# リダンダンシー解析における鋼トラス橋の 引張り斜材破断時の衝撃係数

On impacts caused by sudden failure of diagonal tension member in steel truss bridges

## 後藤芳顯<sup>\*</sup>, 川西直樹<sup>\*\*</sup>, 本多一成<sup>\*\*\*</sup> Yoshiaki Goto, Naoki Kawanishi, Issei Honda

\*工博,名古屋工業大学大学院工学研究科教授,社会工学専攻(〒466-8555名古屋市昭和区御器所町) \*\*博士(工学),豊田工業高等専門学校准教授,環境都市工学科(〒471-8525豊田市栄生町2-1) \*\*\*名古屋工業大学大学院工学研究科博士前期課程,社会工学専攻(〒466-8555名古屋市昭和区御器所町)

> Two types of impacts occur due to a sudden failure in a diagonal tension member of truss bridges. One is the primary impact caused by the longitudinal strain wave propagation from the failure point. The other is the secondary impact resulting from the dynamic transition of the overall equilibrium from the pre-failure state to the post-failure state. It is shown by a precise dynamic analysis that the secondary impact is much larger that the primary impact. Thus, the properties of the secondary impacts are investigated for two types of Warren truss bridges in view of the application to the redundancy analysis as an impact factor. This impact factor takes almost a constant value for the important members where large stress increment occurs by the member failure. For practical application, an approximate method is proposed to predict the secondary impact without carrying out dynamic analysis.

Key Words: redundancy analysis, truss bridge, member failure, impact キーワード: リダンダンシー解析, トラス橋, 部材破断, 動的応答解析, 衝撃

#### 1. まえがき

近年、国内外において老朽化した鋼トラス橋の落橋事 故<sup>1)</sup>や引張り斜材の破断<sup>2),3)</sup>などの事故が相次いで発生し た. このため既設橋の部材破断が全体系の崩壊につなが らないか否かを確認するためのいわゆるリダンダンシー 解析<sup>1),4)</sup>が橋梁の合理的な補修計画を策定する上で重要に なってきている.実務などで用いられるリダンダンシー 解析では破断を想定する部材を除いた上で死荷重や活荷 重を考慮した静的な構造解析で得られる応力増分や断面 力増分に破断時の衝撃係数を乗じて動的な応答値を予測 し、応答値が許容される限界値以内にとどまっているか 否かの照査がなされる. 部材破断から構造系全体の崩壊 への進展はいわゆる動的な進行性破壊現象であるが、通 常の実務で用いられる静的な線形弾性解析に基づくリダ ンダンシー解析<sup>1),4)</sup>により崩壊に対する安全性を照査する には破断時の衝撃係数を適正に評価することが非常に重 要になる.

鋼トラス橋の引張り斜材の破断は,腐食損傷部や疲労 き裂などの応力集中部を起点として生じるため,脆性破 壊の場合はいうまでもなく延性破壊の場合も部材として はほとんど塑性伸びのない破壊となる可能性がある.こ のような場合には、破断前において部材に作用していた 引張り軸力はあまり低減されず破断面で解放される. そ の結果、まず、ひずみは縦波として高速で部材両端方向 に伝搬し破断部材の格点に衝撃力を与える. これを一次 衝撃<sup>5</sup>と呼ぶことにする. つぎに, 部材破断による構造 系全体の剛性低下で新たなつり合い状態への動的な移行 時のたわみ振動に起因した動的増幅が生じる. これを二 次衝撃<sup>5)</sup>と呼ぶことにする. URS Corporation の文献 1)で は、二次衝撃について、脆性的な破壊と減衰5%とを仮定 した一自由度系の振動から,動的増幅率1.854を衝撃係数 とする方法が用いられている. 我が国でもこの値を衝撃 係数として用いたリダンダンシー解析が多く報告されて いる<sup>4),6</sup>. この衝撃係数の算定では、部材破断後の振動モ ード形状を静的解析から得られる破断前後の変形増分に 等しいと仮定し、一自由度系に置換したことに相当する. しかしながら、トラス橋のように多くの部材で構成され る構造物の一つの部材が破断した場合には複数の振動モ ードが連成した振動現象が生じるため、一自由度系の振 動に基づく衝撃係数評価には疑問がある. なお, 文献 1) では一次衝撃の影響については完全に無視している.

本研究では、まず、引張り斜材破断時の動的な挙動を 解析するための正確な時刻歴応答解析法を検討する. つ ぎに実在する上路式と下路式鋼トラス橋を対象に、斜材 破断時の詳細な時刻歴応答解析を実施し、リダンダンシ 一解析に用いる衝撃係数の特性について考察する. また、 時刻歴応答解析を行わずに衝撃係数を予測する簡易的な 手法を提案し、その精度について検討する. さらに、リ ダンダンシー解析に考慮すべき妥当な衝撃係数について 実務的な観点から考察する.

#### 2. 引張り部材の破断により生じる衝撃

鋼トラス橋の引張り部材の破断は、腐食損傷部や疲労 き裂など応力集中部などを起点として生じるため、脆性 破壊の場合はいうまでもなく延性破壊の場合も部材とし てはほとんど塑性伸びのない破壊となる可能性がある. このような場合には、破断前において部材に作用してい た引張り応力はあまり低減されずに破断面で突如解放さ れる.

