神経振動子を組み込んだ歩道橋の動的応答解析に関する基礎的研究

Dynamic response analyses taking into account the neural-oscillator for human-induced lateral vibration on pedestrian bridges

米田昌弘*
Masahiro YONEDA

*工博，近畿大学教授，理工学部社会環境工学科（〒577-8502 東大阪市小若江 3-4-1）

Locomotion of animals, such as walking and running, is generated and controlled by the central nervous system called as the central pattern generators (CPGs) which are neural networks that can produce rhythmic patterned outputs. Recently, the CPGs framework has been utillized to develop locomotion controllers for autonomous walking robots. Therefore, in this paper, dynamic response analyses taking into account the neural-oscillator-model proposed by Matsuoka are carried out for the pedestrian bridge model. It was confirmed from numerical simulations that the proposed method based on the neural-oscillator model might be one of useful ways to consider the synchronized oscillations on the pedestrian bridges.

Key Words: neural-oscillator, synchronization, pedestrian bridge, lateral vibration
キーワード：*神経振動子，同期現象，歩道橋，水平振動*

1. まえがき

歩行者によって誘起される歩道橋の鉛直たわみ振動に関しては，振動使用性の評価基準や設計上の簡易照査法がほぼ確立されている[1)~3)]．これに対し，歩行者に起因した歩道橋の水平振動は，歩行にともなう踏力の水平成分が鉛直成分のほぼ 1/10 と小さいこともあり，従来はあまり注目されていなかった．しかしながら，テムズ河に架かるミレニアムブリッジ，セーヌ河に架かるソルフェリーノ歩道橋で，それぞれ群衆による大きな水平振動が生じ，相次いで閉鎖される事態が生じた[4), 5)]．群衆に起因した歩道橋の水平振動については，わが国においてもすでに藤野らによって調査されており，比較的大きな水平振動が発生している場合，歩行者が桁の動きに同調し，歩調だけでなく位相までそろって歩行するグループが認められたと報告している[6)]．すなわち，何らかの要因で水平振動が発生した歩道橋では，歩道橋と歩行者の間で一種の動的相互作用が生じ，振幅の増大とともに歩行者の歩調が歩道橋の固有振動数と同調するようになり，その結果，さらに大きな振動へと発達していくメカニズムを説明している．

最近になって，わが国では観光地の集客を目的として，長大な歩行者専用吊橋が幾つも建設されているが，これらの中には開通直後から歩行者によって高次の水平振動が発現したとの報告もなされている[7)]．ところで，ロボット工学の分野では，ロボットの運動制御に適用するため，以前から神経振動子に関する研究が活発になされてきた[8)]．この神経振動子の大きな特徴は，神経振動子の固有周波数が外部入力の周波数と十分に近いときに，神経振動子の出力と外部の振動的入力との間の位相関係が強く固定される引き込み現象が生じることである[9)]．このロボット工学の分野で知られている神経振動子を適用すれば，歩道橋と歩行者の間で生じる動的相互作用のみならず，群衆が移動する場合に発現する歩道橋の水平振動についても解明できる可能性がある．しかしながら，神経振動子のパラメーターは経験的に決められる場合がほとんどであり，歩行者による歩道橋の水平振動への適用にあたっては，神経振動子の基本特性について十分な検討が必要であることは言うまでもない．このような観点から，著者は，先の論文 10)で，神経振動子の固有周波数特性とその引き込み現象について詳細な解析的検討を実施した．その結果，時定数の比 τ_1/τ_2 が同じ場合，神経振動子の固有周波数は $1/\tau_1$ に比例することを明らかにするとともに，神経振動子の固有周波数を算出するための算定式を提示した．

そこで，本研究では，これらの知見にもとづき，神経振動子を組み込んだ歩道橋の動的応答解析を実施することとした．その結果，神経振動子を組み込んだ動的応答解析を実施すれば，歩行者の歩調が歩道橋の振動数に

引き込まれる引き込み現象を再現でき，歩道橋の水平振動問題を検討する上で有用な手法になり得ることが明らかになったので，ここにその検討結果を報告する．

2. 神経振動子の概要

生物の基本的な運動である歩行や飛行および遊泳などの周期的な運動は生物の体内に存在する中央パターン生成器(Central Pattern Generator の頭文字をとって CPG と記されることが多い）と呼ばれる神経回路によって制御されている．この神経回路内に見られるニューロン間の興奮・抑制メカニズムをモデル化したものが神経振動子と呼ばれるものである．神経振動子には制御対象に同調する（制御対象に合わせて運動する）特性があることから，最近では特に神経振動子をロボットの運動制御に適用するための研究が活発に実施されている[9]．

人間における神経振動子の存在は間接的にしか確認されていないが，そのモデルは松岡をはじめとする研究者によって解明されている[8]．図−1 に松岡の提案する神経振動子モデルを示す．この神経振動子モデルは，神経素子（ニューロン）の対を相互抑制的に結合することによって形成されており，以下のような 2 変数微分方程式で表すことができる．

$$\tau_1 \dot{x}_1 = -x_1 - \beta v_1 - \gamma [x_2]^+ + c - [u_f]^+ \quad (1)$$

$$\tau_2 \dot{v}_1 = -v_1 + [x_1]^+ \quad (2)$$

$$\tau_1 \dot{x}_2 = -x_2 - \beta v_2 - \gamma [x_1]^+ + c - (-1.0) \times [u_f]^- \quad (3)$$

$$\tau_2 \dot{v}_2 = -v_2 + [x_2]^+ \quad (4)$$

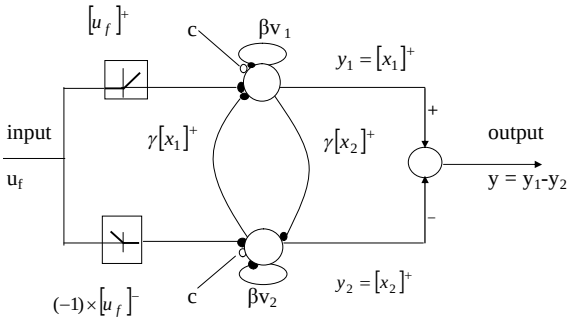
ここに，x_1 と x_2 は神経素子（ニューロン）の膜電位，v_1 と v_2 は内部状態を表す変数，τ_1 と τ_2 は時定数，β は疲労係数とも呼ばれる順応の強度を表す係数，γ は二つの順応素子の結合係数，u_f は外部からの持続入力である．また，c は tonic な入力（tonic は「元気づける」という意味）で $c = 0$ だと振動は生じない．さらに，$[x]^+$ は閾値関数で，

$$[x]^+ = \max(x, 0) \quad (5)$$

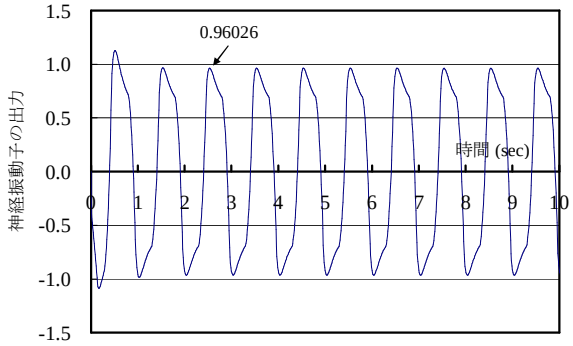
と表される非線形関数である．ちなみに，x_1 と x_2 の正の部分が各神経素子の出力に対応することから，神経振動子の出力 y_{out} は，

$$y_{out} = y_1 - y_2 = \max(x_1, 0) - \max(x_2, 0) \quad (6)$$

で求められる．なお，式(1)と式(3)の右辺第二項が $\beta[v_1]^+$，$\beta[v_2]^+$ と記述された論文もあるが，通常は v_1 と v_2 が正であり，同じ結果が与えられることを付記しておく．また，土木（橋梁）技術者にはなじみの薄い神経振動子モデルを歩道橋の水平振動問題に適用する場合，外部からの持続入力 u_f は歩道橋の水平振動応答，出力である



