道路橋交通振動におけるインターフェース関数を用いた走行車両の連成効果に関する検討

Study on a bridge-vehicle interaction for traffic-induced bridge vibration by interface function

岡林隆敏*， 室井智文**，下妻達也***，奥松俊博****
Takatoshi Okabayashi, Tomofumi Muroi, Tatsuya Shimozuma and Toshihiro Okumatsu

*工博，長崎大学教授，工学部社会開発工学科（〒852-8521 長崎市文教町 1-14）
**西日本高速道路エンジニアリング関西㈱（〒567-0032 大阪府茨木市西駅前町 5-26）
***工修，大日本コンサルタント㈱ （〒343-0851 東京都豊島区駒込 3-23-1）
****博(工)，長崎大学准教授，工学部社会開発工学科（〒852-8521 長崎市文教町 1-14）

As a bridge health monitoring technique, vibration characteristic estimation method with ambient vibration has been developed. The accuracy of estimated vibration characteristic is remarkably decreased when presuming from the ambient vibration with running vehicle. For analying bridge traffic vibration, each element of the bridge model, the vehicle model, and the road roughness are needed. But, these problems can not be analized easily because of the existence of bridge-running vehicle interaction. In this study, a program, which enables multi-use analysis with interface function, was developed by withdrawing a relation of force and displacement of bridge and vehicle. Accordingly, the accuracy deterioration was verified by the frequency response of bridge-vehicle interaction.

Key Words: vibration caracteristics, estimation accuracy, interaction, interface function
キーワード：振動特性，推定精度，相互作用，インターフェース関数

1. はじめに

走行車両による道路橋の振動は，路面凹凸が外力として車両を振動させ，車両の接地力が橋梁を励起して発生する．しかし，車両は移動しながら橋梁と動的に干渉し合うために，橋梁―車両系は時変系の連成振動を発生させる．従って，橋梁特性に着目すると，橋梁の振動数と車両の振動数が近い領域では，橋梁の共振振動数が車両の振動特性の影響をうけて，橋梁のみの振動特性と異なる振動挙動を示すことになることが知られている [1~4]．著者らは，かつて，橋梁―車両系の不規則連成振動の視点から，その後交通振動における動吸振器の設計の視点から検討を加えた [5~6]．近年，振動特性の変化から橋梁の損傷や劣化を予測する研究が進められているが [7~12]，この課題を克服するためには，交通振動計測データから橋梁の振動数が高精度で検出されることが要点となる [4), 7), 13~16]．

これまでの橋梁振動の課題は，衝撃係数の算定，道路環境問題，交通荷重による橋梁局部振動の解明などであり，主に路面凹凸入力による時刻歴応答解析の視点から議論されてきた [17~26]．一部，道路環境問題については，周波数領域の分析がなされてきたが，橋梁―車両系の複合振動が周辺環境に及ぼす影響の評価であり，車両による橋梁の振動数の変化のような，微細な振動を問題にする必要はなかった．

しかし，機械工学やプロセス制御工学の分野における，異常振動から損傷を推定する技術 [27,28] を橋梁劣化・損傷診断に適用するためには，対象構造物である橋梁の経常的な振動を詳細に分析する必要が生じている [13~16]．さらに，振動観測データから実現理論を適用することにより，飛躍的に高精度な振動特性の検出が可能になってきた [29,30]．風力に励起された橋梁の常時微動のように外力の周波数特性の影響が比較的少ない振動計測データからは，純粋に橋梁の振動特性が高精度に推定可能である [30,31]．道路橋交通振動から橋梁の振動特性を推定するためには，車両の動的な効果が橋梁振動特性に影響を及ぼ

すために，走行車両による橋梁の振動特性の変化を評価する必要がある．このような研究背景に基づいて，道路橋交通振動に関して，走行車両により微細に変化する道路橋の振動特性を評価する手法を確立する必要に迫られている．

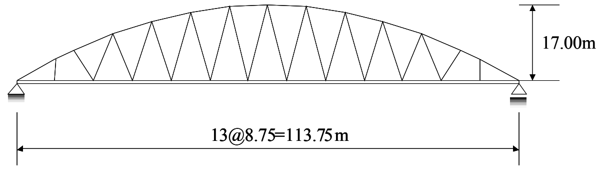
本研究の目的は，路面凹凸により励起された車両が道路橋上を走行する場合，車両走行による橋梁振動性状の変化を準非定常周波数応答関数により表現するものである．そのために，路面凹凸のパワースペクトル密度と走行車両及び道路橋の運動方程式より，橋梁観測点の応答のパワースペクトル密度を算出する手法を提案した．さらに，時間的に変化する橋梁応答の準非定常パワースペクトル密度を，時間—周波数領域において可視的に表現することにより，車両走行による橋梁の振動特性の変化を表現した．

本論文では，車両と橋梁の動的干渉する関係を，インターフェース関数としてプログラム上で実体化して，道路橋交通振動問題における定式化とプログラミングの表現を明確にした．路面凹凸のパワースペクトル密度，車両のモデル，橋梁の骨組み構造モデルが与えられると，橋梁応答の準非定常なパワースペクトル密度を得る問題に適用できる定式化を行っている．現実的な応答は車両が走行しているので，周波数応答は非定常パワースペクトル密度になるが，本論文では，路面凹凸で加振された車両—橋梁系の定常応答スペクトルを，車両の加振点を移動させることにより，車両—橋梁系の時変系を表現している．この手法は，過去の研究において有効であることを確認している[15,18,32]．また，橋梁応答の非定常スペクトル密度を表現するために，周波数—時間軸のスペクトルを色強度により可視化することにより，車両の移動に伴う橋梁の振動特性の変化を視覚的に表現する手法を導入した．

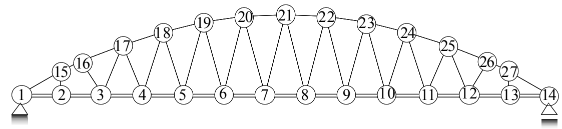
論文では，１台走行，２台走行，３台走行にの場合について計算し，連行車両による橋梁応答の振動特性の変化について応答の特徴を述べた．

2. 走行車両による橋梁振動

橋梁における振動問題のうち，橋桁の上下振動は橋桁の耐荷力と直接結びつくことから，古くより検討が進められてきた．また近年になり，車両の走行速度が大きくなるにつれ，橋桁の共振といった新しい問題が発生している．さらには橋梁の長大化に伴い，橋梁の振動が励起されやすくなるといった問題も発生している．走行車両は，橋梁に振動を発生させる振動源となるため，車両のモデル化が重要となってくる．また，この走行車両による道路橋振動における主要な原因は，路面の不整による凹凸，橋桁端部やヒンジ点の伸縮継手等による凹凸であると考えられている．本研究では，路面凹凸のみに着目している．ここでは，いくつかの手法が提案されている



a）一般図



b）FE モデル

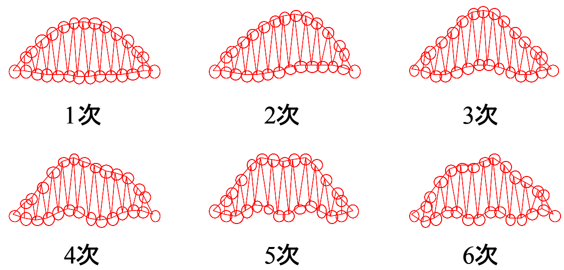
図—1　対象橋梁

表–1　対象橋梁の諸元

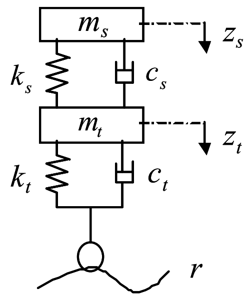
路線名	一般国道202号線
架設位置	長崎県西彼杵郡外海町赤首
橋格	一等橋
橋長	115.00m
支間	113.75m(13@8.75m)
幅員	10.00m
橋梁形式	下路式トラスドランガー橋
鋼重	469ton

表–2 固有振動数(Hz)

次数	固有振動数
1	1.938
2	2.619
3	4.142
4	5.796
5	7.642
6	9.353



図—2　振動モード



図–3　　車両モデル

表–3 車両モデルの諸元

質量	m_s（tf/s²/m）	1.500
	m_t（tf/s²/m）	0.541
ばね定数	k_s（tf/m）	530
	k_t（tf/m）	550
減衰定数	c_s（tf/s/m）	2.5
	c_t（tf/s/m）	3.0

うちの１つであるスペクトルモデル法について示す．まず，対象の橋梁および車両を個々にモデル化し，それより橋梁－車両系の運動方程式を導き，走行車両による橋梁の応答解析法について示した．さらに路面凹凸のモデル化について述べる．

2. 1　橋梁の解析モデル

長崎県に架設されている支間長 113.75 m, ライズ 17.00 m のトラスドランガー橋である荒川橋を対象橋梁とした．

一般図を図－1 に，橋梁の諸元を表－1 に示す．また，固有値解析より求めた橋梁の 1～6 次までの固有振動数を表－2 に，振動モードを図－2 に示す．各次振動のモード減衰（減衰定数）は 0.02 と設定した．

2．2　２自由度系の車両モデル

車両直下の橋梁のたわみ$y_v(t)$と車両上で観測した路面凹凸$r(t)$ [18]として，図－3のような車両モデルの変数を用いると，車両モデルの運動方程式は，ばね上とばね下の質点の変位 $z_s(t), z_t(t)$, ばね上とばね下の質量, 減衰定数, ばね定数, m_s, m_t, c_s, c_t, k_s, k_tを用いて次式で表される．

$$m_s\ddot{z}_s(t)+c_s(\dot{z}_s(t)-\dot{z}_t(t))+k_s(z_s(t)-z_t(t))=0 \tag{1}$$

$$\begin{aligned}m_t\ddot{z}_t(t)+c_s(\dot{z}_t(t)-\dot{z}_s(t))+k_s(z_t(t)-z_s(t))+c_t(\dot{z}_t(t)-\dot{r}(t)-\dot{y}_v(t))\\+k_t(z_t(t)-r(t)-y_v(t))=0\end{aligned} \tag{2}$$