部材破断時,破断点で応力が開放されることにより, ひずみは縦波として速度 $c_L = \sqrt{E/\rho}$ の高速で部材軸に 沿い破断部材の両端の格点方向に伝搬する.ここで, Eと $\rho$ は部材のヤング係数と密度である.その結果,破断 部材の長さを $\ell$ とすると部材破断後 $T_I = \alpha \ell / \sqrt{E/\rho}$ の時 刻において格点に衝撃を与える. $\alpha$ は部材の破断位置を 表すパラメーターで0 <  $\alpha$  < 1.0 の範囲をとり,例えば, 部材の中央が破断したときには $\alpha$  = 0.5 となる.ここで は、上記の衝撃を「一次衝撃」と呼ぶ.

一方,部材が破断したと同時にトラス橋全体系の剛性 が低下するので、新たなつり合い状態への移行にともな い、動的にたわみが増加を始める.この動的なたわみ増 加による鉛直加速度に起因した慣性力が重力とともにト ラス橋に作用する.ここで、動的なたわみ増加で生じる 慣性力による衝撃を「二次衝撃」と呼ぶ.二次衝撃は部 材が破断したトラス橋の主にたわみ振動に関係した動的 増幅である.最も支配的な1次のたわみ振動モードの周 期は、トラス橋のスパンをLとし、曲げ剛性と単位長さ 当たりの質量が近似的に一様分布すると仮定し、それぞ れ $EI_{av}$ ,  $m_{av}$ とすれば、 $t_1 = (2L^2/\pi)\sqrt{m_{av}/EI_{av}}$ と表され る.したがって、二次衝撃の作用時刻 $T_{\mu}$ は、部材破断後、 ほぼトラス橋の動的たわみが最大となる $T_{II} \approx t_1/2$ である.

一般に、二次衝撃の作用時刻T<sub>u</sub>は一次衝撃の作用時刻 T<sub>i</sub>と離れているので一次衝撃による動的増幅は減衰し二 次衝撃との連成は無視できると考えられるが、これにつ いては後の数値解析で検討する.なお、文献 1)において 一自由度系モデルにより算定されている衝撃係数は二次 衝撃によるもので一次衝撃は無視されている.

#### 3. 部材破断による衝撃の解析法

はじめに、部材破断から一次衝撃、二次衝撃に至る過 程の解析法を説明する. 部材破断の扱いとしては図-1に 示すように,破断前に破断箇所に作用していた断面力*序*。 を破断断面に外力 $\vec{F} = \vec{F}_0$ として作用させることにより, まず破断前の状態を再現するモデルを作成する. そして, 部材が完全に破断するまでの破断時間 $t_f$ において外力 $\vec{F}$ を Foから零にすることにより破断現象を表す. このとき, Fが時間に関して線形に変化すると仮定する場合には、 破断開始から時間t で $\vec{F} = \vec{F}_0(t_f - t) / t_f$ とすることによ り解析することができる. 破断時間t<sub>f</sub> が長い程ゆっくり 破断するいわゆる延性的な破壊を表す. 明らかなように  $t_f$ が長い程, 衝撃は小さくなる. 逆に,  $t_f$ が短い程, 脆 性的な破壊となり、衝撃もより大きくなる. 合理的な衝 撃力を評価するには適切な破断時間t<sub>r</sub>を設定するのが重 要であるが、t<sub>f</sub>は破断前の部材の状態や破断時の荷重の 作用状態によって大きく影響されるため、適切な値を設 定するのは容易でない. ここでは、安全側の衝撃係数が 評価されるという観点から,現状の衝撃係数を算定した 文献 1)と同様にt<sub>f</sub>=0とする.これは完全に脆性的な部材 破断を仮定したことに相当し最も大きな衝撃係数が算定 されると考えられる.

有限要素法を用い上記のモデルで破断現象を解析する 場合,破断部材の軸方向への縦波としてのひずみ伝搬を 正確に解析し,破断部材の格点に作用する一次衝撃を精 度良く評価する必要がある.このとき,ひずみの粗密波 の周期は非常に小さいため,精度良く解析するには少な くとも破断部材とその隣接部材については非常に小さい 要素長と時間増分を用いなければならない.具体的には, 付録1に示すように有限要素長は式(c)で表される粗密波







の波長以下で式(d)を満足する非常に短いものを用いなけ ればならない.また、この時の時刻歴応答解析の時間増 分 $\Delta t$ は $\Delta t <$  (要素長 $l_e$ /縦波の伝播速度 $c_L$ )で表される Courant 条件<sup>7</sup>を満足する非常に短い時間増分が必要にな る.このため、部材破断から一次衝撃、二次衝撃に至る トラス橋の動的応答を有限要素法で解析するにはここで 用いる弾性微小変位の線形解析においても膨大な計算時 間が必要である.

一方,一次衝撃を無視することができれば,二次衝撃 のみを対象とした近似解析が可能となり計算時間の大幅 な低減が可能になる.すなわち,一次衝撃を無視する場 合,破断部材そのものを除去し,破断部材*m*,*n*両端にお いて破断前に作用していた断面力 $\vec{F}_{m0}$ , $\vec{F}_{n0}$ を図-2 に示 すように部材両端が接合されていた格点*m*,*n* に外力  $\vec{F}_{m} = \vec{F}_{m0}$ , $\vec{F}_{n} = \vec{F}_{n0}$ として作用させることで,破断前の 状態を再現するモデルを作成する.そして,部材が完全 に破断するまでの時間 $t_{f}$ において外力 $\vec{F}_{m}$ , $\vec{F}_{n} & e \vec{F}_{m0}$ ,  $\vec{F}_{n0}$ から零に線形に変化すると仮定すると,  $\vec{F}_{m} = \vec{F}_{m0}(t_{f} - t)/t_{f}$ で破断過程を表 すことができる.この場合,破断部材での縦波としての ひずみ伝搬を解析する必要がないので,各部材の有限要 素長や時間分割は極端に小さくならず,計算時間を大幅 に減少させることができる.

