac{dN_s}{dx} = -b\tau \tag{4}$$



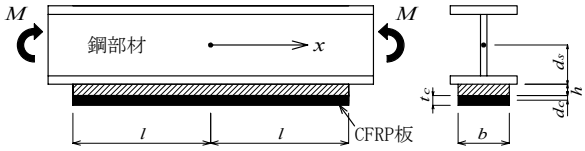
(a) CFRP 板にプレテンションを導入



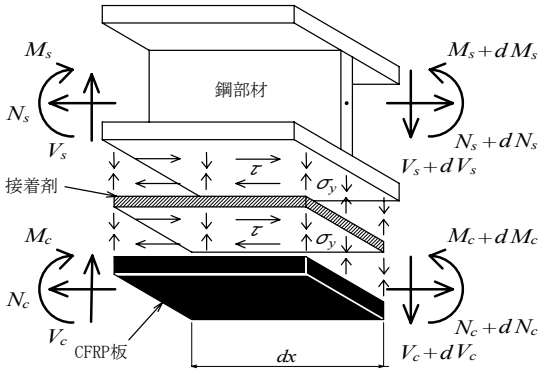
(b) プレテンションされた CFRP 板を鋼部材に接着

(c) CFRP 板のプレテンションの解放

図－1 CFRP 板のプレテンションの解放による鋼部材へのプレストレスの導入



図－2 CFRP 板接着鋼部材の側面と断面



図－3 CFRP 板接着鋼部材の微小区間の断面力のつり合い

ここに,

b ：CFRP 板の幅.

鋼部材に生じる軸力 N_s および曲げモーメント M_s は，CFRP 板に生じる軸力 N_c および曲げモーメント M_c とそれぞれ次式の関係にある.

$$N_s + N_c = 0 \tag{5}$$

$$M = M_s + M_c - N_s a \tag{6}$$

ここに,

a ：鋼部材と CFRP 板の図心間の距離.

式(1)を x で微分し，さらに式(2)～(6)を用いて式を整理することにより鋼部材の軸力 N_s に関する 2 階の微分方

程式が導出される．

$$\frac{d^2N_s}{dx^2}-c^2N_s=c^2\frac{K}{a}\left(M+\frac{Z_1}{a}E_sI_s\varepsilon_{pre}\right) \quad (7)$$

ここに，

$$c=\sqrt{\frac{bG_e}{h}\cdot\frac{a^2}{E_sI_s}\cdot\frac{1}{KZ_1}} \quad (8)$$

$$K=\frac{1}{1+Z_1Z_2r_s{}^2/a^2} \quad (9)$$

$$Z_1=1+I_c/(nI_s) \quad (10)$$

$$Z_2=1+nA_s/A_c \quad (11)$$

$$r_s=\sqrt{I_s/A_s} \quad (12)$$

$$a=d_s+d_c \quad (13)$$

$$n=E_s/E_c \quad (14)$$

次節では，鋼部材と CFRP 板の曲率が異なることを利用して，鋼部材に生じるせん断力V_sを導出している．しかし，d_cがd_sと比べて非常に小さいため，式(3)の CFRP 板の曲げモーメントM_cによって CFRP 板上面に生じるひずみ成分が，式(2)の鋼部材の曲げモーメントM_sによって鋼部材下面に生じるひずみ成分より非常に小さくなるので，鋼部材と CFRP 板の曲率が等しいという条件を与えて，N_sの微分方程式の導出を容易にしている．さらに，接着剤の厚さhも，d_sと比べて非常に小さいので無視し，aを式(13)で与えている．

プレストレスが導入された CFRP 板接着鋼部材に，図－2 に示す等曲げモーメントMが作用する条件，すなわち CFRP 板の付着中央($x=0$)において鋼部材の軸力が連続($dN_s/dx=0$)する条件および CFRP 板の付着端($x=l$)において鋼部材に生じる軸力N_sが 0 になる条件に対して，鋼部材の軸力N_sが次式で与えられる．

$$N_s=\frac{K}{a}\left(M+\frac{Z_1}{a}E_sI_s\varepsilon_{pre}\right)\left\{\frac{\cosh(cx)}{\cosh(cl)}-1\right\} \quad (15)$$

ここに，

l　　：CFRP 板の付着半長さ．

接着剤に生じるせん断応力は，式(4)に式(15)を代入して次式で与えられる．

$$\tau=-\frac{cK}{ab}\left(M+\frac{Z_1}{a}E_sI_s\varepsilon_{pre}\right)\frac{\sinh(cx)}{\cosh(cl)} \quad (16)$$