また走行車両の接地力は,

$$p(t)=c_t(\dot{z}_t(t)-\dot{r}(t)-\dot{y}_v(t))+k_t(z_t(t)-r(t)-y_v(t)) \tag{3}$$

により橋梁に作用する．

2．3　橋梁－車両系の運動方程式

(1)　1 台走行車両による橋梁－車両系の運動方程式

不規則な路面凹凸を有する橋梁上を２自由度系モデル化した１台の車両が，一定速度で走行する場合の橋梁－車両系の運動方程式を導く．移動荷重 $p(t)$が作用する橋梁の運動方程式は，荷重が作用する点を規定する外力係数 $\boldsymbol{b}(vt)$を導入することで次のように表される．

$$\boldsymbol{M}_b\ddot{\boldsymbol{y}}(t)+\boldsymbol{C}_b\dot{\boldsymbol{y}}(t)+\boldsymbol{K}_b\boldsymbol{y}(t)=\boldsymbol{b}(vt)p(t) \tag{4}$$

ここに，$\boldsymbol{M}_b$，$\boldsymbol{C}_b$，$\boldsymbol{K}_b$および$\boldsymbol{y}(t)$は，それぞれ橋梁の質量行列, 減衰行列, 剛性行列および変位ベクトルである．また，2自由度系でモデル化された車両の運動方程式は$\boldsymbol{y}(t)$の節点間の変位を内挿する関数$\boldsymbol{d}(vt)$を導入することで，次のように書き改められる．内挿（インターフェース）関数については付録を参照されたい．

$$m_s\ddot{z}_s(t)+c_s(\dot{z}_s(t)-\dot{z}_t(t))+k_s(z_s(t)-z_t(t))=0 \tag{5}$$

$$\begin{aligned}&m_t\ddot{z}_t(t)+c_s(\dot{z}_t(t)-\dot{z}_s(t))+k_s(z_t(t)-z_s(t))\\&+c_t(\dot{z}_t(t)-\dot{r}(t)-\boldsymbol{d}(vt)^T\dot{\boldsymbol{y}}(t))+k_t(z_t(t)-r(t)-\boldsymbol{d}(vt)^T\boldsymbol{y}(t))=0\end{aligned} \tag{6}$$

ここで車両の接地力は次式で与えられる．

$$p(t)=c_t(\dot{z}_t(t)-\dot{r}(t)-\boldsymbol{d}(t)^T\dot{\boldsymbol{y}}(t))+k_t(z_t(t)-r(t)-\boldsymbol{d}(t)^T\boldsymbol{y}(t)) \tag{7}$$

式(4),(7)より，車両の接地力を考慮した橋梁の運動方程式が得られる．

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{M}_b\ddot{\boldsymbol{y}}(t)+\boldsymbol{C}_b\dot{\boldsymbol{y}}(t)+\boldsymbol{K}_b\boldsymbol{y}(t)\\&=\boldsymbol{b}(vt)\{c_t(\dot{z}_t(t)-\dot{r}(t)-\boldsymbol{d}(t)^T\dot{\boldsymbol{y}}(t))+k_t(z_t(t)-r(t)-\boldsymbol{d}(t)^T\boldsymbol{y}(t))\}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&\mathbf{M}_b\ddot{\mathbf{y}}(t)+\{\mathbf{C}_b+c_t\mathbf{b}(vt)\mathbf{d}(t)^T\}\dot{\mathbf{y}}(t)+\{\mathbf{K}_b+k_t\mathbf{b}(vt)\mathbf{d}(t)^T\}\mathbf{y}(t)\\&-c_t\mathbf{b}(vt)\dot{z}_t(t)-k_t\mathbf{b}(vt)z_t(t)=\mathbf{b}(vt)\{-c_t\dot{r}(t)-k_tr(t)\}\end{aligned} \tag{8}$$

式(4)，(6)より車両の方程式を考える．

$$m_s\ddot{z}_s(t)+c_s\dot{z}_s(t)+k_sz_s(t)-c_s\dot{z}_t(t)-k_sz_t(t)=0 \tag{9}$$

$$\begin{aligned}&m_t\ddot{z}_t(t)-c_s\dot{z}_s(t)-k_sz_s(t)+(c_s+c_t)\dot{z}_t(t)+(k_s+k_t)z_t(t)\\&-c_t\mathbf{d}(vt)^T\dot{\mathbf{y}}(t)-k_t\mathbf{d}(vt)^T\mathbf{y}(t)=c_t\dot{r}(t)+k_tr(t)\end{aligned} \tag{10}$$

$$\begin{aligned}&\underbrace{\begin{bmatrix}m_s & 0\\ 0 & m_t\end{bmatrix}}_{\mathbf{m}_v}\begin{bmatrix}\ddot{z}_s(t)\\ \ddot{z}_t(t)\end{bmatrix}+\underbrace{\begin{bmatrix}c_s & -c_s\\ -c_s & c_s+c_t\end{bmatrix}}_{\mathbf{c}_v}\begin{bmatrix}\dot{z}_s(t)\\ \dot{z}_t(t)\end{bmatrix}+\underbrace{\begin{bmatrix}k_s & -k_s\\ -k_s & k_s+k_t\end{bmatrix}}_{\mathbf{k}_v}\begin{bmatrix}z_s(t)\\ z_t(t)\end{bmatrix}\\&+\underbrace{\begin{bmatrix}0\\ -c_t\mathbf{d}(vt)^T\end{bmatrix}}_{\mathbf{e}_v(vt)}\dot{\mathbf{y}}(t)+\underbrace{\begin{bmatrix}0\\ -k_t\mathbf{d}(vt)^T\end{bmatrix}}_{\mathbf{g}_v(vt)}\mathbf{y}(t)=\underbrace{\begin{bmatrix}0 & 0\\ k_t & c_t\end{bmatrix}}_{\mathbf{h}_v}\begin{bmatrix}r(t)\\ \dot{r}(t)\end{bmatrix}\end{aligned} \tag{11}$$

$$\mathbf{m}_v\ddot{\mathbf{z}}(t)+\mathbf{c}_v\dot{\mathbf{z}}(t)+\mathbf{k}_v\mathbf{z}(t)+\mathbf{e}_v(vt)\dot{\mathbf{y}}(t)+\mathbf{g}_v(vt)\mathbf{y}(t)=\mathbf{h}_v\mathbf{r}(t) \tag{12}$$

同様に橋梁の方程式を行列表示する．

$$\begin{aligned}&\mathbf{M}_b\ddot{\mathbf{y}}(t)+\{\mathbf{C}_b+c_t\mathbf{b}(vt)\mathbf{d}(t)^T\}\dot{\mathbf{y}}(t)+\{\mathbf{K}_b+k_t\mathbf{b}(vt)\mathbf{d}(t)^T\}\mathbf{y}(t)\\&+\underbrace{[\mathbf{0}\quad -c_t\mathbf{b}(vt)]}_{\mathbf{e}_b(vt)}\dot{\mathbf{z}}(t)+\underbrace{[\mathbf{0}\quad -k_t\mathbf{b}(vt)]}_{\mathbf{g}_b(vt)}\mathbf{z}(t)=\underbrace{\mathbf{b}(vt)[-k_t\quad -c_t]}_{\mathbf{h}_b}\mathbf{r}(t)\end{aligned} \tag{13}$$

以上より，走行車両が1台の場合の橋梁－車両系の運動方程式を構築する．

$$\begin{aligned}&\begin{bmatrix}\mathbf{M}_b & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \mathbf{m}_v\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\ddot{\mathbf{y}}(t)\\ \ddot{\mathbf{z}}(t)\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\mathbf{C}_b+c_t\mathbf{b}(vt)\mathbf{d}(t)^T & \mathbf{e}_b(vt)\\ \mathbf{e}_v(vt) & \mathbf{c}_v\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{\mathbf{y}}(t)\\ \dot{\mathbf{z}}(t)\end{bmatrix}\\&+\begin{bmatrix}\mathbf{K}_b+k_t\mathbf{b}(vt)\mathbf{d}(t)^T & \mathbf{g}_b(vt)\\ \mathbf{g}_v(vt) & \mathbf{k}_v\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{y}(t)\\ \mathbf{z}(t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\mathbf{b}(vt)\mathbf{h}_b\\ \mathbf{h}_v\end{bmatrix}\mathbf{r}(t)+\mathbf{D}\mathbf{w}(t)\end{aligned} \tag{14}$$

この方程式をNewmark β法で解くことにより，常時微動している橋梁を車両が走行するときの橋梁振動を計算できる．

(2)　2 台走行車両による橋梁－車両系の運動方程式

2 台の車両が一定速度で走行する場合の橋梁－車両系の運動方程式を導く．車両が 2 台走行した場合は，それぞれの車両の接地力が橋梁に影響するため，車両が 2 台走行した場合の車両による橋梁への接地力は次式で表される．

$$\begin{aligned}p(t)=\;&c_{1t}(\dot{z}_{1t}(t)-\dot{r}(t-t_1)-\mathbf{d}_1(t)^T\dot{\mathbf{y}}(t))+k_{1t}(z_{1t}(t)-r(t-t_1)-\mathbf{d}_1(t)^T\mathbf{y}(t))\\&+c_{2t}(\dot{z}_{2t}(t)-\dot{r}(t-t_2)-\mathbf{d}_2(t)^T\dot{\mathbf{y}}(t))+k_{2t}(z_{2t}(t)-r(t-t_2)-\mathbf{d}_2(t)^T\mathbf{y}(t))\end{aligned} \tag{15}$$