#### 4. トラス橋モデルと部材の破断

ここでは、実在の単純支持形式のトラス橋をモデル化 した図-3,4に示す支間72.8mの下路式ワーレントラス橋 と支間 87.6mの上路式ワーレントラス橋の2 種類を検討 対象とする. それぞれの部材詳細を表-1,2に示す. なお 鋼のヤング係数は $E = 2.06 \times 10^5$ (MPa),密度を  $\rho = 7850(kg/m^3)$ とする.全ての格点では部材がそれぞれ 剛結されていると考える.コンクリート床版については、 非合成として設計されているため、いずれのトラス橋で もその質量のみを考慮し<sup>9</sup>、床組の格点に等価な集中質量 として図-5(a)、(b)のように配置する.活荷重については 図-6(a)、(b)のようにB活荷重<sup>8</sup>を破断部材に影響線載荷 した状態で荷重を隣接格点に等価な集中質量として振り 分ける.これらの質量に重力加速度を作用させることで、 死荷重と活荷重の載荷状態を表す.





図-4 上路式ワーレントラス橋

部材を離散化する要素としては軸力に加え,曲げの影響を考慮するために汎用構造解析ソフト ABAQUS ver.6.5<sup>9</sup>の三次元はり要素 (B31)で計算モデルを構築し, 部材破断時の動的応答を弾性微小変位時刻歴応答解析により算定する.部材破断直後の縦振動による一次衝撃の 影響を精度よく解析するため,図-7(a),(b)のように破断 部材および周辺部材については一部材あたり 200~400 分 割とする細密な要素分割とする.周辺以外の部材につい ては縦振動の影響が小さいので一部材あたり 24~30 分割 とする.また,動的解析の時間増分については,Courant 条件<sup>7</sup>を満足するような非常に小さな時間増分  $\Delta t = 1.0~3.0 \times 10^{-6}$  (sec.)を採用する.

二次衝撃のみを対象とした近似解析では破断部材の縦 振動の影響を無視できるので,一部材あたりの分割数は

表-1 下路式トラス橋の部材諸元

部材番号	断面形状	ウェブ	上フランジ	下フランジ	σy
1 - 9	BOX	400×15	450×14	360×13	317
2 - 9	Н	326×9	360×12	360×12	317
2 - 10	BOX	360×13	332×13	332×13	235
3 - 10	Н	300×13	322×9	322×9	235
3 - 11	BOX	340×12	300×9	300×9	235
4 - 11	Н	340×9	250×11	250×11	235
4 - 12	BOX	230×9	340×9	340×9	235
1 - 2	BOX	360×9	360×11	450×9	235
2 - 3	BOX	360×9	360×11	450×9	317
3 - 4	BOX	360×12	360×14	450×11	317
4 - 5	BOX	360×14	360×14	450×11	317
9 - 10	BOX	400×12	450×13	360×12	235
10 - 11	BOX	400×16	450×18	360×17	317
11 - 12	BOX	400×19	450×22	360×22	317
1 - 101	Ι	1100×9	260×17	230×17	317
2 - 102	Ι	1100×9	300×23	280×22	317
9 - 109	BOX	805×8	397×10	397×10	235
10 - 110	Ι	180×8	160×8	160×8	235
1 - 102	Т	150×24	-	300×12	235
2 - 103	Т	90×24	-	300×12	235
3 - 104	Т	90×18	-	300×9	235
上横構	Ι	180×8	180×8	180×8	235
中縦桁 1-2 2-5	Ι	850×9	200×22	200×19	317
	Ι	850×9	200×22	200×17	317
加 総计 松云 1-2	Ι	850×9	200×18	200×15	317
2-5	Ι	850×9	200×17	200×13	317
		(mm)	(mm)	(mm)	(MPa)

表-2 上路式トラス橋の部材諸元

部材番号	断面形状	ウェブ	上フランジ	下フランジ	σ <sub>y</sub>
1 - 2	BOX	600×10	580×11	580×11	235
2 - 3	BOX	600×15	580×14	580×14	355
3 - 5	BOX	600×19	580×19	580×19	355
5 - 7	BOX	600×22	580×23	580×23	355
7 - 9	BOX	600×25	580×26	580×26	355
18 - 20	BOX	440×17	500×18	500×18	355
20 - 22	BOX	440×17	500×25	500×25	355
22 - 26	BOX	440×17	500×28	500×28	355
縦桁 1-17	Ι	800×28	240×14	240×14	235
1 - 18	Ι	470×28	240×14	240×14	235
2 - 18	BOX	498×24	500×15	500×15	355
4 - 20	BOX	498×17	500×12	500×12	355
6 - 22	BOX	498×18	500×12	500×12	235
8 - 24	BOX	498×16	500×10	500×10	235
2 - 20	Ι	498×13	500×23	500×23	355
4 - 22	Ι	498×10	500×17	500×17	355
6 - 24	Ι	498×10	500×17	500×17	235
8 - 26	Ι	498×10	500×16	500×16	235
1 - 101	Ι	1200×9	400×14	400×14	235
18 - 118	BOX	400×22	800×22	800×22	355
19 - 119	Ι	378×22	400×22	400×22	235
20 - 120	Ι	280×9	250×10	250×10	235
上横構	Т	120×10	-	180×10	235
下横構18-20	Ι	378×10	400×22	400×22	235
下横構20-22	Ι	276×9	250×12	250×12	235
下横構22-26	Ι	276×9	200×12	200×12	235
1 - 118	Ι	226×10	250×12	250×12	235
3 - 120	Ι	180×9	200×10	200×10	235
		(mm)	(mm)	(mm)	(MPa)



・集中質量化した床版質量の配置位置
中縦桁と横桁交差部:24,400(kg)
外縦桁と横桁交差部:16,000(kg)

(a)下路式トラス橋



図-5 床版のモデル化

24~30,時間増分は $\Delta t = 2.0 \times 10^{-2}$ (sec.)で十分であり、計算時間は大幅に低減される.