図−1　松岡の神経振動子モデル

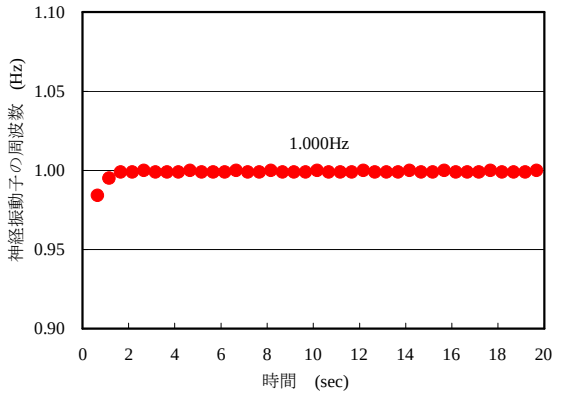


図−2　CASE-151515 における出力波形（$\tau_1 = 0.0454$，$\tau_2 = 0.454$ で外部入力なし）

y_{out} は歩行者の水平変位応答に対応することも合わせて述べておく．

図−1 および式(1)〜式(4)からわかるように，二つの神経素子の両方へ一定の tonic な入力 c が与えられると，偶然，他方よりも大きな状態値を持ったどちらかの神経素子（たとえば，x_2 と v_2）が最初により強く他方よりも興奮することになる．そして，より励起した側（ここでの説明では x_2）が，式(1)の結合係数 γ を通して，他方（ここでの説明では x_1）を抑制する．その結果，他方の神経素子からの抑制がさらに弱くなるため，より励起した側の興奮がさらに大きくなる．その後，より励起した側の興奮が頂点に達すると，順応性により x_2 の興奮が徐々に緩和され，これが他方への抑制を弱め，その結果，他方の神経素子の興奮が強くなってくる．この一連の過程はシーソーのように続くことになる．そして，振動的な外部入力 u_f が一定の tonic 入力 c に重畳され，その信号の周波数が神経振動子の固有周波数に十分近いときに，神経振動子の出力と振動的入力との間の位相関係が強く固定されるが，これが引き込み特性と呼ばれるものである．

神経振動子に外部から持続入力が作用しない場合において，時定数 τ_1，τ_2 を $\tau_1 = 0.0454$，$\tau_2 = 0.454$ に，パラメーター β，γ，c を $\beta = 1.5$，$\gamma = 1.5$，$c = 1.5$ に設定して，神経振動子（初期値は $x_1 = 1.5$，$x_2 = -0.3$）



図−3　CASE-151515（$\tau_1 = 0.0454$，$\tau_2 = 0.454$ で外部入力なし）の出力波形から算出した周波数

から出力される波形を算定した．なお，本文では，必要に応じて $\beta = 1.5$，$\gamma = 1.5$，$c = 1.5$ に設定した場合を CASE-151515 と記すこととする．この CASE-151515 について得られた出力波形を図−2 に示す．ここで，神経振動子モデルの出力図において，出力の最大値（3 波目は 0.96026 であり，この値は定常状態の最大値にほぼ対応する）を与える時間差を読み取れば固有周期が求まり，固有周期の逆数から固有周波数を算出できる．ところで，著者は，先の論文 10)で，時定数の比 τ_1/τ_2 が同じ場合，神経振動子の固有周波数は $1/\tau_1$ に比例することを明らかにし，神経振動子の固有周波数を算定する簡易式を表−1 のように提案している．これに対し，図−2 に示した出力波形の 3 波目以降について，ゼロクロッシング法で周波数を算定すると図−3 からわかるように $f = 1.000$ Hz となり，この値は表−1 に示した簡易式から求めた

$$f = 0.0454 \times \frac{1}{0.0454} = 1.000 \text{ Hz}$$

とも一致する．ちなみに，CASE-202015 の場合（$\beta = 2.0$，$\gamma = 2.0$，$c = 1.5$ の場合）は表−2 に示す各式を，CASE-252515 の場合（$\beta = 2.5$，$\gamma = 2.5$，$c = 1.5$ の場合）は表−3 に示す各式をそれぞれ適用すれば，神経振動子モデルの固有周波数を算出できる．

3. 神経振動子の出力波形を用いた動的応答解析

図−3 に示したように，定常状態に達した後の神経振動子（$\tau_1/\tau_2 = 0.0454/0.454 = 0.1$ の CASE-151515）の出力波形は周波数が 1.000Hz となっているが，図−2 からわかるように出力波形の性状は明らかに正弦波と異なっている．そこで，神経振動子の出力波形を用いた動的応答解析を実施し，歩行外力性状の差異による影響を検討することとした．

3.1 歩行外力に変換するための係数

固有周波数が 1.000Hz となるように設定した

表−1　神経振動子の固有周波数算定式（CASE-151515）

τ_1/τ_2	固有周波数 (Hz)
0.1	$f=0.0454\times1/\tau_1$
0.2	$f=0.0689\times1/\tau_1$
0.3	$f=0.0861\times1/\tau_1$
0.4	$f=0.1012\times1/\tau_1$
0.5	$f=0.1125\times1/\tau_1$

表−2　神経振動子の固有周波数算定式（CASE-202015）

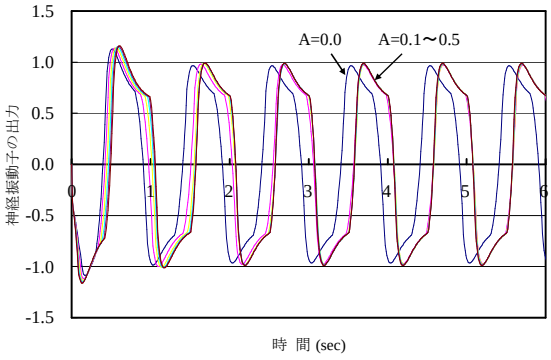
τ_1/τ_2	固有周波数 (Hz)
0.1	$f=0.0417\times1/\tau_1$
0.2	$f=0.0668\times1/\tau_1$
0.3	$f=0.0847\times1/\tau_1$
0.4	$f=0.0991\times1/\tau_1$
0.5	$f=0.1115\times1/\tau_1$

表−3　神経振動子の固有周波数算定式（CASE-252515）

τ_1/τ_2	固有周波数 (Hz)
0.1	$f=0.0395\times1/\tau_1$
0.2	$f=0.0665\times1/\tau_1$
0.3	$f=0.0850\times1/\tau_1$
0.4	$f=0.0991\times1/\tau_1$
0.5	$f=0.1121\times1/\tau_1$

$\tau_1/\tau_2 = 0.0454/0.454 = 0.1$ の CASE-151515 において，周波数が 1.000Hz で振動振幅 A が A=0.1～0.5（無次元だが次元を m と考えても良い）の外部入力がそれぞれ作用する場合について，神経振動子の出力応答を計算した．その結果を図−4 に示す．なお，この図には，外部入力の振動振幅を A=0 とした場合の出力波形（固有周波数を算定した出力波形）も付記している．この図より，定常状態に達した後の A=0 と A=0.1～0.5 の出力を比較すると，位相に差異は存在するものの，波形の最大値はほぼ一致していることがわかる．