2.2　接着剤に生じる垂直応力

接着剤に生じる垂直応力σ_yを次式で仮定する．

$$\sigma_y=E_e\frac{v_c-v_s}{h} \quad (17)$$

ここに，

E_e　　：接着剤のヤング率，

v_c　　：CFRP 板の鉛直たわみ，

v_s　　：鋼部材の鉛直たわみ．

鋼部材の鉛直たわみv_sと曲げモーメントM_sの関係および CFRP 板の鉛直たわみv_cと曲げモーメントM_cの関係はそれぞれ次式で与えられる．

$$\frac{d^2v_s}{dx^2}=-\frac{M_s}{E_sI_s} \quad (18)$$

$$\frac{d^2v_c}{dx^2}=-\frac{M_c}{E_cI_c} \quad (19)$$

図－3 に示される鋼部材の微小区間の鉛直方向の力のつり合いおよび曲げモーメントの力のつり合いから，それぞれ次式を得る．

$$\frac{dV_s}{dx}=-b\sigma_y \quad (20)$$

$$\frac{dM_s}{dx}=V_s-b\tau d_s \quad (21)$$

ここに，

V_s　　：鋼部材に生じるせん断力．

鋼部材に生じるせん断力V_sは，CFRP 板に生じるせん断力V_cと次式の関係にある．

$$V_s+V_c=Q \quad (22)$$

ここに，

V_c　　：CFRP 板に生じるせん断力，

Q　　：CFRP 板接着鋼部材に生じるせん断力．

式(17)をxで 2 階微分し，さらに式(6)，(18)～(22)を代入し，整理して鋼部材のせん断力V_sに関する 4 階の微分方程式が導出される．

$$\frac{d^4V_s}{dx^4}+4\omega^4V_s=\frac{4\omega^4}{Z_1}\left(Q+J\frac{dN_s}{dx}\right) \quad (23)$$

ここに，

$$\omega=\sqrt[4]{\frac{bE_e}{4h}\cdot\frac{Z_1}{E_cI_c}} \quad (24)$$

$$J=\{d_c-(Z_1-1)d_s\} \quad (25)$$

図－2 に示すように，等曲げモーメントMが作用する条件($Q=0$)，すなわち CFRP 板の付着端($x=l$)において，鋼部材に生じるせん断力V_sと曲げモーメントM_sがそれぞれ 0 とMになる条件に対して，鋼部材のせん断力V_sが次式で与えられる．

$$V_s=A_1\cosh(\omega x)\sin(\omega x)+A_2\sinh(\omega x)\cos(\omega x)+\frac{4}{4+(c/\omega)^4}\cdot\frac{cJK}{aZ_1}\left(M+\frac{Z_1}{a}E_sI_s\varepsilon_{pre}\right)\frac{\sinh(cx)}{\cosh(cl)} \quad (26)$$

ここに，

$$A_1=-\frac{2}{4+(c/\omega)^4}\cdot\frac{cJK}{aZ_1C_1(\omega l)}\left(M+\frac{Z_1}{a}E_sI_s\varepsilon_{pre}\right)\left[\left(\frac{c}{\omega}\right)^3+2\left\{\tan(\omega l)+\frac{1}{\tanh(\omega l)}\right\}\tanh(cl)\right]-\frac{M}{C_1(\omega l)}\frac{2\omega}{Z_1}(Z_1-1) \quad (27)$$

$$A_2=\frac{2}{4+(c/\omega)^4}\cdot\frac{cJK}{aZ_1C_2(\omega l)}\left(M+\frac{Z_1}{a}E_sI_s\varepsilon_{pre}\right)\left[\left(\frac{c}{\omega}\right)^3+2\left\{\tanh(\omega l)-\frac{1}{\tan(\omega l)}\right\}\tanh(cl)\right]+\frac{M}{C_2(\omega l)}\frac{2\omega}{Z_1}(Z_1-1) \quad (28)$$

$$C_1(\omega l)=\frac{\cosh(\omega l)}{\cos(\omega l)}+\frac{\sin(\omega l)}{\sinh(\omega l)} \tag{29}$$

$$C_2(\omega l)=\frac{\cos(\omega l)}{\cosh(\omega l)}+\frac{\sinh(\omega l)}{\sin(\omega l)} \tag{30}$$

接着剤に生じる垂直応力σ_yは，式(20)に式(26)を代入して次式で与えられる．

$$\sigma_y=-\frac{1}{b}\Bigg[\omega A_1\{\sinh(\omega x)\sin(\omega x)+\cosh(\omega x)\cos(\omega x)\}$$
$$+\omega A_2\{\cosh(\omega x)\cos(\omega x)-\sinh(\omega x)\sin(\omega x)\}$$
$$+\frac{4}{4+(c/\omega)^4}\cdot\frac{c^2JK}{aZ_1}\left(M+\frac{Z_1}{a}E_sI_s\varepsilon_{pre}\right)\frac{\cosh(cx)}{\cosh(cl)}\Bigg] \tag{31}$$