減衰としては,現在リダンダンシー解析で用いられて いる衝撃係数と比較することを一つの目的としているこ とから,この算定に用いられている構造減衰5%に相当す る Rayleigh 減衰を考慮する. Rayleigh 減衰係数α,β は部 材が破断したトラス構造のたわみ振動に関して支配的な 固有振動モードとして有効質量が一番大きいモードと二 番目のものの減衰が5%という条件から決定する.なお, 破断部材の縦振動については安全側の検討を行うため減 衰を考慮しない.

破断を想定する部材は、もっとも腐食しやすい引張り 斜材とする.そして、破断は部材の中央から発生すると 仮定する.対象とする引張り斜材の位置については各ト ラス橋について図-8,9のように4ケースを設定する.

#### 5. 一次衝撃と二次衝撃

まず、一次衝撃と二次衝撃の特性を数値解析により検討する.解析例として、図-8に示す下路式ワーレントラス橋の斜材 3-10 の中央(Case2)が破断する場合と、図-9に示す上路式ワーレントラス橋の斜材 2-20 の中央



図-7 要素分割

また、一次衝撃近傍の応答についてはこれを明確に示す



図-11 上路式トラス橋の部材 2-20 の破断時における部材 3-20 の応答応力

ため、拡大して図示している.図-10,11より、一次衝撃 はそれぞれt=0.0014 (sec.)、0.0043(sec.)で生じ、これに よる動的増幅の影響は急速に減衰する.一次衝撃の後、 応答応力は徐々に増加していき、それぞれt=0.47 (sec.)、 0.51(sec.)近傍で最大値に到達している.この応答応力の最 大値が二次衝撃に対応する.二つのケースとも、一次衝 撃による応力は二次衝撃による応力に比べ十分小さく無 視できることがわかる.また、二次衝撃による応力は一 次衝撃を無視した近似解析で精度良く計算でき、一次衝 撃と二次衝撃の連成がないこともわかる.この傾向は他 の引張り斜材が破断した場合も同様である.

なお、一次衝撃を無視した近似解析ではこれを考慮した正確な解析に較べ計算時間が約1/5000に低減でき、しかも衝撃係数算定に重要な二次衝撃による応答を精度良く解析できるので有効な解析手法であるといえる。

#### 6. 二次衝撃の特性

先の解析より、応力に与える一次衝撃の影響は二次衝 撃に比べ十分無視できること、さらに二次衝撃の発生時 刻と一次衝撃の発生時刻とは離れており、二次衝撃発生 時には一次衝撃の影響は減衰して連成を考えなくてもよ いことが明らかになった.したがって、ここでは、計算 時間を低減させることを目的として、一次衝撃を無視し た近似的な動的解析を用い、引張り部材の破断による二 次衝撃の特性について検討する.

二次衝撃の影響を検討するために2種類のトラス橋を 対象に、それぞれ、図-8,9に示す引張り斜材が破断する 4ケースを考える.

各ケースについて部材応力評価点*i* での軸方向応力に 関する衝撃係数*I<sub>i</sub>*を以下のように定義し算定する.

$$I_{i} = (\sigma_{idm} - \sigma_{is}^{(0)}) / (\sigma_{is} - \sigma_{is}^{(0)})$$
(1)

ここで、 $\sigma_{idm}$ は部材破断時における部材応力評価点iの軸方向応力の動的応答値でその絶対値が最大値となるものであり、一次衝撃を無視した近似的な動的解析により 算定される. $\sigma_{is}$ は $\sigma_{idm}$ が生じたのと同じ位置での部材破 断時の静的軸方向応力である. $\sigma_{is}$ は破断部材を除去した 構造系に対する静的解析で算定される. $\sigma_{is}^{(0)}$ は部材破断 前の $\sigma_{idm}$ と同じ位置における軸方向応力を表す.式(1)の





分子は部材破断による動的な応力増分,分母は静的な応 力増分を表す. なお,  $\sigma_{idm}$ が発生する時刻は部材により 異なる.

リダンダンシー解析で応力照査を用いる場合の式(1)の 妥当性は明らかである.一方,断面力照査を用いる場合, 衝撃係数は各断面力成分(軸力と二軸に関する曲げモー メント2成分)に対して定義されるべきではあるが,各 断面力成分の動的増幅が同時刻に最大になることは稀 で,各断面力成分に関する個別の動的増幅の最大値を用 いて算定される衝撃係数は過大な評価になる.適切な衝 撃係数は断面力照査式の静的応答値と動的応答値をもと に算定されるべきであるが,照査式に依存するため,照 査式が確定していない現状ではこの方法で求めることは できない.通常,軸方向応力が最大となる時点において, 断面力照査式の値もほぼ最大となることから,実用的に は軸方向応力をもとに式(1)により算定される衝撃係数は 断面力照査においても概ね妥当なものと考えられる.