ところで，従来は，歩行者に起因した歩道橋の水平振動について検討する場合，水平方向の歩行外力として鉛直成分の 1/10 程度を考えてきた．具体的に例示すれば，歩道橋の水平固有振動数 f_h が $f_h = 1.000$ Hz の場合，歩行者による鉛直加振の歩調が 2.000 歩／秒（水平方向の加振は 2.000/2=1.000 歩／秒となる）であれば，図−5 からわかるように鉛直加振の衝撃力比 α は $\alpha = 0.4$ であり，



図－4　$\tau_1 = 0.0454$，$\tau_2 = 0.454$ で $\tau_1/\tau_2 = 0.1$ に設定した CASE-151515 からの出力応答（周波数が 1.000Hz で振動振幅 A が A=0，0.1～0.5 の外部入力が作用する場合）

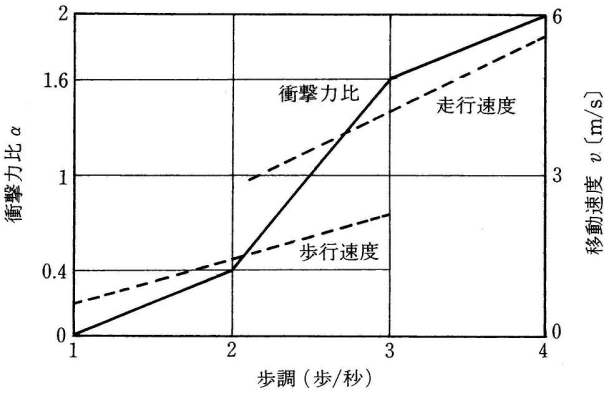
歩行者の体重 W を $W = 686$ [N]と仮定すれば，水平方向の最大加振力 F_h [N]は，

$$F_h = 0.1 \times \alpha W = 0.1 \times 0.4 \times 686 = 27.44 \quad [\mathrm{N}]$$

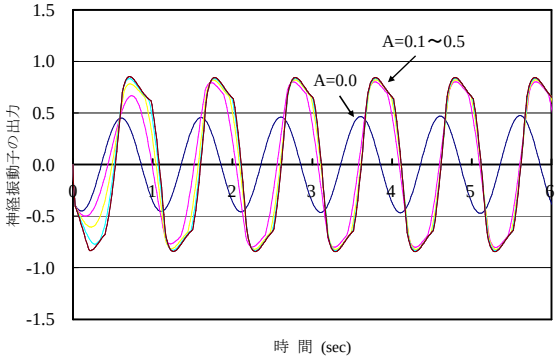
となる．

図－4 からわかるように，定常状態に達した後，$\tau_1/\tau_2 = 0.0454/0.454 = 0.1$ に設定した CASE-151515 の神経振動子から出力される波形の最大値は，ほぼ 1.000 となっている．それゆえ，$\tau_1 = 0.0454$，$\tau_2 = 0.454$ で $\tau_1/\tau_2 = 0.1$ とした CASE-151515 の神経振動子では，出力波形に 27.44 を乗じれば，歩行者一人当たりの水平歩行外力（単位は N）にほぼ対応すると言える．

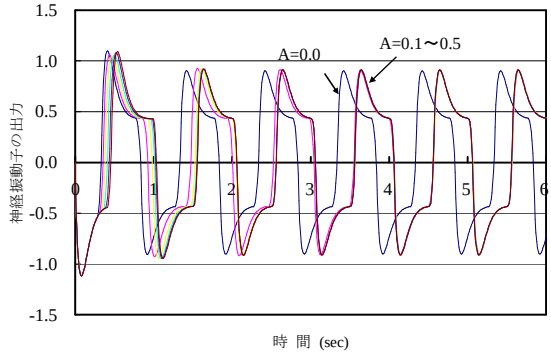
なお，補足として，固有周波数が 1.000Hz となる CASE-151515 のその他の設定を考えて，$\tau_1/\tau_2 = 0.1125/0.225 = 0.5$ とした場合にも着目し，周波数が 1.000Hz で振動振幅 A が A=0 と A=0.1～0.5 の外部入力がそれぞれ作用する場合について，神経振動子の出力応答を計算した．その結果を図－6 に示す．図－6 からわかるように，$\tau_1/\tau_2 = 0.1125/0.225 = 0.5$ に設定した CASE-151515 の神経振動子から出力される波形の最大値は，A=0.1～0.5 の外部入力で 0.80～0.85 とおおむね等しくなっているものの，A=0 では 0.5 程度（結果は省略するが，この応答は定常状態に達しておらず，解析時間 40 秒で約 0.65 となり，さらに発達する）であり，$\tau_1/\tau_2 = 0.0454/0.454 = 0.1$ に設定した CASE-151515 の神経振動子から出力される波形特性と大きく異なることがわかる．また，CASE-252515 についても固有周波数が 1.000Hz となる $\tau_1/\tau_2 = 0.0395/0.395 = 0.1$ に着目し，周波数が 1.000Hz で振動振幅 A が A=0 と A=0.1～0.5 の外部入力がそれぞれ作用する場合について，神経振動子の出力応答を計算した．その結果を図－7 に示す．図－7 から，$\tau_1/\tau_2 = 0.0395/0.395 = 0.1$ に設定した CASE-252515 の神経振動子から出力される波形の最大値は，図－4 に示した結果と同じく，入力振幅の大きさ



図－5　歩調と衝撃力比 α ならびに移動速度 v の関係



図－6　$\tau_1 = 0.1125$，$\tau_2 = 0.225$ で $\tau_1/\tau_2 = 0.5$ に設定した CASE-151515 からの出力応答（周波数が 1.000Hz で振動振幅 A が A=0，0.1～0.5 の外部入力が作用する場合）

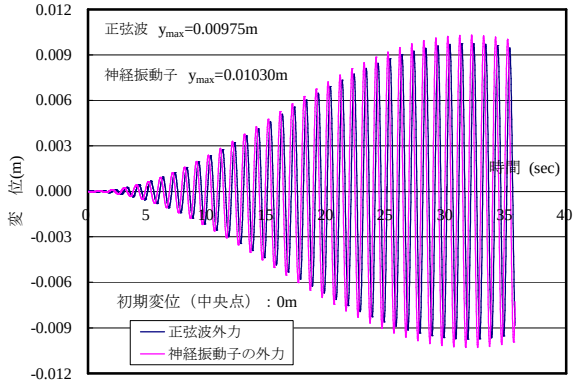


図－7　$\tau_1 = 0.0395$，$\tau_2 = 0.395$ で $\tau_1/\tau_2 = 0.1$ に設定した CASE-252515 からの出力応答（周波数が 1.000Hz で振動振幅 A が A=0，0.1～0.5 の外部入力が作用する場合）

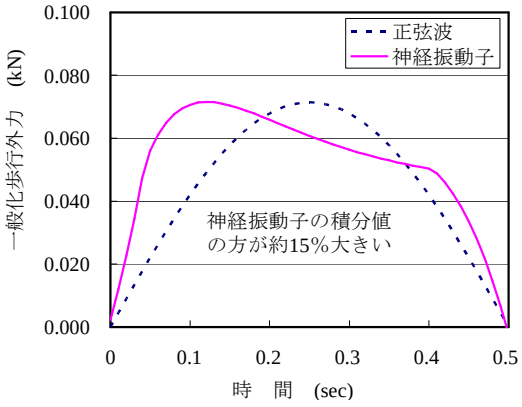
（A=0，0.1～0.5）にかかわらず，ほぼ 0.91 で等しいことがわかる．ただし，歩行外力としてモデル化される場合の多い正弦波形を基本として考えた場合，図－7 の出力波形（$\tau_1/\tau_2 = 0.0395/0.395 = 0.1$ の CASE-252515）は，図－4 の出力波形（$\tau_1/\tau_2 = 0.0454/0.454 = 0.1$ の