2.3　鋼部材および CFRP 板に生じる応力

鋼部材に生じる曲げモーメントM_sは，式(17)をxで2階微分し，式(6)，(18)～(20)を代入し整理して次式で与えられる．

$$M_s=\frac{1}{Z_1}(M+N_sa)-\frac{1}{4\omega^4}\cdot\frac{d^3V_s}{dx^3} \tag{32}$$

式(15)と(32)で与えられるN_sとM_sを用いて，鋼部材に生じる応力σ_sが次式で与えられる．

$$\sigma_s=\frac{N_s}{A_s}+\frac{M_s}{I_s}y_s \tag{33}$$

ここに，

y_s　　：鋼部材の図心からの距離(鉛直下向きを正とする)．

さらに，CFRP 板に生じる応力は，次式で与えられる．

$$\sigma_c=\frac{N_c}{A_c}+\frac{M_c}{I_c}y_c=\frac{-N_s}{A_c}+\frac{M-M_s+N_sa}{I_c}y_c \tag{34}$$

y_c　　：CFRP 板の図心からの距離(鉛直下向きを正とする)．

3.　プレストレスが導入された CFRP 板接着鋼部材に生じる応力と接着剤に生じるせん断応力および垂直応力

3.1　鋼部材に生じる応力

文献 6)の鋼部材の寸法を参考にし，表－1 の条件に対して，式(33)から与えられる，プレテンションが導入された CFRP 板を鋼部材に接着し，接着剤が硬化した後，プレテンションを開放することによって，鋼部材上下面に生じる応力分布を図－4 に示す．この図から分かるように，CFRP 板に導入されていたプレテンションが解放されることによって，鋼部材の上下面には，それぞれ引張および圧縮の応力が生じる．それらの応力は，CFRP 板の付着中央($x=0$)に近づくに従って，それぞれある一定の値に収束している．

式(33)から分かるように，鋼部材に生じる応力σ_sの変化は，鋼部材に生じる軸力N_sおよび曲げモーメントM_sの変化に支配される．CFRP 板の付着中央($x=0$)の鋼部材に生じるN_sとM_sはそれぞれ次式で与えられる．

表－1　例として用いる鋼部材，CFRP 板および接着剤の寸法と材料定数

(a)　鋼部材

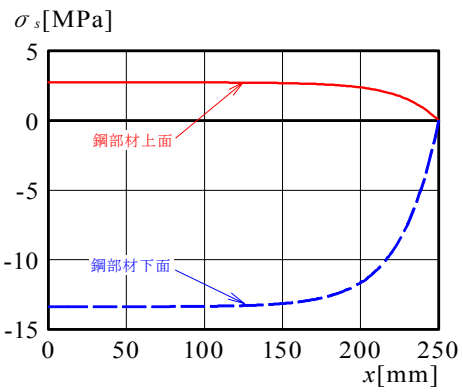
上下フランジ　幅×板厚 [mm]	200×8.0
ウェブ　高さ×板厚 [mm]	186×5.5
ヤング率E_s [GPa]	200

(b) CFRP 板

幅b ×板厚t_c [mm]	100×4
ヤング係数E_c [GPa]	300
プレテンションひずみε_{pre} [μ]	300
付着半長さl [mm]	250

(c) 接着剤

厚さh [mm]	0.5
ヤング率E_e [GPa]	2.0
せん断弾性係数G_e [GPa]	0.74



図－4　プレテンションの開放によって鋼部材上下面に生じる応力

$$N_s=\frac{K}{a}\left(M+\frac{Z_1}{a}E_sI_s\varepsilon_{pre}\right)\left\{\frac{1}{\cosh(cl)}-1\right\} \tag{35}$$

$$M_s=\frac{1}{Z_1}\left[M+K\left(M+\frac{Z_1}{a}E_sI_s\varepsilon_{pre}\right)\left\{\frac{1}{\cosh(cl)}-1\right\}\right]$$
$$-\frac{1}{2\omega}\left[A_1-A_2+\frac{2}{4+(c/\omega)^4}\cdot\frac{cJK}{aZ_1}\left(\frac{c}{\omega}\right)^3\right. \tag{36}$$
$$\left.\times\left(M+\frac{Z_1}{a}E_sI_s\varepsilon_{pre}\right)\frac{1}{\cosh(cl)}\right]$$

CFRP 板の付着半長さlが長くなると，式(35)，(36)はそれぞれ次式に収束する．

$$N_s=-\frac{K}{a}\left(M+\frac{Z_1}{a}E_sI_s\varepsilon_{pre}\right) \tag{37}$$

$$M_s = \frac{1}{Z_1}\left\{M - K\left(M + \frac{Z_1}{a}E_s I_s \varepsilon_{pre}\right)\right\} \tag{38}$$