2 種類のトラス橋に関して引張り破断を想定する斜材 位置 4 ケースについて、各主構部材の応力評価点におけ る衝撃係数 *I*, を算定する.そして、各トラス橋について、 斜材の破断ケースごとに $I_i \sim (\sigma_{is} - \sigma_{is}^{(0)}) / \sigma_{iy}$ の関係を図 -12,13に示す.ここに $\sigma_{iy}$ は応力評価点での降伏応力で ある.これらの図には参考のため、URS Corporation<sup>1)</sup>に よる5%の減衰を考慮した1自由度系による衝撃係数の値 1.854 も記入している.

図-12,13 より,まず,部材破断による静的な応力増分 の絶対値 $|(\sigma_{is} - \sigma_{is}^{(0)})/\sigma_{iy}|$ が小さい部材応力評価点の衝 撃係数は大きくばらつき,衝撃係数も非常に大きな値と なる場合がある.しかしながら $|(\sigma_{is} - \sigma_{is}^{(0)})/\sigma_{iy}|$ が大きく なると衝撃係数は急速に減少し,ある一定値に収束する 傾向を示す.

具体的に見ると図-12の下路式ワーレントラス橋では 最も支点に近い斜材が破断する Casel では衝撃係数の収 束値は約 $I_i = 1.8$ で URS Corporation<sup>1)</sup>の1.854 に近い. 破 断部材が支点から遠ざかるにつれて収束値はやや減少 し、Case2、Case3 ではそれぞれ約 $I_i = 1.6 \ge I_i = 1.5 \ge c$ る. Case4 については $|(\sigma_{is} - \sigma_{is}^{(0)}) / \sigma_{iy}|$ の値が 0.5 以下で 小さく、収束値は必ずしも明瞭ではないが、再び $I_i = 1.8$ に近づいている. 一方、上路式ワーレントラス橋では、 図-13 より斜材の破断位置によらず衝撃係数の収束値は



図-13 時刻歴応答解析による $I_i \sim (\sigma_{is} - \sigma_{is}^{(0)}) / \sigma_{iv}$ の関係(上路式トラス橋)

一定で約*I<sup>i</sup>* = 1.2 である.

なお、衝撃係数が各部材ごとに異なり、構造系の差異 や部材破断位置によっても異なるという数値解析の結果 は、部材破断時のトラス橋の振動現象が URS Corporation<sup>11</sup> の提案モデルのような1自由度系のモデルでは十分に表 せないことを示している.

#### 7. 時刻歴応答解析によらない衝撃係数の簡易算定法

6. で示した時刻歴応答解析により部材破断時のトラス 構造の衝撃係数を詳細に調べることは可能ではあるが, 実務においてこのような時刻歴応答解析を実施するのは 容易ではない. さらに,部材破断による橋全体のリダン ダンシー特性を検討する場合,破断を想定する部材のケ ースは非常に多いため,検討コストの面から動的応答解 析を実施することは難しいと考えられる. したがって, トラス構造の特性や部材破断位置を考慮して各部材の衝 撃係数*I*<sub>i</sub>を簡易的に予測できる方法を検討しておくこと は重要である. ここではモーダルアナリシスと応答スペクトルを組み 合わせ、地震時の最大応答値を近似的に予測する方法と 同様な手法で部材破断による衝撃係数を予測する簡易算 定法を提案する.そして、この手法と6.の時刻歴応答解 析による結果とを比較することで簡易法の適用性につい て検討する.

簡易法では部材が破断した構造系について予め固有値 解析を行う.ここで計算される第n次モードの固有円振 動数 $\omega_n$ ,固有モードベクトル $\phi_n$ とする.つぎに,部材が 破断した構造系を基準として,図-2のように破断部材の 両端の格点に破断前の部材力を静的に作用させ,部材破 断前の状態を再現したときに生じる変位について,固有 モードベクトル $\phi_n$ で展開し,モーダル変位 $q_n$ を求める. 部材破断により生じる振動のモーダルアナリシスでは, この $q_n$ を初期振幅とした各モードの自由振動を重ね合わ せることにより応答値が得られる.すなわち,式(1)の衝 撃係数 $I_i$ の算定に必要な部材応力評価点 *i* に生じる動的 な応力増分 $\Delta\sigma_i = (\sigma_{idm} - \sigma_{is})$ は,n次モードの減衰定数を  $h_n$ とすれば,次式により評価することができる.

$$\Delta \sigma_i = \sum_n \exp(-\omega_n h_n t) \tilde{\sigma}_{i,n} q_n \cos\left(\sqrt{1 - h_n^2} \omega_n t\right)$$
(2)

ここで、 $\tilde{\sigma}_{i,n}$ は固有モードベクトル $\tilde{\phi}_n$ により部材応力評価点*i*に生じる応力であり、*t*は時刻である.

衝撃係数を求めるのに必要な式(2)で示される応力増分  $\Delta \sigma_i$ の最大値 $\Delta \sigma_{i,\text{max}}$ は、時刻歴応答解析と同様に逐次時 間tを変化させた繁雑な数値計算を行って求めなければ ならない.このような繁雑な数値計算を避けるため、最 大値 $\Delta \sigma_{i,\text{max}}$ の予測には Newmark により提案された以下 のような2乗和平方根(RMS法)を用いる<sup>10</sup>.

$$\Delta \sigma_{i,\max} = \sqrt{\sum_{n} \left\{ \exp\left(\frac{-\pi h_n}{\sqrt{1 - h_n^2}}\right) \tilde{\sigma}_{i,n} q_n \right\}^2}$$
(3)

これより,式(1)に示す部材応力評価点iの減衰を考慮した衝撃係数*I*<sub>i</sub>は次のように評価することができる.

$$I_{i} = \sqrt{\sum_{n} \left\{ \exp\left(\frac{-\pi h_{n}}{\sqrt{1 - h_{n}^{2}}}\right) \tilde{\sigma}_{i,n} q_{n} \right\}^{2}} / \left| \sum_{n} \tilde{\sigma}_{i,n} q_{n} \right| + 1 \quad (4)$$

なお、ここでは6. で実施した時刻歴応答解析の結果と 比較して提案する簡易法の精度検証するため、応答解析 において用いた Rayleigh 減衰に対応するように各固有モ ードの減衰定数 h<sub>n</sub> を定める.式(4)において総和する固有 モードの次数は下路式および上路式トラス橋とも十分な 収束解が得られる 1000 次までとする.