表－4　対象とした歩道橋の構造諸元

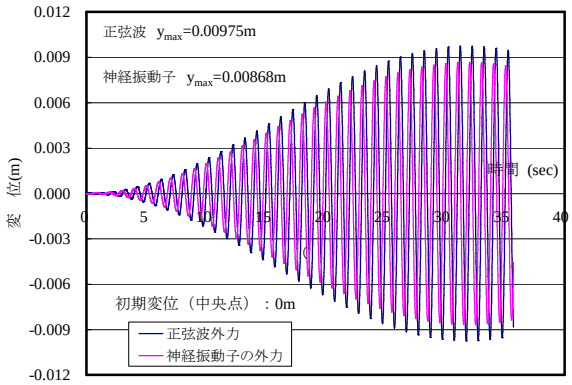
モデル	橋長	単位長さ当たりの重量	弾性係数	断面２次モーメント	１次振動数
MODEL-100	50m	14.7kN/m	20.58×10^{7} kN/m^2	0.01844 m^4	1.000Hz



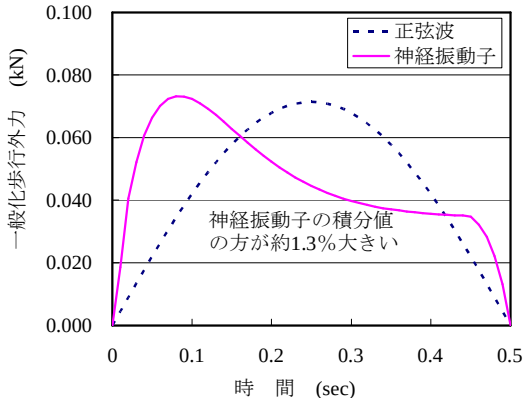
図－8　神経振動子（$\tau_1/\tau_2=0.0454/0.454=0.1$ の CASE-151515）からの出力波形と正弦波形を歩行外力とした場合の変位応答



図－9　一般化歩行外力（CASE-151515 の神経振動子からの出力外力と正弦波外力）の比較



図－10 神経振動子（$\tau_1/\tau_2=0.0395/0.395=0.1$ の CASE-252515）からの出力波形と正弦波形を歩行外力とした場合の変位応答

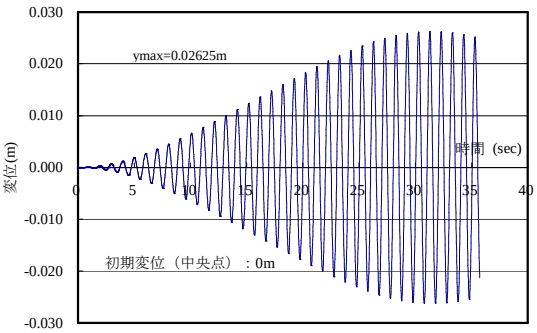


図－11　一般化歩行外力（CASE-252515 の神経振動子からの出力外力と正弦波外力）の比較

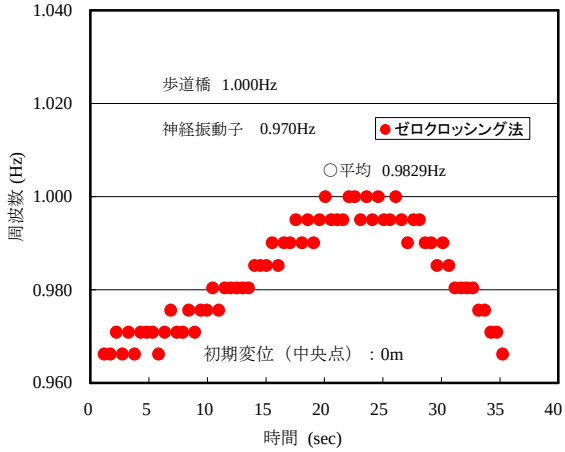
CASE-151515）よりも，正弦波形との差異が大きいと言える．それゆえ，次節以降では，$\tau_1=0.0454$，$\tau_2=0.454$ で$\tau_1/\tau_2=0.1$ に設定した CASE-151515 の神経振動子を主たる検討対象とする．なお，CASE-151515 の神経振動子において，たとえば固有周波数を 0.970Hz に設定する場合，表－1 中に示した$\tau_1/\tau_2=0.1$ の簡易式を適用すれば，時定数τ_1 は$\tau_1=0.0454/0.970=0.046804$，時定数$\tau_2$ は$\tau_2=\tau_1/0.1=0.46804$ となることを付記しておく．

3.2 歩行外力性状の差異による影響

神経振動子（$\tau_1/\tau_2=0.0454/0.454=0.1$ に設定した CASE-151515）からの A=0.1 とした出力波形と正弦波形を歩行外力とした場合のそれぞれについて，ニューマークの β 法（$\beta=1/6$，時間刻み$\Delta t=0.005$sec）による動的応答解析を実施し，歩行外力性状の差異による影響を検討した．ただし，ここでの解析では，歩道橋の構造対数減衰率δ を$\delta=0.02$ と仮定した．また，歩行者数を 1 名としたが，歩行者 10 人分に相当する歩行外力を考慮するものとした．すなわち，神経振動子からの出力波形を用いた応答解析では，事前に計算した出力波形に 27.44×10 を乗じた波形（単位は N）を歩行外力とした．なお，当然であるが，正弦波形を用いた解析でも，最大値が 27.44×10（単位は N）となる歩行外力を考慮することに



図－12　神経振動子（固有周波数は 0.970Hz）を組み込んだ歩行者（おおむね 30 人分の水平歩行外力）が歩道橋上を移動する場合の動的応答解析結果



図－13　神経振動子の出力周波数（1.000Hz の歩道橋上を通行する場合）

なる.

対象とした歩道橋は, 表－4 に示すように, 橋長が 50m で，水平方向の基本固有振動数は 1.000Hz である．ちなみに，桁形式の歩道橋では，上流側と下流側の二つの支点の作用で水平方向（面外方向）に対して固定となるが，群衆による水平方向振動が問題となっている長大な吊形式歩道橋では，支点条件が面外方向に拘束（固定）されていても両端ヒンジとした正弦波を呈することが知られている．それゆえ，本研究では，桁部を一本の梁にモデル化し，面外方向に対して両端ヒンジとした歩道橋モデルを採用することとした.

図－8 より，正弦波形を歩行外力とした場合の最大変位応答は $y_{max}=0.00975$ m であるのに対し, 神経振動子から出力された波形を用いた場合の最大変位応答は $y_{max}=0.01030$ m で，5.6%だけ大きな値を示していることがわかる．そこで，神経振動子からの歩行外力と正弦波外力について，モード振幅を乗じた一般化歩行外力の半波長を比較した．その結果を図－9 に示す．この図より, 半波長分について積分値（一般化歩行外力×時間）を計算すると, 神経振動子の方が正弦波よりも 15%程度大きな値になっていることがわかる．それゆえ，正弦波形よりも，神経振動子の出力波形を用いた場合の方が，解析で大きな最大変位応答が得られたのは，ここに示した一般化歩行外力の積分値が大きくなったことを考えれば十分に理解できる．ちなみに，歩行外力性状の差異を考慮するための補正値として 10%を仮定すれば, 15%−10%（補正値）=5%となるが，この値はここに示した 5.6%とほぼ等しいことを述べておく.