ここで，t_1 ,t_2 は車両が橋梁に進入した時間である．式(4)より，車両の接地力を考慮した橋梁の運動方程式が得られる．

$$\begin{aligned}&\mathbf{M}_b\ddot{\mathbf{y}}(t)+\mathbf{C}_b\dot{\mathbf{y}}(t)+\mathbf{K}_b\mathbf{y}(t)\\&=\mathbf{b}_1(vt)\{c_{1t}(\dot{z}_{1t}(t)-\dot{r}(t-t_1)-\mathbf{d}_1(t)^T\dot{\mathbf{y}}(t))+k_{1t}(z_{1t}(t)-r(t-t_1)-\mathbf{d}_1(t)^T\mathbf{y}(t))\}\\&+\mathbf{b}_2(vt)\{c_{2t}(\dot{z}_{2t}(t)-\dot{r}(t-t_2)-\mathbf{d}_2(t)^T\dot{\mathbf{y}}(t))+k_{2t}(z_{2t}(t)-r(t-t_2)-\mathbf{d}_2(t)^T\mathbf{y}(t))\}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&\mathbf{M}_b\ddot{\mathbf{y}}(t)+(\mathbf{C}_b+c_{1t}\mathbf{b}_1(vt)\mathbf{d}_1(t)^T+c_{2t}\mathbf{b}_2(vt)\mathbf{d}_2(t)^T)\dot{\mathbf{y}}(t)\\&+(\mathbf{K}_b+k_{1t}\mathbf{b}_1(vt)\mathbf{d}_1(t)^T+k_{2t}\mathbf{b}_2(vt)\mathbf{d}_2(t)^T)\mathbf{y}(t)\\&-c_{1t}\mathbf{b}_1(vt)\dot{z}_{1t}(t)-c_{2t}\mathbf{b}_2(vt)\dot{z}_{2t}(t)-k_{1t}\mathbf{b}_1(vt)z_{1t}(t)-k_{2t}\mathbf{b}_2(vt)z_{2t}(t)\\&=\mathbf{b}_1(vt)(-c_{1t}\dot{r}_1(t-t_1)-k_{1t}r_1(t-t_1))+\mathbf{b}_2(vt)(-c_{2t}\dot{r}_2(t-t_2)-k_{2t}r_2(t-t_2))\end{aligned} \tag{16}$$

式(5),(6)よりそれぞれの車両の方程式をマトリックス表示すると,

$$\mathbf{m}_{v1}\ddot{\mathbf{z}}(t)+\mathbf{c}_{v1}\dot{\mathbf{z}}(t)+\mathbf{k}_{v1}\mathbf{z}(t)+\mathbf{e}_{v1}(vt)\dot{\mathbf{y}}(t)+\mathbf{g}_{v1}(vt)\mathbf{y}(t)=\mathbf{h}_{v1}\mathbf{r}(t) \tag{17}$$

$$\mathbf{m}_{v2}\ddot{\mathbf{z}}(t)+\mathbf{c}_{v2}\dot{\mathbf{z}}(t)+\mathbf{k}_{v2}\mathbf{z}(t)+\mathbf{e}_{v2}(vt)\dot{\mathbf{y}}(t)+\mathbf{g}_{v2}(vt)\mathbf{y}(t)=\mathbf{h}_{v2}\mathbf{r}(t) \tag{18}$$

となる．同様に橋梁の方程式を行列表示する．

$$\begin{aligned}&\mathbf{M}_b\ddot{\mathbf{y}}(t)+\left\{\mathbf{C}_b+c_{1t}\mathbf{b}_1(vt)\mathbf{d}_1(t)^T+c_{2t}\mathbf{b}_2(vt)\mathbf{d}_2(t)^T\right\}\dot{\mathbf{y}}(t)+\left\{\mathbf{K}_b+k_{1t}\mathbf{b}_1(vt)\mathbf{d}_1(t)^T+k_{2t}\mathbf{b}_2(vt)\mathbf{d}_2(t)^T\right\}\mathbf{y}(t)\\&+\underbrace{\begin{bmatrix}\mathbf{0} & -c_{1t}\mathbf{b}_1(vt)\end{bmatrix}}_{\mathbf{e}_{b1}(vt)}\dot{\mathbf{z}}_1(t)+\underbrace{\begin{bmatrix}\mathbf{0} & -c_{2t}\mathbf{b}_2(vt)\end{bmatrix}}_{\mathbf{e}_{b2}(vt)}\dot{\mathbf{z}}_2(t)+\underbrace{\begin{bmatrix}\mathbf{0} & -k_{1t}\mathbf{b}_1(vt)\end{bmatrix}}_{\mathbf{g}_{b1}(vt)}\mathbf{z}_1(t)+\underbrace{\begin{bmatrix}\mathbf{0} & -k_t\mathbf{b}_2(vt)\end{bmatrix}}_{\mathbf{g}_{b2}(vt)}\mathbf{z}_2(t)\\&=\Big\{\underbrace{\mathbf{b}_1(vt)\begin{bmatrix}-k_{1t} & -c_{1t}\end{bmatrix}}_{\mathbf{h}_{b1}}+\underbrace{\mathbf{b}_2(vt)\begin{bmatrix}-k_{2t} & -c_{2t}\end{bmatrix}}_{\mathbf{h}_{b2}}\Big\}\mathbf{r}(t)\end{aligned} \tag{19}$$

$$\begin{aligned}&\begin{bmatrix}\mathbf{M}_b & & \mathbf{0}\\ & \mathbf{m}_{v1} & \\ \mathbf{0} & & \mathbf{m}_{v2}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\ddot{\mathbf{y}}(t)\\ \ddot{\mathbf{z}}_1(t)\\ \ddot{\mathbf{z}}_2(t)\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\mathbf{C}_b+c_{t1}\mathbf{b}_1(vt)\mathbf{d}_1(t)^T+c_{t2}\mathbf{b}_2(vt)\mathbf{d}_2(t)^T & \mathbf{e}_{b1}(vt) & \mathbf{e}_{b2}(vt)\\ \mathbf{e}_{v1}(vt) & \mathbf{c}_{v1} & \mathbf{0}\\ \mathbf{e}_{v2}(vt) & \mathbf{0} & \mathbf{c}_{v2}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{\mathbf{y}}(t)\\ \dot{\mathbf{z}}_1(t)\\ \dot{\mathbf{z}}_2(t)\end{bmatrix}\\&+\begin{bmatrix}\mathbf{K}_b+k_{t1}\mathbf{b}_1(vt)\mathbf{d}_1(t)^T+k_{t2}\mathbf{b}_2(vt)\mathbf{d}_2(t)^T & \mathbf{g}_{b1}(vt) & \mathbf{g}_{b2}(vt)\\ \mathbf{g}_{v1}(vt) & \mathbf{k}_{v1} & \mathbf{0}\\ \mathbf{g}_{v1}(vt) & \mathbf{0} & \mathbf{k}_{v1}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{y}(t)\\ \mathbf{z}_1(t)\\ \mathbf{z}_2(t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\mathbf{b}_1(vt)\mathbf{h}_{b1} & \mathbf{b}_2(vt)\mathbf{h}_{b2}\\ \mathbf{h}_{v1} & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \mathbf{h}_{v2}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{r}(t-t_1)\\ \mathbf{r}(t-t_2)\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\mathbf{w}(t)\\ \mathbf{0}\\ \mathbf{0}\end{bmatrix}\end{aligned} \tag{20}$$

同様に車両の台数が増える場合を考えると次式が導かれる．

$$\begin{aligned}&\begin{bmatrix}\mathbf{M}_b & & & \mathbf{0}\\ & \mathbf{m}_{v1} & & \\ & & \ddots & \\ \mathbf{0} & & & \mathbf{m}_{vn}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\ddot{\mathbf{y}}(t)\\ \ddot{\mathbf{z}}_1(t)\\ \vdots\\ \ddot{\mathbf{z}}_n(t)\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\mathbf{C}_b+\sum_{i=1}^{n}c_{ti}\mathbf{b}_i(vt)\mathbf{d}_i(t)^T & \mathbf{e}_{b1}(vt) & \cdots & \mathbf{e}_{bn}(vt)\\ \mathbf{e}_{v1}(vt) & \mathbf{c}_{v1} & & \mathbf{0}\\ \vdots & & \ddots & \\ \mathbf{e}_{vn}(vt) & \mathbf{0} & & \mathbf{c}_{vn}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{\mathbf{y}}(t)\\ \dot{\mathbf{z}}_1(t)\\ \vdots\\ \dot{\mathbf{z}}_n(t)\end{bmatrix}\\&+\begin{bmatrix}\mathbf{K}_b+\sum_{i=1}^{n}k_{ti}\mathbf{b}_i(vt)\mathbf{d}_i(t)^T & \mathbf{g}_{b1}(vt) & \cdots & \mathbf{g}_{bn}(vt)\\ \mathbf{g}_{v1}(vt) & \mathbf{k}_{v1} & & \mathbf{0}\\ \vdots & & \ddots & \\ \mathbf{g}_{vn}(vt) & \mathbf{0} & & \mathbf{k}_{vn}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{y}(t)\\ \mathbf{z}_1(t)\\ \vdots\\ \mathbf{z}_n(t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\mathbf{b}_1(vt)\mathbf{h}_{b1} & \cdots & \mathbf{b}_2(vt)\mathbf{h}_{b2}\\ \mathbf{h}_{v1} & & \mathbf{0}\\ & \ddots & \\ \mathbf{0} & & \mathbf{h}_{vn}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{r}(t-t_1)\\ \vdots\\ \mathbf{r}(t-t_n)\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\mathbf{w}(t)\\ \mathbf{0}\\ \vdots\\ \mathbf{0}\end{bmatrix}\end{aligned} \tag{21}$$