図-14, 15 には簡易算定法で得られた各部材の衝撃係数を、2 種類のトラス橋について、斜材の破断ケースごとに $I_i \sim (\sigma_{is} - \sigma_{is}^{(0)})/\sigma_{iy}$ の関係として示す。図-14, 15 を図-12, 13 と比較することで衝撃係数の簡易算定法の精度を検討する。図-14, 15 より、部材破断による静的応力増分 $\left|(\sigma_{is} - \sigma_{is}^{(0)})/\sigma_{iy}\right|$ が小さい部材の衝撃係数は大きくばらつき、衝撃係数も非常に大きな値となる。また、 $\left|(\sigma_{is} - \sigma_{is}^{(0)})/\sigma_{iy}\right|$ が大きくなると衝撃係数は急速に減少



図-14 RMS 法による  $I_i \sim (\sigma_{is} - \sigma_{is}^{(0)}) / \sigma_{iy}$ の関係(下路式トラス橋)



図-15 RMS 法による  $I_i \sim (\sigma_{is} - \sigma_{is}^{(0)}) / \sigma_{iv}$  の関係 (上路式トラス橋)

し、ある一定値に収束する傾向を示す.さらに、下路式 トラス橋の衝撃係数の収束値の大きさは破断部材の位置 に影響され、破断部材がトラス橋の支点に近いとやや大 きくなる傾向にあるが、上路式トラス橋では、部材破断 位置によらずほぼ一定である.以上のような、簡易算定 法で得られた衝撃係数の特性は時刻歴応答解析で計算さ れた図-12,13の衝撃係数の特性を良く表している.

衝 撃 係 数 の 値 は 静 的 応 力 増 分 の 絶 対 値  $|(\sigma_{i_s} - \sigma_{i_s}^{(0)}) / \sigma_{i_y}|$ が大きくなるとほぼ一定値に収束する が、下路式および上路式ともに簡易算定法によるこの収 束値は時刻歴応答計算結果による値のほぼ良い近似とな っていることが分かる.

衝撃係数の値をより詳しく検討するために  $|(\sigma_{is} - \sigma_{is}^{(0)})/\sigma_{iy}|$ の大きな重要な部材に対して時刻歴応 答解析による衝撃係数 $I_{i\_dynamic}$ と簡易法による衝撃係数  $I_{i\_rms}$ の相関関係を2種類のトラス橋のCase2の部材破断 ケースについて図-16に示す.図中のrは相関係数であ る.ここで示した点は各トラス橋に対して静的応力増分 の絶対値が大きい上位5%の重要な部材応力評価点の衝 撃係数である.図-16より上路式トラス橋ではやや高めの衝撃係数が算定される傾向にあるが、時刻歴応答解析を行わない簡易法でも比較的妥当な衝撃係数の値が算定されることがわかる.実務上で衝撃係数を危険側の評価としないためには簡易法で算定される衝撃係数を10%程度割増しすれば、図-16の破線のようにほぼ安全側となる.なお、詳細については割愛するが、式(4)において総和する固有モードの次数を減らしていった場合、当然ながら時刻歴応答解析による衝撃係数の値は若干大きくなる傾向にあり、結果として、衝撃係数の評価はより安全側のものとなる.両橋とも総和する固有モードの次数が100次程度であれば簡易法により衝撃係数は安全側の値となることについてはすでに確認している.

#### 8. リダンダンシー解析で用いる衝撃係数について

衝撃係数 $I_i$ が設定されれば、リダンダンシー解析では 部材応力評価点 i の動的な応答応力 $\sigma_{idm} / \sigma_{iv}$ を式(1)から



図-17 部材破断による最大動的応力増分と静的応力増分の関係(下路式トラス橋)



図-18 部材破断による最大動的応力増分と静的応力増分の関係(上路式トラス橋)

次式で算定でき、応力照査法ではこの応答応力を許容値 に対して照査することになる.

$$\sigma_{idm} / \sigma_{iy} = \sigma_{is}^{(0)} / \sigma_{iy} + I_i (\sigma_{is} - \sigma_{is}^{(0)}) / \sigma_{iy}$$
(5)

7. で述べたように、各部材応力評価点ごとの衝撃係数*I<sub>i</sub>* は時刻歴応答解析を実施せずに簡易法で比較的精度良く 求めうることが判明した.しかしながら、実務では衝撃 係数を部材応力評価点ごとに変化させるのは実際的でな く、間違いも生じる可能性がある.そこで、ここでは従 来<sup>1)</sup>と同様に、構造内で一定の衝撃係数を用いる場合、ど のようにすればよいかについて検討する.