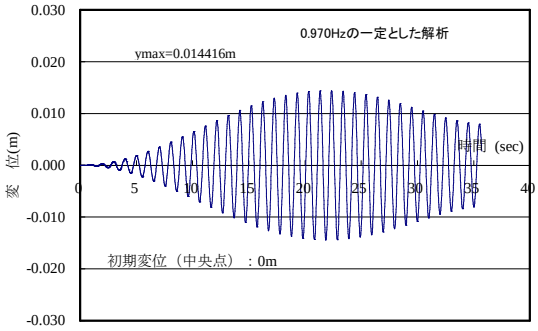
なお，参考までに，$\tau_1/\tau_2=0.0395/0.395=0.1$ に設定した CASE-252515 からの A=0.1 とした出力波形を用いた場合についても動的応答解析を実施し，正弦波形を歩行外力とした場合の結果と比較することとした．その結果を図－10 に示す．なお，神経振動子からの出力波形を用いた応答解析では, 事前に計算した出力波形に 27.44×10×1.00/0.91 を乗じた波形（単位は N）を歩行外力とした．ここに，1.00/0.91 は，図－4 と図－7 を比較すればわかるように，定常状態に達した後の最大出力の比率に対応し，この値を乗じることで，図－8 の計算結果と同じく，歩行者 10 人分に相当する歩行外力を考慮したことになる．図－10 より，神経振動子から出力された波形を用いた場合の最大変位応答は $y_{max}=0.00868$ m で，正弦波形を歩行外力とした場合の最大変位応答（$y_{max}=0.00975$ m）と比較して，約 11%だけ小さな値を示していることがわかる．ちなみに，半波長分について積分値（一般化歩行外力×時間）を計算すると，図－11 からわかるように，神経振動子の方が正弦波よりも 1.3%だけ大きな値になっていたが, 補正値を同様に 10%と仮定すれば 1.3%−10%（補正値）=−8.7%となり，ここでの最大応答変位の低下（約 11%）とほぼ等しいことを述べておく.

4. 神経振動子を組み込んだ動的応答解析

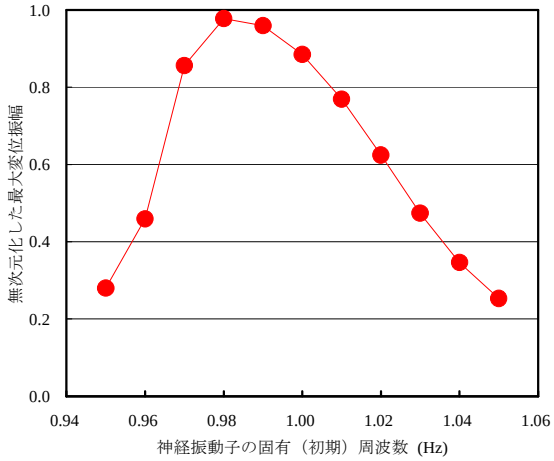
神経振動子を組み込んだ動的応答解析を実施するにあたっても，表－4 に示した支間長が 50m で固有振動数が 1.000Hz の歩道橋を対象とした. なお, 51 人の群衆（歩行者間隔は 1m）を考慮した解析を予備的に実施したところ，それぞれの歩行者はきわめて複雑な挙動を呈したことから，本研究では歩行者の基本的な挙動を解明することに主眼を置くこととし, 30 人分の水平歩行外力を有する歩行者一人が歩行する場合について，神経振動子を組み込んだ動的応答解析を実施するものとした.

4.1 初期周波数を 0.970Hz に設定した場合

神経振動子の固有周波数が 0.970Hz となるように，時定数 τ_1，τ_2 を $\tau_1/\tau_2=0.046804/0.46804=0.1$ に設定



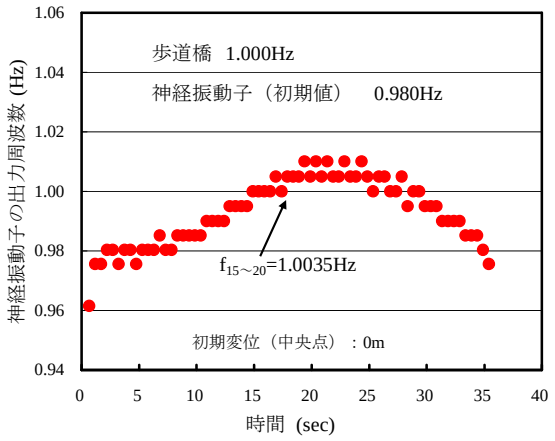
図－14　歩行者（おおむね 30 人分の水平歩行外力）の周波数が 0.970Hz のまま変化しないとした場合の動的応答解析結果



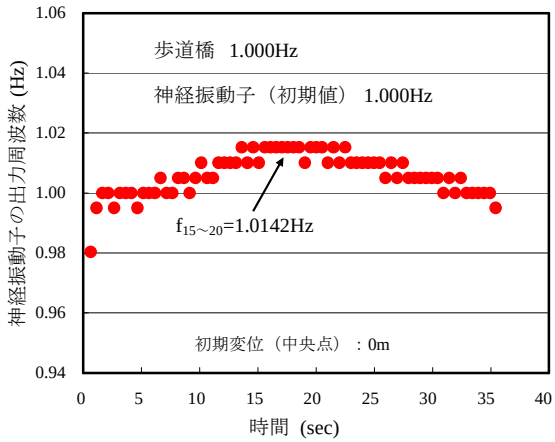
図－15　神経振動子の初期周波数と桁中央点における最大変位振幅の関係

するとともに，パラメーター β ， γ ， c を $\beta=1.5$ ，$\gamma=1.5$ ，$c=1.5$ （初期値は $x_1=1.5$ ，$x_2=-0.3$ に設定）とした歩行者（神経振動子）が，対象とした歩道橋（固有振動数は 1.000Hz で，構造対数減衰率は $\delta=0.02$ と仮定）の入口から出口まで歩行する場合について動的応答解析を実施した．ここに，歩行者の歩行速度は 1.4m/s としたが，図－5 からもわかるように，この値は 2 歩／秒で歩行する場合の歩行速度に対応する．また，簡単のため，歩行者数を一人とし，神経振動子の出力に，係数を乗じて歩行外力の最大値が 0.8232 kN となるように設定したが，この値は体重 0.686kN=686N の歩行者 30 人による水平歩行外力とおおむね一致する．

神経振動子を組み込んだ動的応答解析では，歩行者が桁上を移動すると，歩行者（神経振動子）から歩行外力が出力（＝神経振動子の出力×係数）され，その歩行外力で桁が加振されて応答変位が生じ，歩行者位置での振動振幅が大きくなると歩行者（神経振動子）に引き込み現象が生じることになる．動的応答解析で得られた，桁中央点における変位応答波形を図－12 に示す．また，神経振動子の出力波形から，ゼロクロッシング法を用いて神経振動子の固有周波数を半波長ごとに算定した結果を図－13 に示す．この図－13 より，はじめに 0.970Hz であった神経振動子の周波数が徐々に増加していき，振動振幅の大きい中央点付近で歩道橋の固有振動数である 1.000Hz に引き込まれた後は，歩行位置での応答振幅の低下とともに，周波数が低下していく様子が読み取れる．なお，参考までに，神経振動子は引き込みを起こさない（出力の周波数が 0.970Hz のまま変化しない）と仮定した場合の解析結果を図－14 に示すが，図－12 と図－14 を比較すれば，両者の応答に明確な差異が認められる．それゆえ，神経振動子を組み込んで動的応答解析を実施すれば，群衆による歩道橋の水平振動に対して，引き込み現象を考慮した，より合理的な検討を実施できる可能性が高いと言える．