路面凹凸を，図－4に示すようなパワースペクトル密度を有する正規確率過程でモデル化する[32)]．ただし，ある路面周波数を超える高周波数成分は，橋梁－車両系への影響がほとんど及ぼさないと考えられるため，走行車両による道路橋の動的応答解析を行う場合，路面周波数の下限値 f_Lと上限値 f_U を定め，この周波数範囲の中でパワースペクトルのモデル化を行う．路面凹凸のパワースペクトル密度は，次式で近似できる．

$$S_R(\Omega)=\frac{A}{\Omega^2+a^2} \tag{22}$$

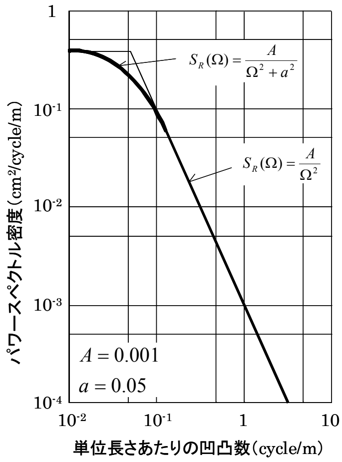
ここで， Ω : 単位長さあたりの凹凸数(cycle/m) ， A : 路面凹凸の良否を表すパラメータ(cm^2/(m･cycel^{-1})， a : 実測より決定されるスペクトル形状を表すパラメータである．本研究では路面状態は最良であるとし，A=0.001，a =0.05とした路面凹凸モデルを採用する．

3. 周波数応答関数の誘導

橋梁上を走行する車両による外力や常時微動外力を考慮し，応答解析の際に用いる周波数応答関数を，有限要素法により構成した橋梁－車両系運動方程式をもとに誘導する．車両は橋梁の λ_x=vt点に固定され，路面凹凸による車両の接地力を橋梁に与えるものとすると，橋梁の応答は定常確率過程になる．すなわち，車両の移動に伴う非定常性を無視する．この仮定により，橋梁の応答は常時微動と走行車両による定常確率過程になる．

橋梁－車両系の変位を

$$\mathbf{x}(t)=\begin{bmatrix}\mathbf{y}(t)\\ \mathbf{z}(t)\end{bmatrix} \tag{23}$$



図－4　路面凹凸のパワースペクトル密度

で合成すると，式(21)で示した橋梁－車両系の運動方程式は，次のように表現できる．

$$\mathbf{A}_1\ddot{\mathbf{x}}(t)+\mathbf{A}_2(vt)\dot{\mathbf{x}}(t)+\mathbf{A}_3(vt)\mathbf{x}(t)=\mathbf{A}_4(vt)\mathbf{r}(t)+\mathbf{D}\mathbf{w}(t) \tag{24}$$

ここで，$\mathbf{A}_1$～$\mathbf{A}_4$の係数行列は式(21)に対応している．また，$\mathbf{D}$は，外力$\mathbf{w}$(t)を橋梁のみに作用させるための荷重行列である．$\mathbf{x}(t)$ のフーリエ変換を次のように定義する．

$$\mathbf{X}(i\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}\mathbf{x}(t)e^{-i\omega t}dt \tag{25}$$

これより， $\dot{\mathbf{x}}(t),\ddot{\mathbf{x}}(t)$ は次式で表される．

$$i\omega\mathbf{X}(i\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}\dot{\mathbf{x}}(t)e^{-i\omega t}dt \tag{26}$$

$$-\omega^2\mathbf{X}(i\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}\ddot{\mathbf{x}}(t)e^{-i\omega t}dt \tag{27}$$

同様に $\mathbf{r}$(t) と $\mathbf{w}$(t) のフーリエ変換を $\mathbf{R}(i\omega)$ と $\mathbf{W}(i\omega)$ とする。式(24)の両辺をフーリエ変換する．車両の作用点 λ_x をパラメータとすると，

$$(-\omega^2\mathbf{A}_1+i\omega\mathbf{A}_2(\lambda_x)+\mathbf{A}_3(\lambda_x))\mathbf{X}(i\omega)=\mathbf{A}_4(\lambda_x)\mathbf{R}(i\omega)+\mathbf{D}\mathbf{W}(i\omega) \tag{28}$$

$$\mathbf{X}(i\omega)=\mathbf{H}_{\mathbf{X}}(i\omega)(\mathbf{A}_4(\lambda_x)\mathbf{R}(i\omega)+\mathbf{D}\mathbf{W}(i\omega)) \tag{29}$$

となり，$\mathbf{X}(i\omega)$が得られる．ここに，

$$\mathbf{H}_{\mathbf{X}}(i\omega)=(-\omega^2\mathbf{A}_1+i\omega\mathbf{A}_2(\lambda_x)+\mathbf{A}_3(\lambda_x))^{-1} \tag{30}$$

であり， $\mathbf{H}_{\mathbf{x}}(i\omega)$は橋梁－車両系の周波数伝達関数である．ここで $\mathbf{r}$(t) , $\mathbf{w}$(t)のパワースペクトル密度を，$\mathbf{S}_{\mathbf{r}}(\omega)$ と$\mathbf{S}_{\mathbf{w}}(\omega)$ とする．また、着目点の応答 $y_a(t)$ を考え

$$y_a(t)=\mathbf{C}_{\mathbf{x}}\mathbf{x}(t) \tag{31}$$

とする． $\mathbf{C}_{\mathrm{x}}$は橋梁－車両系の変数 $\mathbf{x}$(t)より，着目点$y_a(t)$の鉛直変位を抽出する行列である．従って，着目点の応答のパワースペクトル密度 $S_{y_a}(\omega)$ は，

$$S_{y_a}(\omega)=\mathbf{C}_{\mathrm{X}}\mathbf{H}_{\mathrm{X}}(i\omega)(\mathbf{A}_4(\lambda_x)\mathbf{S}_{\mathbf{r}}(\omega)\mathbf{A}_4(\lambda_x)^T+\mathbf{A}_5\mathbf{S}_{\mathbf{w}}\mathbf{A}_5{}^T)\mathbf{H}_{\mathrm{X}}{}^{*T}(i\omega)\mathbf{C}_{\mathrm{X}}{}^T \tag{32}$$

により与えられる．ここに∗の記号は複素共役を表すものである．車両が走行しない場合は，$\mathbf{S_r}(\omega)$=0とした場合で，橋梁モデルの各節点にパワースペクトル密度$\mathbf{S_w}(\omega)$ の鉛直方向の白色雑音でモデル化した風荷重が作用する．車両が走行すると，路面凹凸のスペクトル密度$\mathbf{S_r}(\omega)$ の項が作用する．このパワースペクトル密度は橋梁と車両の連成振動を励起するので，橋梁系の周波数特性を変化させることになる．

4. 風励起力による常時微動シミュレーション

本論文では常時微動の外力を，風により励起される力をとして考え，節点間で空間的に相関のない鉛直方向のみに作用する白色雑音を仮定する．さらに，橋梁は平面構造（面内）でモデル化しているので，常時微動の起振力は鉛直方向のみに作用するものとする．

4．1 常時微動励起力のモデル化

各節点に作用する白色雑音ベクトルは $\mathbf{n}(t)\in\mathbf{R}^{n_1}$ である．n_1は橋梁の各節点数である．白色雑音ベクトル$\mathbf{n}(t)$の平均値と共分散は

$$E[n_i(t)]=0 \quad (i=1,\cdots,n_1) \tag{33}$$

$$\begin{aligned} E[n_i(t_1)n_j(t_2)] &= \sigma^2\delta(t_1-t_2) \quad (i=j=1,\cdots,n_1) \\ &= 0 \qquad\qquad\qquad (i\neq j) \end{aligned} \tag{34}$$

で与えられる．白色雑音のパワースペクトル密度は$S_0=\sigma^2/2\pi$である．橋梁のモデルのi,j 節点に作用する常時微動励起外力は，

$$\mathbf{w}_i(t)=\begin{bmatrix}0\\ n_i(t)\\ 0\end{bmatrix},\mathbf{w}_j(t)=\begin{bmatrix}0\\ n_j(t)\\ 0\end{bmatrix} \tag{35}$$

となるので，i 節点のパワースペクトル密度と，i,j 間の相互スペクトル密度は，次のように与えられる．

$$\mathbf{S}_i(\omega)=\begin{bmatrix}0&0&0\\0&S_0&0\\0&0&0\end{bmatrix},\mathbf{S}_{ij}(\omega)=\mathbf{0} \tag{36}$$

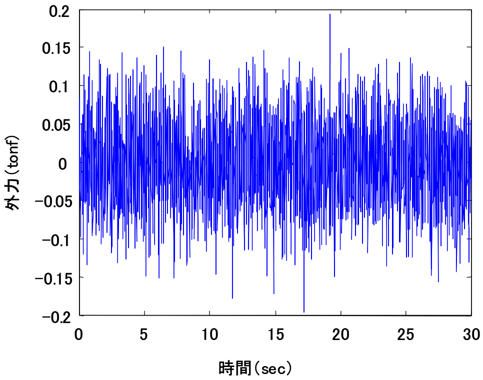
なお，自動車の外力に対して，風により励起される力は作用しないものとしている．

4．2 風力励起力による橋梁常時微動

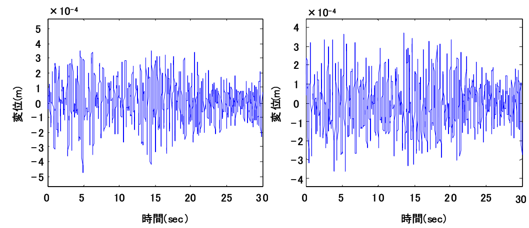
対象橋梁の常時微動モデルによる振動特性推定を行う．常時微動外力として最大加振力 0.15 tf 程度の白色雑音とした．橋梁モデルの節点番号①～⑭の各節点の鉛直方向に，外力としてそれぞれの独立な白色雑音を与え，応答解析により 30 秒間の常時微動データを算出する．また，応答解析の時間刻みは0.01(sec)とした．30 秒間の常時微動外力を図－5 に示す．

4．3 時刻歴応答

橋梁の運動方程式を用いて Newmark β 法より数値解析を行った．時間刻みは0.01(sec)とし，30 秒間の着目点における加速度の時刻歴応答を求めた．橋梁モデルの節点④と⑪に着目した場合の変位，速度の時刻歴応答を図－6，図－7 に示す．それぞれ，節点④と⑪での振幅の大きさはほぼ等しいことが確認できた．