したがって，CFRP 板が接着された鋼部材に生じる応力σ_sは，式(33)へ式(37)，(38)を代入して導出される次式の値に収束する．

$$\sigma_s = -\left(\frac{K}{aA_s} - \frac{1-K}{Z_1 I_s}y_s\right)M - \left(\frac{1}{aA_s} + \frac{1}{Z_1 I_s}y_s\right)\frac{KZ_1}{a}E_s I_s \varepsilon_{pre} \tag{39}$$

さらに，この式を変形して次式を得る．

$$\sigma_s = \frac{M}{I_v}y_v - \left(\frac{M_{pre}}{I_v}y_v + \frac{P_{pre}}{A_v}\right) \tag{40}$$

ここに，

$$M_{pre} = P_{pre}a_c \tag{41}$$

$$P_{pre} = \frac{E_s A_c}{n}\varepsilon_{pre} \tag{42}$$

$$y_v = y_s - a_s = y_c + a_c \tag{43}$$

A_v，I_v　：それぞれ，CFRP 板と鋼部材の合成部材の断面積と断面 2 次モーメント，

y_v　：CFRP 板と鋼部材の合成部材の図心からの距離 (鉛直下向きを正とする)，

a_s，a_c　：それぞれ，CFRP 板と鋼部材の合成部材の図心から鋼部材の図心あるいは CFRP 板の図心までの距離．

鋼部材に生じる軸力N_sと曲げモーメントM_sがそれぞれ式(37)と(38)に収束する程度，すなわち式(35)のN_sおよび式(36)のM_sをそれぞれ式(37)のN_sおよび式(38)のM_sで除した値をη_Nおよびη_Mとする．CFRP 板に導入されていたプレテンションが解放されることによって鋼部材に生じるN_sとM_sに対して，η_Nと CFRP 板の付着半長さlに関する無次元パラメータclの関係およびη_Mとclの関係を図－5 に示す．この図では，表－1 の条件が用いられている．この図から分かるように，η_Nおよびη_Mはほぼ重なっており，clの値が大きくなる，すなわち CFRP 板の付着半長さlが長くなると共に 1 に近づく．

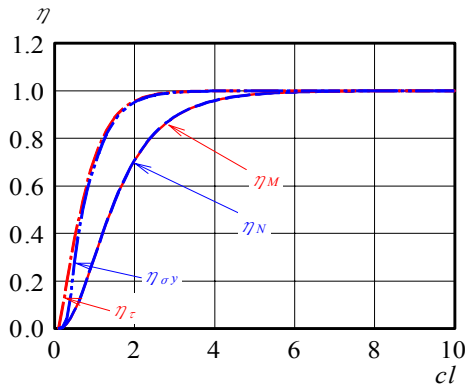
η_Nとclの関係は式(35)を式(37)で除して次式で与えられる．

$$\eta_N = 1 - \frac{1}{\cosh(cl)} \tag{44}$$

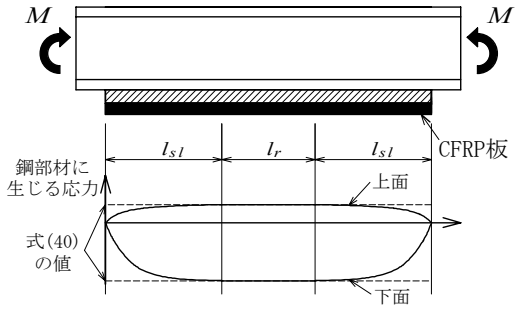
さらに，この式を CFRP 板の付着半長さlに対して解いて次式を得る．

$$l_{sl} = \frac{1}{c}\cosh^{-1}\left(\frac{1}{1-\eta_N}\right) \tag{45}$$

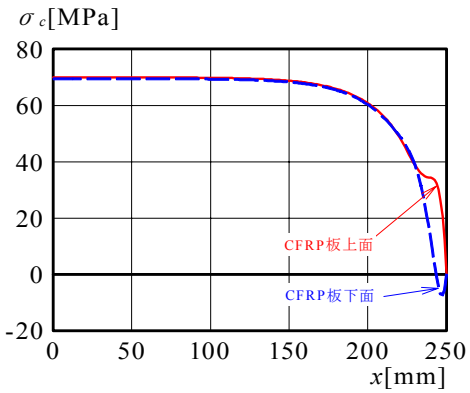
l_{sl}は，CFRP 板に導入されたプレテンションを開放して鋼部材に導入される応力が，式(40)のσ_sに，η_Nの精度で収束する CFRP 板の付着半長さである．したがって，式(45)のη_N (<1.0)に，1 に近い値(例えば$\eta_N = 0.99$)を与えて，鋼部材に導入される応力が，式(40)のσ_sに，η_Nの精度で収束するl_{sl}が設計できる．さらに，図－6 に示すように，CFRP 板の両付着端からl_{sl}の範囲の鋼部材の応力が，式(40)のσ_sに達していないので，補修・補強が必要な鋼部材の範囲l_rにl_{sl}を加えて，CFRP 板の必要接着長さl_{req}が次式で設計される．