(a) 初期周波数を 0.980Hz に設定した場合



(b) 初期周波数を 1.000Hz に設定した場合

図－16　神経振動子の出力波形から算定した周波数（ゼロクロッシング法）

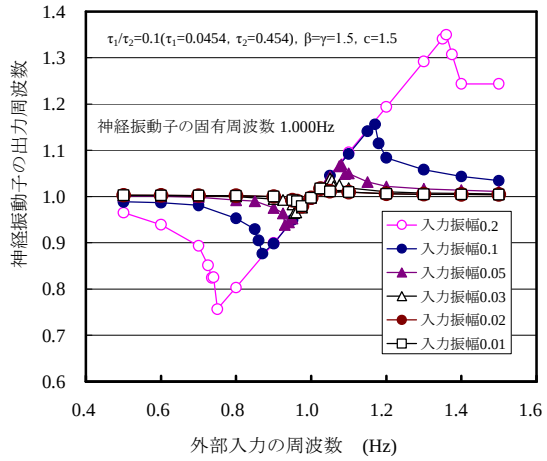
4.2 初期周波数を 0.95Hz～1.05Hz の範囲に設定した場合

$\tau_1/\tau_2 = 0.1$ なる条件のもと，神経振動子の初期周波数を 0.95Hz～1.05Hz の範囲で 0.01Hz ピッチごとに変化させた CASE-151515 のそれぞれについても，4.1 と全く同様に動的応答解析を実施した．神経振動子の初期周波数と解析で得られた桁中央点における最大変位振幅の関係を図－15 に示す．なお，この図の縦軸は，振動数が 1.000Hz のままで変化しないとした神経振動子の出力波形を用いた場合の最大変位振幅で，無次元化している．

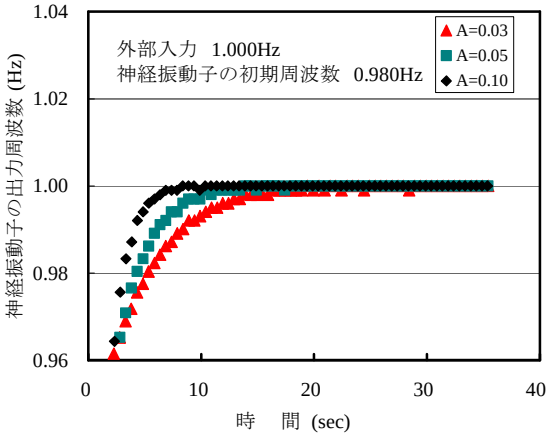
図－15 からわかるように，本節の神経振動子を組み込んだ解析（初期周波数を 0.95Hz～1.05Hz の範囲に設定した解析）では，神経振動子の初期周波数を 1.000Hz に設定した場合よりも，0.980Hz に設定した場合の方が大きな最大応答を示している．そこで，神経振動子の初期周波数を 0.980Hz と 1.000Hz に設定した場合のそれぞれについて，動的応答解析を実行する過程で出力される神経振動子の周波数を対比することとした．ゼロクロッシング法で算定した，それぞれの出力周波数を図－16 に示す．歩道橋の固有振動数が 1.000Hz であることから，振動振幅が大きくなる桁の中央点付近では引き込み現象が生じて歩行者（神経振動子）の出力周波数が 1.000Hz になると予想されたのに対し，この図からわかるように，いずれの場合も，オーバーシュート現象（既定値である 1.000Hz を超える現象）が生じて解析結果は 1.000Hz を少し上回る周波数になっている．そこで，加振力が大きくなる桁中央点付近を歩行する 15 秒～20 秒の区間での平均周波数 $f_{15\sim20}$ を計算したところ，初期周波数を 0.980Hz とした場合が $f_{15\sim20}$ =1.0035Hz，初期周波数を 1.000Hz とした場合が $f_{15\sim20}$ =1.0142Hz であり，初期周波数を 0.980Hz とした場合の方が歩道橋の固有振動数である 1.000Hz により近い値になっていることがわかった．それゆえ，本節の神経振動子を組み込んだ解析（初期周波数を 0.95Hz～1.05Hz の範囲に設定した解析）では，神経振動子の初期周波数を 1.000Hz に設定した場合よりも，0.980Hz に設定した場合の方が大きな最大応答を示したものと考えられる．

4.3 神経振動子の基本特性に対する再検討

神経振動子の大きな特徴は，神経振動子の固有周波数が外部入力の周波数と十分に近いときに，神経振動子の出力と外部の振動的入力との間の位相関係が強く固定される引き込み現象が生じることである．このことを検証するため，著者は，先の論文 10)で振動振幅が一定の定常振動を神経振動子に入力して，神経振動子において引き込み現象が生じる具体的な周波数領域を計算している．神経振動子の固有周波数を 1.000Hz に固定し，外部入力の周波数を 0.5Hz～1.5Hz，振幅を 0.01～0.2（無次元だが次元を m と考えても良い）の範囲で変化させた計算結果を図－17 に示す．この図において，正の直線勾配を示している区間が引き込み現象を生じている領域であり，入力振幅がたとえ 0.01m=1.0cm（図中の□記号）であっても，0.975Hz～1.025Hz の周波数領域（神経振動子の固有周波数に対して±2.5%の周波数領域）で明確な引き込み現象が生じていることがわかる．また，この引き込み現象は，入力振幅が大きくなるにしたがって生じる周波数領域が拡大していることもわかる．

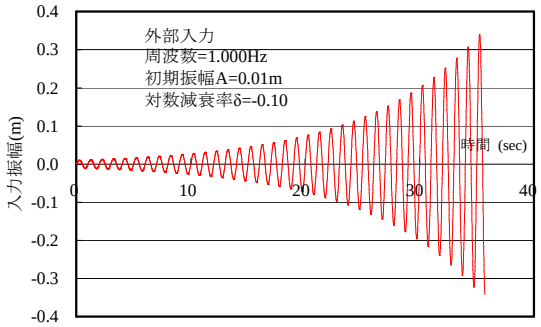


図－17　外部入力の周波数と神経振動子の出力周波数の関係（τ_1/τ_2=0.1）

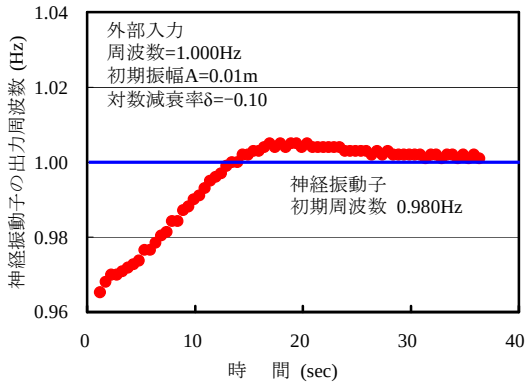


図－18　外部入力の定常振幅を変化させた場合に出力される神経振動子の周波数

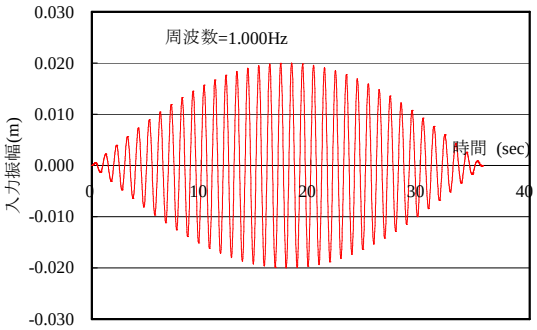
しかしながら，先の論文 10)では，神経振動子の周波数が外部入力の周波数に引き込まれるまでの所要時間については検討していなかった．そこで，$\beta = 1.5$，$\gamma = 1.5$，$c = 1.5$（初期値は $x_1 = 1.5$，$x_2 = -0.3$ に設定）とした CASE-151515 の神経振動子において，$\tau_1/\tau_2 = 0.046327/0.46327 = 0.1$ として初期周波数を 0.980Hz に設定するとともに，振幅 A が A=0.03，0.05，0.10（無次元だが次元を m と考えても良い）で振動数が