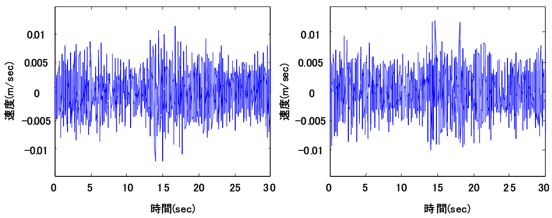


図－5 常時微動外力



a) 節点④ b) 節点⑪

図－6 橋梁の変位時刻歴応答

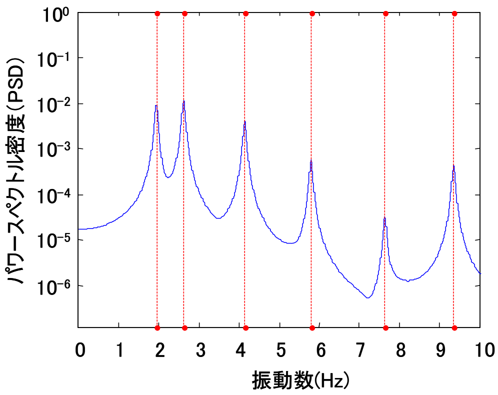


a) 節点④ b) 節点⑪

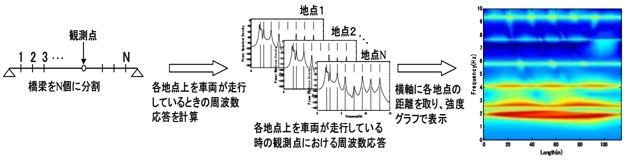
図－7 橋梁の速度時刻歴応答

4．4 周波数応答

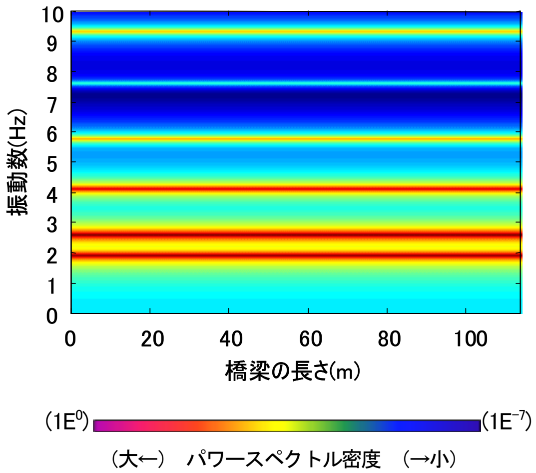
ある時刻における節点④の速度の周波数応答を図－8 に示す．ここに，縦軸は対数表示したものである．図中の赤点線は橋梁の固有振動数を表している．パワースペクトル密度のピークに着目すると，FEM 解析で得られた固有振動数と一致していることがわかる．ここで，30 秒間における速度の周波数応答を重ね合わせることで，3 次元の周波数応答のパワースペクトル（強度グラフ）として示すことが可能になる．図－9 に示すように，橋梁上の各地点を車両が走行している場合の周波数応答を計算し，横軸に各地点の距離，縦軸に振動数を取り，



図－8　常時微動による周波数応答



図－9　3次元の周波数応答（パワースペクトル）の表示の概念



図－10　橋梁全体の常時微動による周波数応答

周波数応答の分布を強度グラフにより表示する．なお，ここでは，風力励起力による橋梁常時微動のみが作用する場合が対象であるので，車両の影響は考えていない．その結果を示したものが図－10 である．図より，橋軸上のどの点においても周波数のパワースペクトル密度は等しくなることが，数値解析結果より確認できる．対数表示した周波数応答を見てみると，1～3 次の振動数がパワースペクトル密度は極めて高く，6 次までの振動数と比較すると，5 次の振動数は最も低くなっている．パワースペクトル密度の割合によって様々な次数の振動モードが重なり合っていることが明らかとなる．

5．１台車両による応答解析

2 自由度系車両モデルが一定速度 30km/h で走行した場合の常時微動する橋梁モデルの振動解析を行う．対象橋梁と車両モデルおよび常時微動は前章までに示したものである．橋梁は路面凹凸 $r(t)$を有しており，路面凹凸の路面状態は「最良」(A=0.001 (cm^2/(m･cycel^{-1}))とした．車両は橋梁に進入する前に，5 秒間路面凹凸上を走行させ定常状態としている．t=13.6(sec)までは車両は橋梁上を走行中であり，車両通過後，橋梁は自由振動を開始する．節点④と⑪を着目点として 2 点について応答解析を行った．

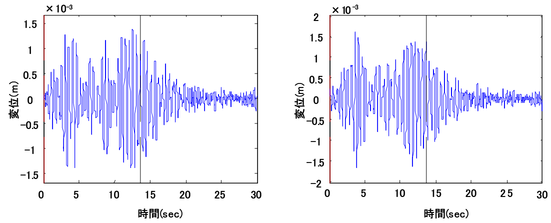
5．1　時刻歴応答

前章と同様，Newmark β 法より数値解析を行った．時間刻みは 0.01(sec)とし，30 秒間の着目点における変位，速度の時刻歴応答を求めた．着目点における橋梁の変位時刻歴応答を図－11 に，速度時刻歴応答を図－12 に示す．それぞれの図において，赤点線は車両が橋梁に進入した時，黒点線は車両が橋梁を通過した時を示す．走行車両が 1 台ある場合の橋梁の時刻歴応答はどちらの節点においても同じような結果が得られた．走行車両が 1 台ある場合の橋梁の変位時刻歴応答の振幅は約 1.5×10^{-3}m，速度時刻歴応答の振幅は約 0.02m/sec となり，常時微動による時刻歴応答の結果と比較すると，変位時刻歴応答で約 3.75 倍，速度時刻歴応答で約 2 倍の振幅となった．車両が通過した後，橋梁は自由振動となるため，図－11 と図－12 では収束する傾向にあることがわかる．

5．2　周波数応答

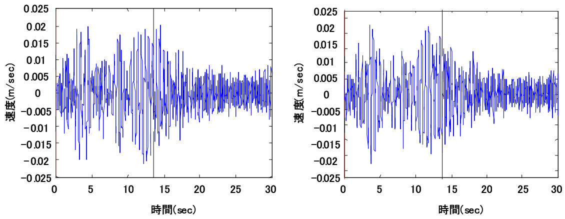
高次振動の応答を確認するため，パワースペクトル密度関数の縦軸を対数表示して表した．節点④と⑪の各着目点において，車両が橋梁の 1／4，1／2，3／4 地点に位置する場合の速度の周波数応答を図－13～15 に示す．a)，b)図は節点④，⑪を表す．図－13a)と図－15b)，図－14a)と図－14b)，図－13b)と図－15a)が，それぞれ類似するパワースペクトル密度を示すことがわかる．節点④と⑪は橋梁の両端からそれぞれ 26.25m に位置しており，橋梁の中点を中心に対称な点である．その結果，類似するパワースペクトル密度が得られた時の車両の位置と着目点との距離はどれも等しいため，走行車両 1 台の場合のパワースペクトル密度は，車両の位置と着目点との距離が大きく影響しているといえる．また，ほぼ全ての図において，パワースペクトル密度のピークが橋梁の 1 次の固有振動数とずれが生じている．特に車両の位置と着目点が橋梁の中点を中心に対称な位置にある時は，1 次の橋梁の固有振動数を境に大きく割れていることがわかる．その場合，パワースペクトル密度は他と比べ低くなっていることがわかる．

ここで，車両が橋梁を走行する間(113.75m)を，各車両の位置における周波数のパワースペクトル密度を重ね合わせた，3 次元の周波数応答のパワースペクトルを示す．それぞれの着目点における 3 次元の周波数応答のパワースペクトル密度を図－16，図－17 に示した．x 軸は



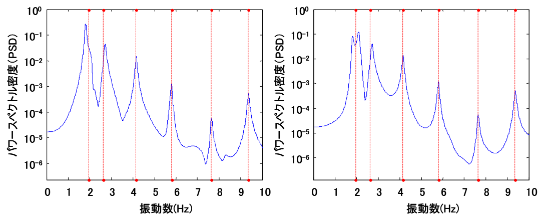
a)節点④　　　　b) 節点⑪

図-11　橋梁の変位時刻歴応答



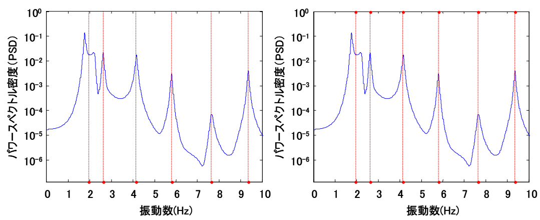
a)節点④　　　　b) 節点⑪

図-12　橋梁の速度時刻歴応答



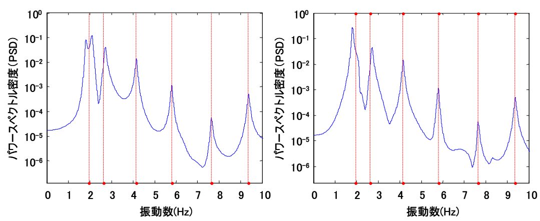
a)節点④　　　　b) 節点⑪

図-13 車両位置が橋梁1/4地点の場合



a)節点④　　　　b) 節点⑪

図-14 車両位置が橋梁1/2地点の場合



a)節点④　　　　b) 節点⑪

図-15 車両位置が橋梁3/4地点の場合

橋梁上の車両位置，y 軸は振動数，z 軸はパワースペクトル密度を示している．パワースペクトル密度の凡例は図－10 に同様である．

両図より，走行車両 1 台の場合の各着目点におけるパワースペクトル密度は，車両の位置に影響を受けることが見てとれる．1～3 次の振動数では，車両の位置により大きく節と腹が出来るような形になり，4～6 次の振動数では，車両の位置によって規則的に，いくつか突出