図－5　η-cl 関係



図－6　CFRP 板の必要接着長さ



図－7　プレテンションの開放によって CFRP 板上下面に生じる応力

$$l_{req} = l_r + 2l_{sl} \tag{46}$$

3.2　CFRP 板に生じる応力

表－1 の条件に対して，式(34)から与えられる，プレテンションが導入された CFRP 板を鋼部材に接着し，接着剤が硬化した後，プレテンションを開放することによって，CFRP 板上下面に生じる応力の分布を図－7 に示す．この図から，CFRP 板の付着中央($x = 0$)では，CFRP 板の上下面に引張応力が生じていることが分かる．CFRP

板の付着端近傍では，CFRP 板上面に引張応力が生じているが，CFRP 板下面には圧縮応力が生じている．したがって，付着端近傍の CFRP 板には，付着中央近傍と比べて大きな曲げモーメントが生じていることが分かる．

CFRP 板に生じる応力の収束値は次式で与えられる．

$$\sigma_c = \left\{ \frac{K}{aA_c} + \frac{(1-K)(Z_1-1)}{Z_1 I_c} y_c \right\} M + \left\{ \frac{1}{aA_c} - \frac{Z_1-1}{Z_1 I_c} y_c \right\} \frac{KZ_1}{a} E_s I_s \varepsilon_{pre} \tag{47}$$

さらに，この式を変形して次式を得る．

$$\sigma_c = \frac{M}{nI_v} y_v - \frac{1}{n}\left(\frac{P_{pre}}{A_v} + \frac{M_{pre}}{I_v} y_v - E_s \varepsilon_{pre} \right) \tag{48}$$

3.3　接着剤に生じるせん断応力と垂直応力

表－1 の条件に対して，式(16)と(31)から与えられる，プレテンションが導入された CFRP 板を鋼部材に接着し，接着剤が硬化した後，プレテンションを開放することによって，接着剤に生じるせん断応力 τ と垂直応力 σ_y の分布をそれぞれ図－8，9 に示す．図－8 では接着剤に生じるせん断応力 τ の絶対値が示されている．これらの図から分かるように，プレテンションを開放することによって，接着剤にせん断応力が生じ，その値は CFRP 板の付着端で最大になる．さらに，プレテンションを開放することによって，接着剤に垂直応力が生じ，CFRP 板の付着端の少し内側で極値(圧縮応力)を迎えるが，CFRP 板の付着端で引張応力が最大になる．

CFRP 板の付着端の接着剤に生じるせん断応力 τ_e と垂直応力 σ_{ye} は，式(16)と(31)へ $x = l$ を代入してそれぞれ次式で与えられる．

$$\tau_e = -\frac{cK}{ab}\left(M + \frac{Z_1}{a} E_s I_s \varepsilon_{pre} \right) \tanh(cl) \tag{49}$$

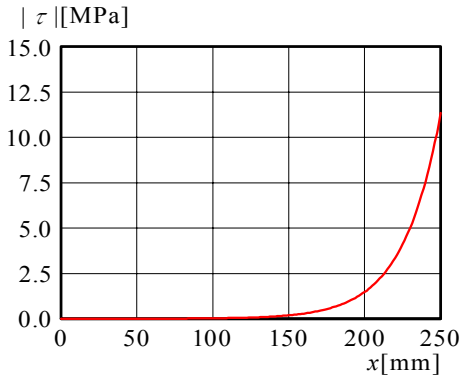
$$\sigma_{ye} = -\frac{1}{b}\Bigg[\omega A_1 \{ \sinh(\omega l)\sin(\omega l) + \cosh(\omega l)\cos(\omega l) \} + \omega A_2 \{ \cosh(\omega l)\cos(\omega l) - \sinh(\omega l)\sin(\omega l) \} + \frac{4}{4+(c/\omega)^4} \cdot \frac{c^2 JK}{aZ_1}\left(M + \frac{Z_1}{a} E_s I_s \varepsilon_{pre} \right) \Bigg] \tag{50}$$