安全性を考慮する場合,全ての部材中で最大となる $I_i$ を用いることがまず考えられる.しかしながら, $I_i$ の最大値は非常に大きく非現実的な値である.さらに, $I_i$ の大きな部材では,部材破断による静的応力増分 $(\sigma_{is} - \sigma_{is}^{(0)})/\sigma_{is}$ は小さく,式(5)の第2項で算定される動

的な応力増分( $\sigma_{idm} - \sigma_{is}^{(0)}$ )/ $\sigma_{iy}$ も小さい. つまり, これら の部材はリダンダンシー解析では重要な部材でないこと が多いと考えられる. この事実を確認すために, 2 種類の トラス橋での各部材の破断ケースについて,静的応力増 分( $\sigma_{is} - \sigma_{is}^{(0)}$ )/ $\sigma_{iy}$ と最大動的応力増分( $\sigma_{idm} - \sigma_{is}^{(0)}$ )/ $\sigma_{iy}$ の 関係を図-17,18に描く. これらの図で原点を通る直線の 勾配が衝撃係数 $I_i$ を表す. 参考のために全ての図に URS<sup>1)</sup> による $I_i = 1.854$ の直線を描いている.

図-17,18より, $I_i$ が大きい部材では静的ならびに動的 応力増分の絶対値は小さく,重要な部材ではないことを 確認できる.一方,静的な応力増分の絶対値が大きい部 材では動的な応力増分も大きく、リダンダンシー解析で は重要な部材になることは明らかである.このような部 材では,図-17,18から、 $(\sigma_{is} - \sigma_{is}^{(0)})/\sigma_{iy}$ と  $(\sigma_{idm} - \sigma_{is}^{(0)})/\sigma_{iy}$ の関係は原点を通るほぼ一直線上に存在 し、6.でもふれた衝撃係数がほぼ一定となるという事実 をより明瞭に確認できる.以上から,このような衝撃係 数を一定値として全部材に用いるのが妥当であると考え られる.ただし,この衝撃係数の値は構造系の差異や部 材の破断位置によって異なったものになる.

図-17,18 をもとに2 種類のトラス橋のリダンダンシー 解析に用いる一定の衝撃係数について具体的に考察す る.まず、下路式トラス橋の破断 Casel や Case4 では URS<sup>1)</sup> による  $I_i = 1.854$  の値はほぼ妥当な値となっている. 一 方、Case2 や Case3 では  $I_i = 1.6$ , 1.5 が妥当で  $I_i = 1.854$  は 安全側の値である. 一方、上路式トラス橋では破断ケー スによらず静的応力増分の大きな部材では衝撃係数はほ ぼ一定で  $I_i = 1.2$  程度が妥当な値である.

上記のような構造内で一様な衝撃係数を用いる場合で も衝撃係数は構造系の差異や破断部材位置により変化さ せるのが妥当である.これを求めるためには7.で示した ような簡易法が実務的には有効と考える.

なお、断面力照査法でも6. で述べた理由により、ここで議論した衝撃係数の値を準用できると考えられる.

#### 9. まとめ

静的線形弾性解析に基づく橋梁のリダンダンシー解析 で考慮する必要のある部材破断時の衝撃係数について考 察した.ここでは、上路式ならびに下路式トラス橋の引 張り斜材が破断する場合について、衝撃係数が最も大き くなると考えられる脆性的な破断を対象に数値解析を用 いて検討した.得られた結果を以下にまとめる.

- 引張り斜材が脆性的に破断する場合,破断時にひずみ が突如解放される.この結果,まず,ひずみは縦波と して高速で部材両端方向に伝搬し破断部材の格点に 一次衝撃を与える.つぎに,部材破断による構造系全 体の剛性低下により新たなつり合い状態への動的な 移行により二次衝撃が発生する.
- 2) 一次衝撃による応力の動的増幅は二次衝撃による応力の増幅に較べて小さい.また、一次衝撃と二次衝撃の発生には時間差があり両者の連成の影響は無視できる.すなわち、リダンダンシー解析では衝撃係数として二次衝撃によるもののみを考慮すればよい.
- 3) 一次衝撃,二次衝撃を同時に精度良く解析するには一次衝撃でのひずみ伝播における縦波の波長が非常に短く,伝播速度が速いので,細密な要素分割と時間増分となり,時刻歴応答解析では膨大な計算時間を要する.ここでは衝撃係数への一次衝撃の影響が無視できることから,二次衝撃のみを精度良く解析できる近似解析法を提示した.この手法により大幅に計算時間を短縮できる.
- 4) 上路式と下路式のトラス橋の解析例から衝撃係数は 部材破断による静的な応力増分の絶対値が小さい部 材では大きくばらつき、その値が非常に大きくなる部

材もある.しかしながら,静的な応力増分の絶対値が 増加すると衝撃係数は急激に減少し,ある一定値に収 束する傾向を示す.

- 5) 部材破断による静的な応力増分の絶対値が増加する と衝撃係数はある一定値に収束する傾向を示すが、数 値計算例から収束値の大きさは上路式と下路式のト ラス橋で異なる.また、下路式トラス橋では引張り斜 材の破断位置にも影響を受ける.
- 6)構造減衰5%に相当する Rayleigh減衰を考慮した時刻 歴応答解析から得られる衝撃係数の収束値は下路式 トラス橋の時刻歴応答解析から部材破断位置により 1.5~1.8の範囲をとる.この上限値は5%の減衰を考慮 した1自由度系により近似的に URS Corporation によ り求められている衝撃係数の値 1.854 に近い.一方, 上路式トラス橋では部材破断位置によらず衝撃係数 の収束値は 1.2 となる.
- 7)時刻歴応答解析によらず固有値解析のみから RMS 法で最大応答値を近似的に求め、衝撃係数を算定する簡易法を提示した.上路式ならびに下路式トラス橋モデルを対象に簡易法により算定された衝撃係数は構造系や破断部材の位置の違いにより変動する特性を再現している.さらに、簡易法による衝撃係数の値は、部材破断時の静的応力増分値が大きな重要な部材において、時刻歴応答解析による正確な衝撃係数の良好な近似値となる.
- 8) 通常のリダンダンシー解析では部材によらず一定の 衝撃係数を用いるのが実際的である.この衝撃係数の 値としては部材破断による静的な応力増分が大きい 部材応力評価点での値に対応する収束値(一定値)を 用いるのが妥当である.これは、部材破断時の静的な 応力増分の絶対値が大きい部材では動的な応力増分 も大きく、安全性照査において重要な部材になるから である.