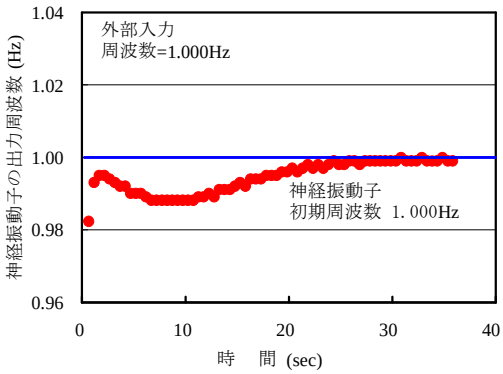
図－19　外部入力波形Ａ（振動振幅が時間とともに発達する場合）



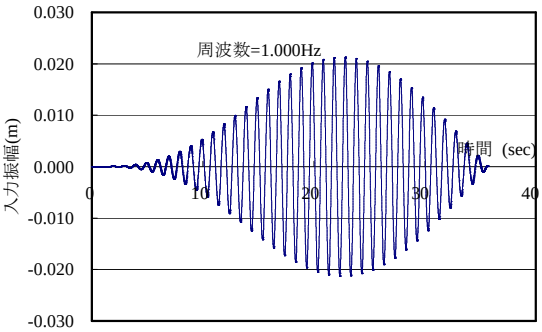
図－20　神経振動子（初期周波数 0.980Hz）の出力周波数（外部入力波形 A）



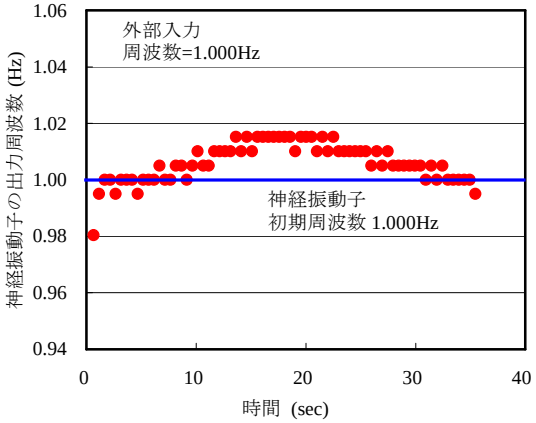
図－21　外部入力波形Ｂ（周波数=1.000Hz）



図－22　神経振動子（初期周波数 1.000Hz）の出力周波数（外部入力波形Ｂ）



図－23　外部入力波形Ｃ（周波数=1.000Hz）



図－24　神経振動子（初期周波数 1.000Hz）の出力周波数（外部入力波形Ｃ）

1.000Hz の定常振動が入力された場合について改めて解析し，時間と神経振動子の出力周波数との関係を整理した．その結果を図－18 に示す．この図より，神経振動子の出力周波数が外部入力の周波数である 1.000Hz に引き込まれるまでの所要時間は，振動振幅が A=0.03m=3cm で約 15 秒，A=0.05m=5cm で約 10 秒，A=0.10m=10cm で約 6 秒となっており，外部入力の振動振幅が大きくなるにしたがって短くなっていることがわかる．また，図－16(a)とは異なり，神経振動子の出力周波数が外部入力の周波数である 1.000Hz を上回るようなオーバーシュート現象が生じていないこともわかる．

ところで，橋の入口から歩行を開始して橋の出口に達

するまでを対象とした歩道橋の動的応答解析では，歩行者位置における桁応答が時々刻々と変化することから，神経振動子の引き込み現象は，振幅が一定の定常入力状態と相違する可能性がある．そこで，神経振動子（初期周波数は0.980Hz）に入力する振動振幅 y_{input} を，

$$y_{input} = Ae^{-h\omega t}\sin\omega t \fallingdotseq Ae^{-(\delta/2\pi)\omega t}\sin\omega t$$
$$= 0.01e^{-(-0.1/2\pi)\times 2\pi\times 1.0\times t}\sin(2\pi\times 1.0)t \qquad (7)$$

のように設定（初期振幅を0.01m，対数減衰率δを−0.1，振動数を1.000Hzに設定）し，時間と神経振動子の出力周波数との関係を把握することにした．神経振動子に入力した振動振幅 y_{input} を図−19に，ゼロクロッシング法で算出した神経振動子の出力周波数を図−20に示す．この図より，神経振動子に入力される振動振幅が指数関数的に増大する場合（波形Aを入力した場合），解析時間が13秒を過ぎても外部入力の周波数である1.000Hzに引き込まれないで増加を続け，18秒付近で1.005Hzに達した後に緩やかに低減しながら1.000Hzに漸近していく特性を示していることがわかる．

一方，CASE-151515の神経振動子において，$\tau_1/\tau_2 = 0.0454/0.454 = 0.1$ として初期周波数を1.000Hzに設定するとともに，図−21に示すような正弦波形B（最大値は0.02m，周波数は1.000Hz）を入力した場合について，神経振動子の出力周波数をゼロクロッシング法で算出した．その結果を図−22に示す．この図から，神経振動子の初期周波数を1.000Hzに設定した場合，外部入力（正弦波形B）の周波数である1.000Hzに引き込まれるのに約25秒もの時間を要するものの，図−16(b)に示したような外部入力の周波数である1.000Hzを上回るようなオーバーシュート現象が生じていないことがわかる．これに対し，図−23に示すような波形C（歩道橋の周波数を1.000Hzとした動的応答解析において，初期周波数を1.000Hzに設定した神経振動子に入力される桁の変位波形）を入力した場合には，図−24のような出力周波数が得られたが，この場合には図−16(b)と全く同様に，約8秒〜32秒の時間領域において解析結果は1.000Hzを少し上回る周波数になっていることがわかる．

このように，神経振動子を組み込んだ動的応答解析を実施する過程を通して，神経振動子の引き込み現象はきわめて複雑な特性を示すことがわかった．それゆえ，神経振動子の引き込み特性に関しては，引き続き，さらに詳細な検討が必要であると言える．しかしながら，ここに示した神経振動子の引き込み特性を考慮すれば，前節の神経振動子を組み込んだ解析で，神経振動子の初期周波数が1.000Hzではなく0.980Hzの場合に最大応答が得られた理由（神経振動子の初期周波数が外部入力の周波数である1.000Hzを上回った理由）について，概ね説明できたと考えている．