CFRP 板の付着半長さ l が長くなると，式(49)，(50)はそれぞれ次式に収束する．

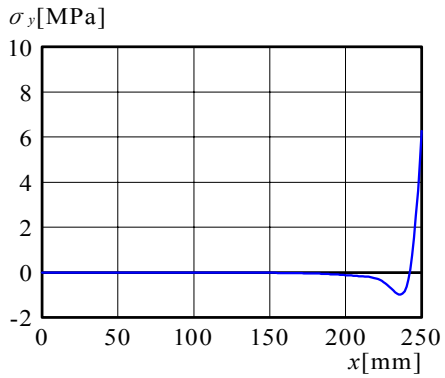
$$\tau_e = -\frac{cK}{ab}\left(M + \frac{Z_1}{a} E_s I_s \varepsilon_{pre} \right) \tag{51}$$

$$\sigma_{ye} = \frac{4}{4+(c/\omega)^4} \cdot \frac{c\omega JK}{abZ_1}\left\{ 2 - \frac{c}{\omega} + \frac{1}{2}\left(\frac{c}{\omega}\right)^3 \right\} \times \left(M + \frac{Z_1}{a} E_s I_s \varepsilon_{pre} \right) + \frac{2\omega^2}{bZ_1}(Z_1 - 1) M \tag{52}$$

CFRP 板の付着端の接着剤に生じるせん断応力 τ_e と垂直応力 σ_{ye} が式(51)と(52)に収束する程度をそれぞれ η_τ，



図－8　接着剤に生じるせん断応力



図－9　接着剤に生じる垂直応力

$\eta_{\sigma y}$ とする．CFRP 板に導入されていたプレテンションが解放されることによって接着剤に生じる τ_e と σ_{ye} に対して，η_τ と cl の関係および $\eta_{\sigma y}$ と cl の関係を図－5 に示す．この図では，表－1 の条件が用いられている．図－5 から分かるように，η_τ および $\eta_{\sigma y}$ は共に cl の値が大きくなる，すなわち CFRP 板の付着半長さ l が長くなると 1 に近づく．η_τ および $\eta_{\sigma y}$ が 1 に近づく cl の値は，η_N が 1 に近づく場合よりも小さい．したがって，式(45)の η_N に 1 に近い値を与えて CFRP 板の付着半長さ l_{sl} が決定されれば，CFRP 板の付着端の接着剤に生じるせん断応力 τ_e と垂直応力 σ_{ye} は，η_N よりも 1 に近い精度でそれぞれ式(51)，(52)に収束している．

4.　曲げモーメントを受けるプレストレスが導入された CFRP 板接着鋼部材のはく離挙動

鋼部材と CFRP 板の弾性範囲内の荷重に対して，曲げモーメントを受ける CFRP 板接着鋼部材から CFRP 板のはく離を防止する条件が次式で提案されている [13)~15)]．

$$\frac{\sigma_{ye}}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_{ye}}{2}\right)^2 + \tau_e^{\,2}} \le \sigma_P \tag{53}$$

ここに，

σ_P　　：CFRP 板のはく離に対する抵抗強度．

この条件式は，CFRP 板の端の接着剤に生じる主応力

がある値に達したときにCFRP板が鋼部材からはく離すると仮定されている．著者は，CFRP 板の端の接着剤に生じる垂直応力σ_{ye}が，圧縮になる場合と引張になる場合の両極端なケースに対して，CFRP 板接着鋼板の板曲げ試験を行い，鋼板と CFRP 板の弾性範囲内の荷重でCFRP 板がはく離したときの CFRP 板の端の接着剤に生じる主応力(式(53)の左辺)が両者でほぼ等しくなることを明らかにしている[16]．したがって，鋼桁と CFRP 板の弾性範囲内において，CFRP 板のはく離を防止する条件として式(53)が利用できると考えられる．

例として，σ_P=50MPa に対して，式(53)を満足する曲げモーメントM とプレテンションひずみε_{pre}の範囲を図－10 に示す．この図では，表－1 の条件が用いられている．例えば，鋼部材の降伏応力σ_Yが 210MPa の場合，鋼部材の降伏曲げモーメントM_Yが 75.7kN・m になるため，図－10 に示す計算例では，作用曲げモーメントM が増加すると，プレストレスが導入されていない場合に対しても，鋼部材に生じる応力が降伏に達する前に，CFRP 板がはく離する．

図－10 から分かるように，CFRP 板のはく離が防止されるM とε_{pre}の範囲の上限はほぼ直線になり，ε_{pre}が増加するに従って，M が低下する．

鋼部材の曲げ剛性が CFRP 板のそれと比べて非常に大きい場合，式(10)のZ_1が 1 になり，$(c/\omega)^4$および$(c/\omega)^3$の値が非常に小さくなるので，式(51)と(52)の CFRP 板の付着端の接着剤に生じるせん断応力τ_eと垂直応力σ_{ye}が，それぞれ次式で近似される．

$$\tau_e = -\frac{c_1 K_1}{ab}\left(M + \frac{E_s I_s}{a}\varepsilon_{pre}\right) \tag{54}$$

$$\sigma_{ye} = \frac{c_1 \omega_1 d_c K_1}{ab}\left(2 - \frac{c_1}{\omega_1}\right)\left(M + \frac{E_s I_s}{a}\varepsilon_{pre}\right) = -\alpha \tau_e \tag{55}$$