### 付録1

長さ1の部材が支間中央で破断したときに生じる縦振動の弾性解に基づき、一次衝撃を FEM で正確に解析するのに必要な要素長について考察する.

一端固定,他端自由の長さl/2の弾性棒の自由端に初 期伸び変位 $u_0$ を与えることで,破断前の部材を再現する. 完全に脆性的な破断現象は初期伸び変位 $u_0$ を突如解放す ることで表す.このときの縦振動による軸方向変位の解 析解は以下のようなフーリエ級数により表わされる<sup>11)</sup>.

$$u(x,t) = \frac{8u_0}{\pi^2} \sum_{n=1,3,5,\cdots}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{n-1}{2}}}{n^2} \sin \frac{n\pi x}{l} \cos \frac{n\pi c_L t}{l} \quad (a)$$

ここで、xは固定端からの距離、tは解放の瞬間からの

経過時間,  $c_L$  は弾性波速度である. これより, 軸方向ひ ずみ $\varepsilon_l$  は以下のように表わされる.

$$\varepsilon_{l}(x,t) = \frac{8u_{0}}{\pi l} \sum_{n=1,3,5,\cdots}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{n-1}{2}}}{n} \cos \frac{n\pi x}{l} \cos \frac{n\pi c_{L}t}{l}$$
(b)

付図-1には、式(b)において $n=\infty$ まで加算した収束解, n=1のみとn=5, 11, 31まで加算したときの固定点(x=0) での軸方向ひずみ $\varepsilon_l$ の一周期分(周期T)の時間変動の 様子を、初期の軸方向ひずみ $\varepsilon_{l,0} = u_0 / (l/2)$ で基準化し て示している.式(b)を無限項まで加算した場合の理論解 は、+1,-1,+1,-1の矩形波となる.式(b)からも分かるように この級数の収束速度はnについて 1 次のオーダーである ため、縦振動現象を精度よく捉えるためには高次の振動 モードまで考慮する必要がある.このことは付図-1から 確認できる.

式(b)をもとに縦振動現象を正確に解析するためのFEM 解析での要素長について検討する. 第 n 項の縦振動の波長は式(b)より以下のように表わされる.

$$\lambda_n = 2l/n \tag{c}$$

式(b)の第n項の振動モードを正確に解析するためには 波長 $\lambda_n$ を複数の有限要素で表す必要がある.すなわちmを自然数として有限要素長 $l_e$ は以下のようになる.

$$l_e = \lambda_n / m = (2l / n) / m \tag{d}$$

本論文での下路式トラスでは、部材長(*1*)=10.4(m)に対 して 400 分割している、例えば、*m*=10 と考えると、式 (d)から解析において考慮される縦振動の式(b)の項数の最 大は*n*=79 となり、付図-1 から縦振動をほぼ精度良く解 析できる.一方、二次衝撃解析用の疎な要素分割(一部 材 30 分割)になると、*n*=5 までしか考慮されず、一次衝 撃による縦振動を十分に再現することはできない.

#### 参考文献

 URS Corporation: Fatigue evaluation and redundancy analysis, Bridge No.9340, I-35W over Mississippi river, Draft report, 2006.



付図-1 縦振動による軸方向ひずみの変動

- 2) 国土交通省 中部地方整備局 三重河川国道事務所 Web ページ (URL:
- http://www.cbr.mlit.go.jp/mie/oshirase/kisya/h19.html)
- 3) 国土交通省 東北地方整備局 秋田河川国道事務所 Web ページ (URL:

http://www.thr.mlit.go.jp/akita/kinkyu/kinkyu history.html)

- 4) 永谷秀樹,明石直光,松田岳憲,安田昌宏,石井博典, 宮森雅之,小幡泰弘,平山博,奥井義昭:我国の鋼ト ラス橋を対象としたリダンダンシー解析の検討,土木 学会論文集A, Vol.65, No.2, pp.410-425, 2009.5.
- 5)本多一成,後藤芳顯,川西直樹:リダンダンシー解析 における鋼トラス橋の部材破断時の衝撃係数に関す る一考察,第64回年次学術講演会講演概要集,I-113, pp.225-226,2009.
- 6) 大森友博,齋藤幸司,岩崎栄治,長井正嗣:既設ゲルバートラス橋のリダンダンシー評価の検討,土木学会第64回年次学術講演会,I-453, pp.905-906, 2009.
- 久田俊明,野口裕久:非線形有限要素法の基礎と応用, pp.271,丸善,1995.
- 8) 日本道路協会:道路橋示方書・同解説 I共通編Ⅱ鋼 橋編,2002.
- ABAQUS Inc.: ABAQUS/Standard User's Manual, Version 6.5 Hibbit, Karlson&Sorensen, 2005.
- 10) 土岐憲三(土木学会編):新体系土木工学 11 構造物 の耐震解析, p.145-147, 技法堂, 1981.
- 11) S. チモシェンコ:工業振動学,東京図書,1966. (2009 年 9 月 24 日受付)