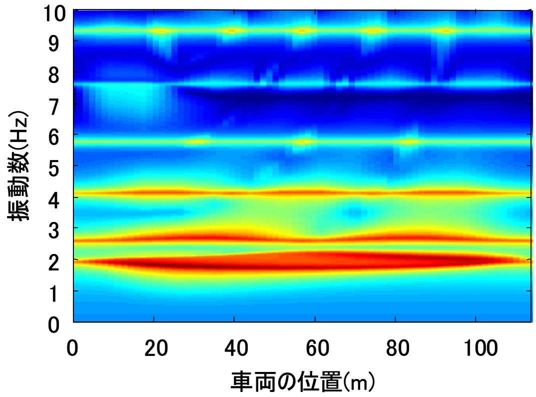


図-16　節点④における周波数応答

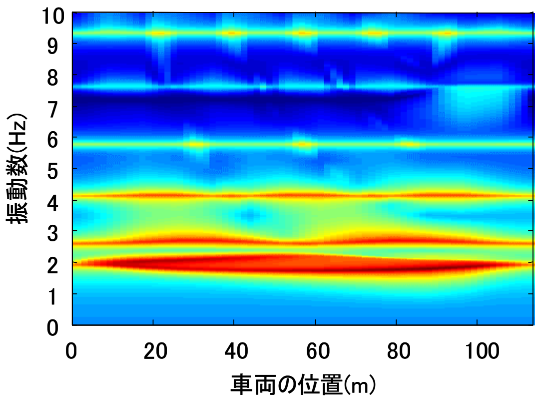


図-17　節点⑪における周波数応答

しているところが見られる．振動モードより 2，4，6 次モードにおいて節となるため車両が橋梁の 1／2 地点にある場合は，パワースペクトル密度は低くなると考えられたが，解析結果より 4，6 次に関しては逆に密度が高くなっている．これは橋梁と車両の連成振動によるものと考えられる．

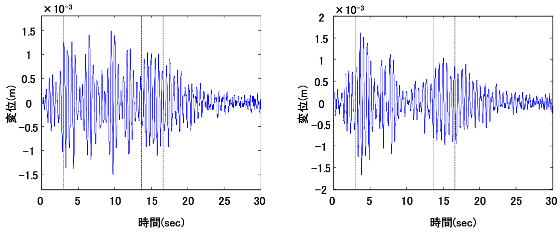
6. ２台・３台車両による応答解析

前章と同様の手順で，車両が 2 台および 3 台走行した場合の応答解析を行う．走行車両 2 台の場合は，1 台目の車両が橋梁に進入してから 3 秒後に，続けて 2 台目の車両が進入するものとした．このとき，t=16.6(sec)までは車両は橋梁上を走行中であり，通過後に橋梁は自由振動を始める．また走行車両 3 台の場合には，1 台目の車両が橋梁に進入してから 3 秒後に 2 台目の車両が進入し，さらに 3 秒後に 3 台目の車両が進入するものとした．このとき，t=19.6(sec)までは車両は橋梁上を走行中であり，通過後に橋梁は自由振動を始める．着目点は 1 台車両走行時と同様，節点④と⑪とした．

6. 1　2 台車両による応答解析

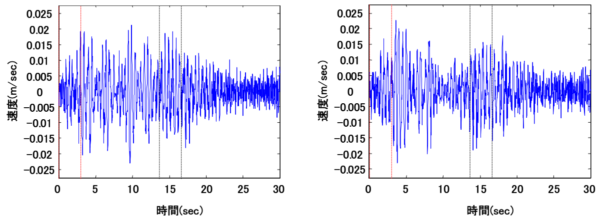
(1)　時刻歴応答

1 台車両走行による応答解析と同様に，30 秒間の節点④と⑪における変位，速度の時刻歴応答を求めた．橋梁



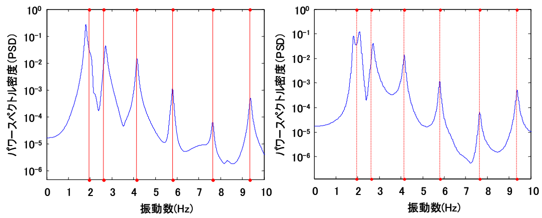
a) 節点④　　　b) 節点⑪

図-18　橋梁の変位時刻歴応答



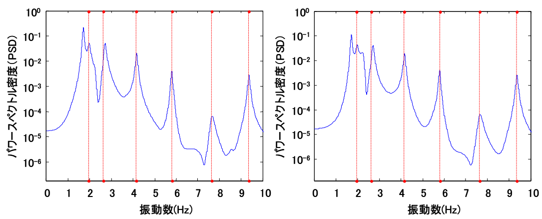
a) 節点④　　　b) 節点⑪

図-19　橋梁の速度時刻歴応答



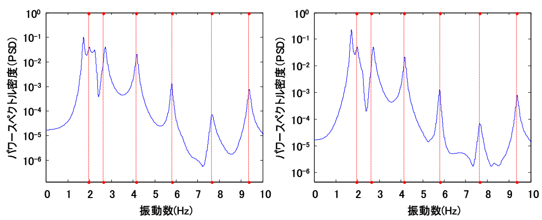
a) 節点④　　　b) 節点⑪

図-20　車両位置が橋梁1/4地点の場合



a) 節点④　　　b) 節点⑪

図-21　車両位置が橋梁1/2地点の場合



a) 節点④　　　b) 節点⑪

図-22　車両位置が橋梁3/4地点の場合

の変位時刻歴応答を図－18 に，速度時刻歴応答を図－19 に示す．1 台車両走行の場合と同様に，それぞれの図において，赤点線は車両が橋梁に進入した時，黒点線は車両が橋梁を通過した時を示す．

走行車両が 2 台ある場合の橋梁の時刻歴応答は，走行車両 1 台の場合と同様に，どちらの節点においても同じ

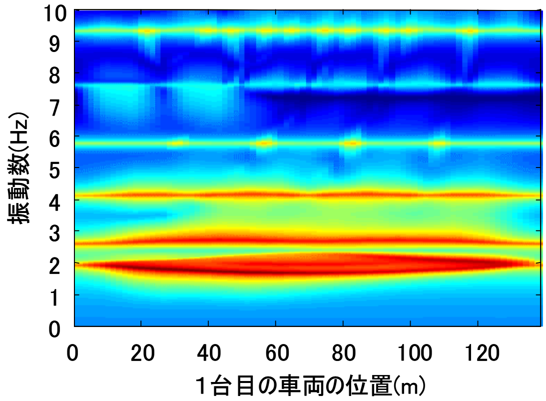


図-23　節点④における周波数応答
（車両走行2台）

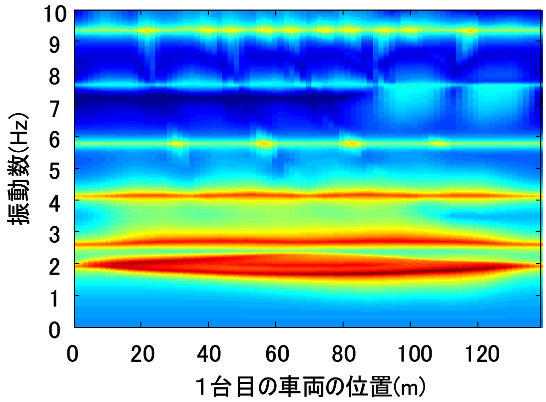
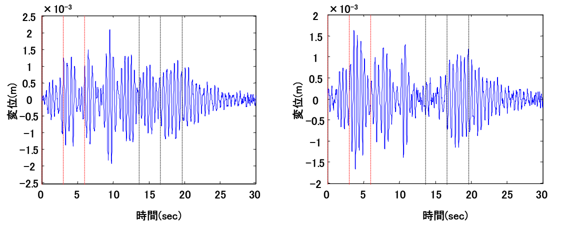


図-24　節点⑪における周波数応答
（車両走行2台）

様な結果が得られた．走行車両が 2 台ある場合の橋梁の変位時刻歴応答の振幅は約 1.5×10^{-3}m，速度時刻歴応答の振幅は約 0.02m/sec となり，走行車両 1 台の場合とほぼ同じ結果が得られた．常時微動による時刻歴応答の結果と比較すると，変位時刻歴応答で約 3.75 倍，速度時刻歴応答で約 2 倍となった．車両が通過した後，橋梁は自由振動となるため，図－18 と図－19 では収束する傾向にあることがわかった．

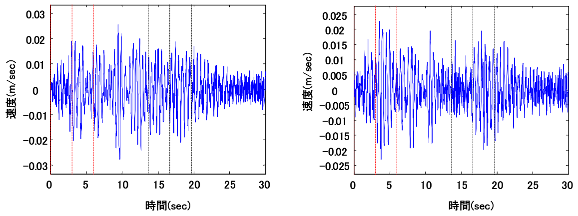
(2)　周波数応答

1 台目の車両が橋梁の 1／4，1／2，3／4 地点に位置する場合のそれぞれの着目点における速度の周波数応答（パワースペクトル密度）を図－20～図－22 に示す．a)，b)図は節点④，⑪を表す．図－21a）と図－22b)，図－22a）と図－21b）において，それぞれ類似するパワースペクトル密度が得られた．車両が 2 台走行することで，走行車両 1 台の場合とは異なる連成振動が生じたことがわかる．類似するパワースペクトルが得られたものについては，どちらにおいても車両の位置と着目点との間隔がとても近いため，走行車両 1 台の場合と同様に，車両の走行位置と着目点との位置関係より周波数応答のパワースペクトル密度は変化したと考えられる．また，全ての図において，パワースペクトル密度のピークが 1