5. まとめ

本論文は，ロボット工学の分野で知られている神経振動子を組み込んだ歩道橋の動的応答解析を実施し，歩道橋の水平振動問題に対する適用性について検討したものである．得られた主要な結果を以下に示す．

(1) $\tau_1 = 0.0454$，$\tau_2 = 0.454$ に設定したCASE-151515（$\beta = 1.5$，$\gamma = 1.5$，$c = 1.5$）の神経振動子（固有周波数は1.000Hz）から出力される波形の最大値は，入力振幅の大きさ（A=0，0.1〜0.5m）にほとんど依存せず，ほぼ1.000である．それゆえ，鉛直歩行外力の1/10に相当する，歩行者一人当たりの水平歩行外力（単位はN）は，神経振動子の出力波形に27.44を乗じれば算定できる．

(2) 神経振動子の出力波形は，明らかに正弦波と異なっている．そこで，橋長が50mで固有振動数が1.000Hzの歩道橋を対象として動的応答解析を実施し，最大応答に及ぼす歩行外力性状の差異による影響を検討した．その結果，CASE-151515（$\beta = 1.5$，$\gamma = 1.5$，$c = 1.5$）の神経振動子から出力された波形を用いた場合の最大変位応答は，正弦波形を歩行外力とした場合と比較し，5.6%だけ大きな値を示した．ちなみに，半波長分について積分値（一般化歩行外力×時間）を計算すると，神経振動子の出力波形は，正弦波よりも15%程度大きな値になっており，歩行外力性状の差異を考慮するための補正値として10%を仮定すれば，15%−10%（補正値）=5%となり5.6%とほぼ一致する．一方，CASE-252515（$\beta = 2.5$，$\gamma = 2.5$，$c = 1.5$）の神経振動子から出力された波形を用いた場合の最大変位応答は，正弦波形を歩行外力とした場合と比較して約11%だけ小さな値を示した．この場合，半波長分についての積分値（一般化歩行外力×時間）は，正弦波よりも1.3%だけ大きな値になっていたが，補正値を同様に10%と仮定すれば1.3%−10%（補正値）=−8.7%となり，この場合の最大応答変位の低下（約11%）とほぼ等しい値を示した．

(3) 同じ歩道橋（橋長が50mで固有振動数が1.000Hzの歩道橋）を対象として，固有周波数が0.970Hzの神経振動子を組み込んだ動的応答解析を実施した．その結果，はじめに0.970Hzであった神経振動子の固有周波数が徐々に増加していき，中央点付近で歩道橋の固有振動数である1.000Hzになった後，歩行位置での応答振幅の低下とともに，周波数が低下していく解析事例を得ることができた．

(4) 神経振動子の初期周波数を0.95Hz〜1.05Hzの範囲で0.01Hzピッチごとに設定したCASE-151515のそれぞれについても，同様の動的応答解析を実施した．その結果，

神経振動子の初期周波数を1.000Hzに設定した場合よりも，0.980Hz に設定した場合の方が大きな最大応答を呈した．これは，桁中央点付近を歩行する15秒～20秒の区間での平均周波数 $f_{15\sim20}$ は，初期周波数を0.980Hzとした場合が $f_{15\sim20}$ =1.0035Hz，初期周波数を 1.000Hz とした場合が $f_{15\sim20}$ =1.0142Hz であり，初期周波数を0.980Hz とした場合の方が歩道橋の固有振動数である1.000Hzにより近い値になったためである．

また，動的応答解析結果を考察する過程の検討で，神経振動子の引き込み特性について，以下の新たな知見も得られた．

(5) 神経振動子（固有周波数が0.980HzのCASE-151515）の出力周波数が外部入力の周波数である1.000Hzに引き込まれるまでの所要時間は，入力振幅が A=0.03m=3cm で約15秒，A=0.05m=5cm で約10秒，A=0.10m=10cm で約6秒となっており，引き込み現象が完了するまでの所要時間は，外部入力の振動振幅が大きくなるにしたがって短くなることがわかった．

(6) 橋の入口から歩行を開始して出口に達するまでを対象とした歩道橋の動的応答解析では，歩行者位置における桁応答が時々刻々と変化することから，神経振動子の引き込み現象は，振幅が一定の定常入力状態と相違する可能性がある．そこで，振動振幅が指数関数的に増大する波形 A を CASE-151515 の神経振動子（固有周波数は0.980Hz）に入力したところ，解析時間が13秒を過ぎても外部入力の周波数である1.000Hzに引き込まれないで増加を続け，18秒付近で1.005Hzに達した後に緩やかに低減しながら1.000Hzに漸近していく特性を呈することがわかった．

(7) 正弦波形B（最大値は0.02m，周波数は1.000Hz）をCASE-151515の神経振動子（固有周波数は1.000Hz）に入力した場合，神経振動子の出力周波数が外部入力の周波数である1.000Hzを上回るようなオーバーシュート現象は生じなかった．これに対し，波形C（歩道橋の周波数を1.000Hzとした動的応答解析において，初期周波数を1.000Hzに設定した神経振動子に入力される桁の変位波形）を入力した場合には，出力周波数が既定値である1.000Hz を少し上回るようなオーバーシュート現象が生じた．

以上より，神経振動子を組み込んで，引き込み現象を考慮した動的応答解析を実施すれば，群衆による歩道橋の水平振動をより合理的に検討できる可能性が高いと考えられる．しかしながら，振幅が一定の定常振動と異なる波形が神経振動子に入力された場合など，神経振動子についてはさらに詳細な検討が必要であることもわかった．それゆえ，今後は，神経振動子モデルについてさらに詳細な特性把握を行うとともに，神経振動子を組み込んだ群衆が歩道橋を移動する場合を対象とした動的応答解析も実施し，歩道橋と歩行者との動的相互作用についてより詳細な検討を実施する所存である．

参考文献

1) 梶川康男：振動感覚を考慮した歩道橋の使用性照査法に関する研究，土木学会論文集，第 325 号，pp.23−33，1982 年 9 月．
2) 田中信治，加藤雅史：設計時における歩道橋の振動使用性照査法，土木学会論文集，第 471 号／I-24，pp.77−84，1993 年 7 月．
3) 米田昌弘：歩行者によって誘起される吊床版橋の動的応答特性とその設計用使用性評価式，構造工学論文集，Vol.47A，pp.351−362，2001 年 3 月．
4) Spans Sway underfoot in Europe：ENR, July 10, 2000.
5) Dallard, P., Fitzpatrick, A.J., Flint, A., Bourva, S.Le, Low, A., Ridsdill Smith, R.M. and willford, M.：The London Millennium Footbridge, The structural Engineer, Vol.79, No.22, pp.17−33, November, 2001.
6) Fujino, Y. , Pacheco, M. B., Nakamura, S. and Pennung, W.: Synchronization of Human Walking Observed during Lateral Vibration of a Congested Pedestrian Bridge, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.22, pp.741−758, September, 1993.
7) 鋼橋技術研究会：吊り形式橋梁研究部会報告書，TECHNICAL REPORT，No.061，2005 年 5 月．
8) Matsuoka, K. : Sustained Oscillations Generated by Mutually Inhibiting Neurons with Adaptations, Biological Cybernetics, Vol.52, pp.367−376, 1985.
9) Williamson, M. : Neural Control of Rhythmic Arm Movements, Neural Networks, Vol.11, pp.1379−1394, 1998.
10) 米田昌弘，深江美妃：歩道橋の水平振動問題への適用を考えた神経振動子の基本特性，構造工学論文集，Vol.54A，pp.218−227，2008 年 3 月．

（2009 年 9 月 24 日受付）