ここに，

$$c_1 = \sqrt{\frac{bG_e}{h}\cdot\frac{a^2}{E_s I_s}\cdot\frac{1}{K_1}} \tag{56}$$

$$\omega_1 = \sqrt[4]{\frac{bE_e}{4h}\cdot\frac{1}{E_c I_c}} \tag{57}$$

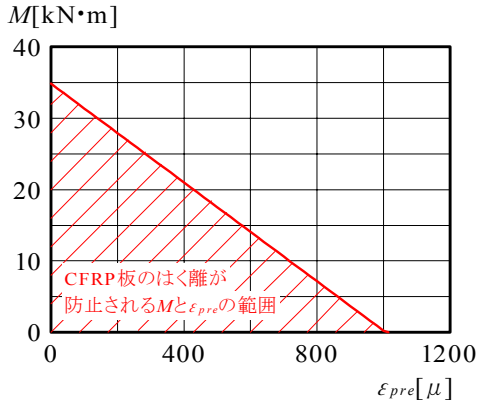
$$K_1 = \frac{1}{1 + Z_2 (r_s/a)^2} \tag{58}$$

$$\alpha = d_c\left(2\omega_1 - c_1\right) \tag{59}$$

式(53)へ式(54)，(55)を代入し，プレストレスが導入された CFRP 板接着鋼部材から CFRP 板のはく離が防止される作用曲げモーメントM の範囲が次式で与えられる．

$$M \le \frac{2ab}{c_1 K_1 (\alpha + \sqrt{\alpha^2 + 4})}\sigma_P - \frac{E_s I_s}{a}\varepsilon_{pre} \tag{60}$$

この式から分かるように，プレストレスが導入された CFRP 板接着鋼部材から CFRP 板がはく離するときの作用曲げモーメントM は，プレストレスが導入されていない場合よりも$E_s I_s \varepsilon_{pre}/a$ だけ低下する．したがって，CFRP 板に導入されたプレテンションひずみε_{pre}を式(60)に代入して，プレストレスが導入された CFRP 板接着鋼部材から CFRP 板のはく離が防止される作用曲げモーメントM の範囲が算出される．



図－10　M - ε_{pre} 関係

5. まとめ

本研究では，プレストレスが導入された CFRP 板接着鋼部材に対して，CFRP 板のはく離挙動の理論解析を行った．主な結論を以下に示す．

1) CFRP 板に導入されたプレテンションを開放することによって，CFRP 板接着鋼部材に生じる応力，CFRP 板に生じる応力および接着剤に生じるせん断応力と垂直応力の式を与えた．
2) CFRP 板に導入されたプレテンションを開放して鋼部材に導入される応力の収束値を与えた．さらに，鋼部材に生じる応力が収束値に達するのに必要な CFRP 板の接着半長さを式(45)で与えた．
3) プレストレスが導入された CFRP 板接着鋼部材から CFRP 板のはく離が防止される作用曲げモーメントの範囲を式(60)で与えた．

付録

付図－1 に示されるように，鋼部材に予め負曲げモーメントを導入し，CFRP 板を接着した後に，負曲げモーメントを開放して，CFRP 板接着鋼部材にプレストレスを与える方法についても，本論文が利用できる．

付図－1 に示されるように，鋼部材に負曲げモーメントを与えて CFRP 板にプレストレスを導入する場合，鋼部材の下面および CFRP 板の上面に生じるひずみが次式で与えられる．

$$\frac{du_{sl}}{dx} = \varepsilon_{sl} = \frac{N_s}{E_s A_s} + \frac{M_s}{E_s I_s} d_s + \varepsilon_{s,pre} \tag{付 1}$$

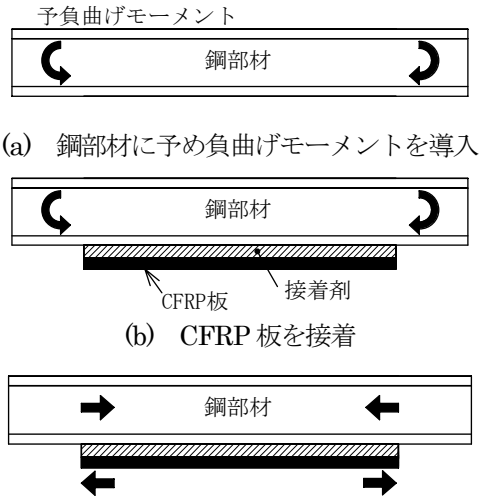
$$\frac{du_{cu}}{dx} = \varepsilon_{cu} = \frac{N_c}{E_c A_c} - \frac{M_c}{E_c I_c} d_c \tag{付 2}$$

ここに,

$$\varepsilon_{s,pre} = -\frac{M_{s,pre}}{E_s I_s} d_s \qquad (付3)$$

$M_{s,pre}$　：鋼部材に予め導入された負曲げモーメント(予負曲げモーメント，$M_{s,pre} \le 0$).