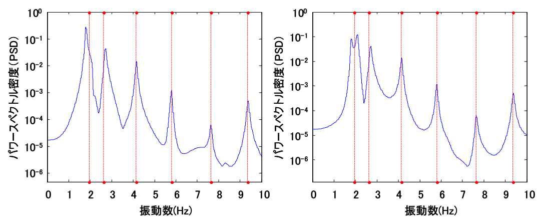
a)節点④　　　　　b) 節点⑪

図-25　橋梁の変位時刻歴応答



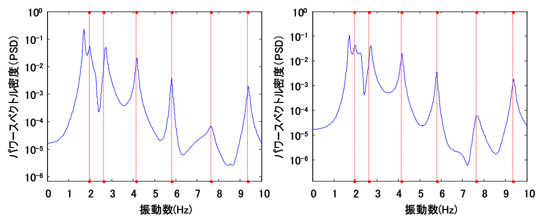
a)節点④　　　　　b) 節点⑪

図-26　橋梁の速度時刻歴応答



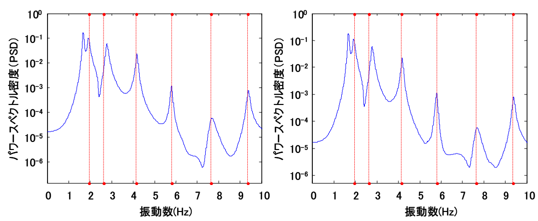
a)節点④　　　　　b) 節点⑪

図-27　車両位置が橋梁1/4地点の場合



a)節点④　　　　　b) 節点⑪

図-28　車両位置が橋梁1/2地点の場合



a)節点④　　　　　b) 節点⑪

図-29　車両位置が橋梁3/4地点の場合

次の橋梁の固有振動数とずれが生じている．走行車両 1 台の場合には見られなかったが，1 次の固有振動数付近のピークが複数に割れているものがある．車両の台数が変化することによって，橋梁と車両の連成振動にも大きく影響するといえる．

1 台目の車両が橋梁に進入時から 2 台目の車両が橋梁を通過する間(138.77m)を，車両の位置における周波数

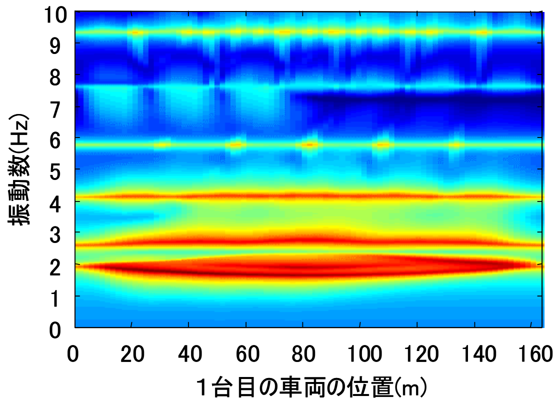


図-30　節点④における周波数応答
（車両走行3台）

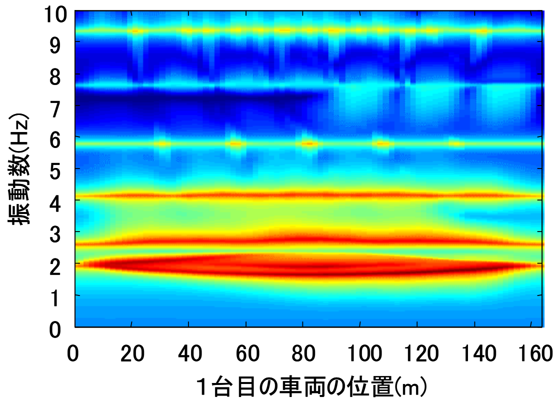


図-31　節点⑪における周波数応答
（車両走行3台）

のパワースペクトル密度を重ね合わせることで，3 次元の周波数応答のパワースペトルとして示す．車両走行 2 台の場合における 3 次元の周波数応答のパワースペクトルを図－23，図－24 に示す．x 軸は橋梁上の車両の位置を，y 軸は振動数を，z 軸はパワースペクトル密度を表す．パワースペクトル密度の凡例は図－10 に同様である．

1～6 次の全ての振動数において，パワースペクトルは一定だった常時微動による周波数応答に対して，走行車両が 1 台の場合と同様に，車両の位置によって，それぞれの振動数のパワースペクトル密度が変化している様子が見てとれる．走行車両 1 台の場合と比較すると，全ての振動モードにおいて，パワースペクトル密度が多様に変化していることを確認することができる．3 次の振動数で比較すると，走行車両 1 台の場合，4 つの節と 3 つの腹ができているが，走行車両 2 台の場合は，5 つの節と 4 つの腹ができている．さらに 6 次の振動数においては，走行車両 1 台の場合，突出している箇所はほぼ等間隔で 5 つ並んでいるのに対し，走行車両 2 台の場合，突出している箇所が増え，中央に多く見られる．

6. 2　3台車両による応答解析

(1)　時刻歴応答

3 台車両走行の場合の変位，速度の時刻歴応答について示す．解析方法は前項と同様である．橋梁の変位時刻歴応答を図－25 に，速度時刻歴応答を図－26 に示す．各図とも，赤点線は車両が橋梁に進入した時，黒点線は車両が橋梁を通過した時を示す．走行車両が 3 台ある場合の橋梁の時刻歴応答は，走行車両 2 台の場合と同様な結果が得られた．走行車両が 3 台ある場合の橋梁の変位時刻歴応答の振幅は約 1.5×10^{-3}m，速度時刻歴応答の振幅は約 0.02m/sec となり，車両が通過後，橋梁が自由振動をする様子を確認することができる点においては，走行車両が 2 台の時とほぼ一致した．しかし，走行車両 1・2 台の場合と比較すると，走行車両 3 台の場合，特に変位時刻歴応答において，振幅が大きく変化していることがわかる．これも橋梁と車両の連成振動によるものと考えられる．

1 台目の車両が橋梁の 1／4，1／2，3／4 地点に位置する場合のそれぞれの着目点における速度の周波数応答を図－27～図－29 に示す．a)，b)図は節点④，⑪を表す．図－29a）と図－29b）において，類似するパワースペクトル密度が得られた．走行車両 1・2 台の場合と同様，類似するパワースペクトル密度が得られた点においては，車両の位置と着目点との位置関係が同じことから，このような結果が得られたと考えられる．

1 台目の車両が橋梁に進入時から 3 台目の車両が橋梁を通過する間(163.8m)を，各車両の位置における周波数のパワースペクトル密度を重ね合わせることで，3 次元の周波数応答のパワースペクトルを導く．それぞれの着目点における車両走行 3 台の場合における 3 次元の周波数応答のパワースペクトルを図－30，図－31 に示す．パワースペクトル密度の凡例は図－10 に同様である．1～6 次の全ての振動数においてパワースペクトル密度は，一定だった常時微動による周波数応答に対して，走行車両が 1 台の場合と同様に，車両の位置によってそれぞれの振動数のパワースペクトルが変化している様子が見てとれる．4～6 次の振動数では，走行車両 1 台および 2 台の場合と同様，車両の位置によって規則的にいくつか突出しているところが見られる．特に 6 次においては，走行車両 2 台の場合に中央部に多く見られた突出箇所の存在がさらに顕著となる結果となった．

2 自由度系車両モデルが一定速度 30km/h で 2 および 3 台走行した場合の常時微動する橋梁モデルの振動解析を行った．時刻歴応答解析においては，橋梁の変位・速度時刻歴応答では，車両が橋梁に進入し，通過した後，橋梁は自由振動を始める様子を見ることができた．2 台の場合も 3 台の場合も振幅はほとんど同じ大きさになった．周波数応答解析においては，車両の位置と着目点との距離がパワースペクトル密度に大きく影響することが改めて明確となった．また，車両の台数が増えることにより，橋梁と車両の連成振動も変化していくことが確認できた．

7. まとめ

本研究で得られた成果を要約すると以下のようになる．

(1) 対象橋梁である荒川橋をモデル化し，固有値解析より振動特性を算出した．さらに走行車両と路面凹凸のモデル化を行い，路面凹凸を考慮した橋梁－車両系の運動方程式を導いた．

(2) 振動モードの内挿による連続化と荷重作用ベクトルの導入による線形近似法を用い，橋梁と車両の連成を考慮するために，荷重作用関数と変位内挿関数を導入した．このことにより振動解析および交通振動解析が可能となることを示した．

(3) 走行車両がない場合の周波数応答のピークは橋梁の固有振動数と一致した．走行車両がある場合は，橋梁と車両の連成振動する影響より周波数応答のピークは橋梁の固有振動数を境に割れが生じることがわかった．車両の台数が増えると，それぞれ異なった連成振動を行うため，走行車両が 1 台の場合とは違う結果が得られるが，周波数応答のピークと橋梁の固有振動数との間にずれが生じることが確認できた．このように，走行車両がある場合，橋梁の振動特性が車両の影響を受けて変化することを明らかにすることができた．

以上より，構造物をモデル化する場合，橋梁以外の特殊な要素の取り扱いを検討する必要性があるといえる．本研究では走行車両を同一のモデルでのみ考え，走行速度も一定で考えていたが，異なった車両モデルが複数台走行した場合等，より現実的な解析パターンを考える必要があると考えられる．

謝辞

株式会社 PAL 構造の江嶋由維氏（当時大学 4 年生）には解析等に協力いただきました．ここに記して感謝の意を表します．

付録　橋梁－車両系のインターフェース関数

走行車両による橋梁の振動解析を行うためには，橋梁－車両系のモデル化が必要であるが，走行車両は連続的な移動であるので，車両のタイヤ部が橋梁に接地している点をどのように表現するのかという問題がある．そこで，振動モードの内挿による連続化と荷重作用ベクトルの導入による線形近似法を用い，橋梁と車両の連成を行う．離散系でモデル化された橋梁上を，車両モデルが走行する場合，車両走行による荷重や変位は連続的に変化するので，各節点への配分が必要となる．1 台車両走行，

N 台車両走行の場合の橋梁－車両系について，荷重作用関数 **b**(vt)と変位内挿関数 **d**(vt)を定義し，運動方程式を構築する．

(A) 走行荷重分配関数

節点間の距離を等間隔と考えてλとし，走行車両の接地力を $p(t)$とする．図 A－1 のように，車両が節点 l と節点 l+1 の間にある場合，接地力荷重 $p(t)$ は節点荷重 $p_l(t)$と $p_{l+1}(t)$ に配分される．車両の位置 x=vt を節点間隔λで割ると，その商が節点番号 l, l+1 を表し，剰余が節点からの移動距離 λ_x となる．したがって，節点 l より λ_x にある接地力荷重 $p(t)$の節点力 $p_l(t)$，$p_{l+1}(t)$は次式で表される．

$$P_l(t) = \frac{\lambda - v(t-t_l)}{\lambda} p(t) = \left(1 + \frac{v(t_l - t)}{\lambda}\right) p(t)$$

$$P_{l+1}(t) = \frac{v(t_{l+1} - t)}{\lambda} p(t)$$

これをマトリックス表示すると，

$$\begin{bmatrix} P_l(t) \\ P_{l+1}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \dfrac{v(t_l - t)}{\lambda} \\ \dfrac{v(t_{l+1} - t)}{\lambda} \end{bmatrix} p(t) = \begin{bmatrix} b_l(vt) \\ b_{l+1}(vt) \end{bmatrix} p(t)$$

$$\mathbf{P}(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ b_l(vt) \\ b_{l+1}(vt) \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} p(t) = \mathbf{b}(vt) p(t)$$

となる．荷重作用関数 **b**(vt)は，移動荷重 $p(t)$を節点力として配分する関数である．

(B) 節点間変位内挿関数

車両が励起させた橋梁の振動の影響を受け，走行車両の振動は橋梁振動と連成する．橋梁の骨組み構造モデルでは，変位は節点において定義されている．節点 l と節点 l +1 との間を車両が走行する場合，車両直下の変位 $y_v(t)$を 節点 l と節点 l+1 の変位 $y_l(t)$と $y_{l+1}(t)$から内挿する必要がある．節点 l と l+1 との間の着目点 x=vt における車両直下のたわみ $y_v(t)$は次式で表される．

$$y_v(t) = \frac{v(t_{l+1} - t)}{\lambda_l} y_l(t) + \frac{v(t - t_l)}{\lambda_l} y_{l+1}(t) = \begin{bmatrix} \dfrac{v(t_{l+1} - t)}{\lambda_l} & \dfrac{v(t - t_l)}{\lambda_l} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_l \\ y_{l+1} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & d_l(vt) & d_{l+1}(vt) & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ y_l(t) \\ y_{l+1}(t) \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$y_v(t) = d^{\mathrm{T}}(vt) y(t)$$

着目点の変位を隣り合った節点の変位より求める関数を，変位内挿関数 **d**(vt)とする．

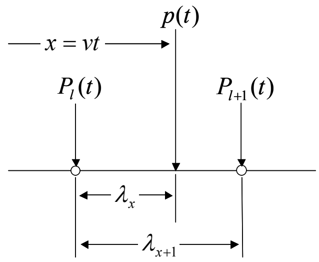


図 A-1 荷重作用関数 **b**(vt)

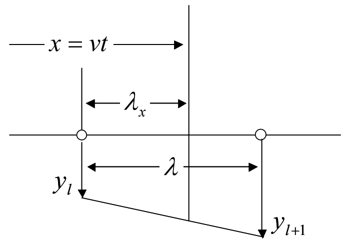


図 A-2 走行荷重分配関数 **d**(vt)

参考文献

1) 岩本政巳，藤野陽三：自動振動減衰波形からの固有振動数の近接した 2 自由度線形系のパラメータ同定，土木学会論文集, No.450/I-20, pp.141-149, 1992.7.

2) 讃岐康博，大塚良隆，大艸孝美，金子鉄男：Beating 波形からの各単振動の対数減衰率算出法，第 2 回橋梁振動に関するコロキウム論文報告集，pp.109-114,1989.8.

3) 岡林隆敏，山森和博，讃岐康博，田村太一郎：近接固有値を有する構造物の振動特性推定，土木学会論文集, No.633/I-49, pp.93-102, 1999.10.

4) 星谷 勝, 斉藤悦郎：線形多自由度系の動特性の推定，土木学会論文集, No.344/I-1, pp.289-298, 1984.4.

5) 岡林隆敏，加賀敏明，吉村 徹，尾口慎也：単一車両が走行する道路橋の確率的制御理論による振動制御，土木学会論文集, No.591/I-43, pp.339-349, 1998.4.

6) 徐 建年，岡林隆敏，林 英次郎：不規則振動論による動吸振器の最適設計，土木学会論文集, No.598/I-44, pp.371-379, 1998.7.

7) 阿部雅人，藤野陽三，長山智則，池田憲二：常時微動計測に基づく非比例減衰系の構造同定と長大吊橋への適用例, 土木学会論文集, No.689/ I -57, pp.261-274, 2001.

8) Peeters, B., De Roeck, G.: One-year monitoring of the Z24-Bridge: Environmental effects versus damage events, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.30, pp.149-171, 2001.
9) Sohn., H., et al: An Experimental study of temperature effect on modal parameters of the Alamosa Canyon Bridge, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.28, pp.879-897, 1999.
10) 吉田幸司，関　雅樹，曽布川竜，西山誠治，川谷充郎：鉄道高架橋の部材剛性低下による振動特性への影響評価，構造工学論文集，Vol.51A，pp.447-691，2005.3.
11) 吉岡　勉，原田政彦，山口宏樹，伊藤　信：斜材の実損傷による鋼トラス橋の振動特性変化に関する一検討，構造工学論文集, Vol.55A, pp.199-208, 2008.3.
12) 奥松俊博，岡林隆敏，田代大樹，要谷貴則，B.A.Jawaid：橋梁遠隔モニタリングシステムによる鋼ランガートラス橋の固有振動数の推移観測，構造工学論文集，土木学会, Vol.53A, pp.844-852, 2007.3.
13) 岡林隆敏，奥松俊博，中宮義貴：常時微動に基づくAR モデルによる構造物振動数の高精度自動推定，土木学会論文集 No.759/I-67, pp.271-282, 2004.
14) 岡林隆敏，奥松俊博，中宮義貴：高精度自動振動数推定システムによる構造物損傷の検知に関する実験的研究，構造工学論文集 Vol.51A, pp.479-490, 2005.
15) 古川 毅，岡林隆敏，木村啓作，奥松俊博：ARMA 過程で表現された既設橋梁振動モデルによる交通振動予測，土木学会論文集，No.787/I-71，pp.91-103，2005.4.
16) 奥松俊博，岡林隆敏，房前慎一，舩原祐樹，大岩根健吾：2 段階推定法による橋梁振動特性の高精度自動推定，構造工学論文集 Vol.52A, pp.227-236, 2006. 3.
17) 岡林隆敏，原 忠彦：道路橋振動特性測定における衝撃加振法の適用，構造工学論文集 A，Vol.34，pp.731-738, 1988.
18) 岡林 隆敏,岡谷 まり子,呉 慶雄：路面凹凸のモデル化と不規則振動論による道路橋交通振動加速度応答解析，構造工学論文集 Vol.47-A(2), pp.411-418, 2001
19) 松本信之，田辺　誠，涌井　一，曽我部正道：非線形応答を考慮した鉄道車両と構造物との連成応答解析法に関する研究，土木学会論文集 A，Vol.63，No.3，pp.533-551, 2007.7.
20) Ngo-Tran, T.L., Hayashikawa, T., Matsumoto, T.: Three-dimensional bridge-vehicle interaction analysis of simply supported twin I-girder bridge, Journal of Structural Engineering, JSCE, Vol.54A, pp.181-188, 2008.3.
21) 室井智文，薄井王尚，樅山好幸，深田宰史，梶川康男，幸田信則：伸縮継手付近の路面凹凸の影響を受けた大型車両と PC 桁橋の振動特性，構造工学論文集，Vol.54A, pp.171-180, 2008.3.
22) 梶川康男，深田宰史，林下貴彦，山田健太郎,小塩達也：サスペンション構造が異なった車両走行による高架橋の振動特性，構造工学論文集　I，Vol.50，pp.413-420, 2004.
23) 深田宰史，吉村登志雄，岡田　徹，薄井王尚，浜　博和，岸　隆：高架橋周辺の環境振動問題に対する桁端ダンパーの適用，構造工学論文集，Vol.55A，pp.329-342, 2009.3.
24) 宮下　剛，石井博典，藤野陽三，庄司朋宏，関　雅樹：レーザ計測を用いた鋼鉄道橋の高速走行により発生する局部振動の把握と列車速度の影響，土木学会論文集 A, Vol.63, No.2, pp.277-296, 2007.4.
25) 川谷充郎，金　哲佑，岩下謙司，安井克典：橋梁－車両連成系を考慮した高架道路橋の地震応答解析，土木学会論文集 A, Vol.64, No.4, pp.678-691, 2008.11.
26) 木村浩士，宮森保紀，三上修一，山崎智之，大島俊之：振動測定データに基づいた鋼斜張橋モデルの非線形地震時応答解析，構造工学論文集，Vol.55A，pp.317-328, 2009.3.
27) 牧 修市: 振動法による設備診断の実際，日本能率協会, 1988.
28) 小林健二編著: 音・振動による診断工学，コロナ社，2000.
29) Juang, J. N. and Pappa, R. S., An eigensystem realization algorithm for modal parameter identification and model reduction, Journal of Guidance, Controlr and Dynamics Vol.8(5), pp.620-627, 1985.
30) M.R.ALI, T. Okumatsu, T. Okabayashi and B.A.Jawaid: Dynamic characteristics estimation from the ambient vibration of existing bridge by realization theories, 構造工学論文集，土木学会，Vol.55A, pp.284-294, 2009.3.
31) 奥松俊博，B.A.Jawaid，岡林隆敏，下妻達也：遠隔モニタリングによる離島架橋の風速と振動数推定精度の検証，構造工学論文集，土木学会，Vol.55A，pp.275-283, 2009.3.
32) 岡林隆敏，岡谷まり子，呉慶雄，古川毅：共分散方程式による道路橋交通振動における加速度応答解析，構造工学論文集，Vol.48A, pp.339-348, 2002.

(2009 年 9 月 24 日受付)