式(付1)，(付2)を式(2)，(3)の替わりに用いると，鋼部材の軸力 N_s に対する 2 階の微分方程式は，式(7)の ε_{pre} が $\varepsilon_{s,pre}$ に置換されて与えられる.



(a)　鋼部材に予め負曲げモーメントを導入

(b)　CFRP 板を接着

(c)　予負曲げモーメントの開放

付図－1　予負曲げモーメントによるCFRP板接着鋼部材へのプレストレスの導入

参考文献

1) Miller, T.C., Chajes, M.J., Mertz, D.R. and Hastings, J. N.: Strengthening of a steel bridge girder using CFRP plates, *Journal of Bridge Engineering*, ASCE, USA, Vol.6, pp.514-522, 2001.
2) 板垣一也，渡邉憲市，鈴木博之：炭素繊維強化樹脂板（カーボン板）による鋼橋補強の事例，第 8 回鋼構造の補修・補強技術報告論文集，pp.49-54，2002.
3) 玉井宏章，高松隆夫，服部明生，灰谷徳治，櫻庭誠：炭素繊維プレートによる化学プラント架構小ばり補剛の施工例，鋼構造年次論文報告集，第 13 巻，pp.545-552，2005.
4) 村上英樹，安森　浩，小林　朗，立石晶洋：鋼部材に対する炭素繊維プレートを用いた緊張力導入に関する実験的研究，プレストレストコンクリート技術協会，第 15 回プレストレストコンクリートの発展に関するシンポジウム論文集，pp.359-362，2006.
5) Moy，S.S.J. and Bloodworth, A.G.：Strengthening a steel bridge with CFRP composites, *Structures & Buildings*, Vol.160, Issue SB2, pp.81-93, 2007 .
6) 渡邊憲市，板垣一也，鈴木博之：炭素繊維強化樹脂板による鋼橋の補強，鋼構造年次論文報告集，第 8 巻，pp.679-682，2000.
7) 大倉一郎，福井唯夫，中村圭吾，松上泰三：炭素繊維シートによる鋼板応力の低下とはく離せん断応力，土木学会論文集 No.689/I-57，pp.239-249，2001.
8) 中村一史，諸井敬嘉，鈴木博之，前田研一，入部孝夫：溶接継手に発生した疲労き裂の積層CFRP板による補修効果，鋼構造年次論文報告集，第 13 巻，pp.89-96，2005.
9) 松村政秀．北田俊行，北田　健，並木宏徳：プレストレスを導入したCFRPによる鋼桁のポストテンション補強法と補強効果に関するう研究，構造工学論文集，Vol.51A，pp.183-192，2005.
10)伊藤久継，野阪克義，鈴川研二，伊藤　満：CFRP 板補強鋼桁の耐荷力に関する実験的研究，構造工学論文集，Vol.52A，pp.813-820，2006.
11)上田耕太郎，野阪克義：炭素繊維強化樹脂板を用いた鋼板亀裂補修法に関する基礎的研究，土木学会第 62 回年次学術講演会概要集，I-263，pp.521-522，2007.
12)石川敏之：プレストレスが導入された CFRP 板接着・切断鋼板の理論解析，応用力学論文集，Vol.12，pp.907-914，2009.
13)Deng, J. and Lee, M.L.M., Fatigue performance of metallic beam strengthened with a bonded CFRP plate, Composite Structures 78, pp.222-231, 2007.
14)Schnerch, D., Dawood, M., Rizkalla, S. and Sumner, E.：Proposed design guidelines for strengthening of steel bridges with FRP materials, Construction and Building Materials 21, pp.1001-1010, 2007.
15)National research council advisory committee on technical recommendations for construction：Guidelines for the Design and Construction of Externally Bonded FRP systems for Strengthening Existing Structures, CNR-DT 202, 2005.
16)石川敏之，佐々木　裕，山田健太郎：板曲げを受ける CFRP 板接着鋼板のはく離強度，応用力学論文集，Vol.11，pp.903-910，2008.

(2009 年 9 月 24 日受付)