矢板工法により建設された寒冷地トンネルの覆工内温度応力の理論的検討

An analysis of temperature stress of tunnel constructed by sheet pile method in cold regions

松尾 優子*,三上 隆**

Yuko Matsuo, Takashi Mikami

*北海道大学大学院,工学研究科北方圏環境政策工学専攻(〒060-8628 札幌市北区北13 条西8 丁目) **工博,北海道大学大学院教授,工学研究科北方圏環境政策工学専攻(〒060-8628 札幌市北区北13 条西8 丁目)

In cold regions, existing tunnels constructed by sheet pile method suffer from frozen damages. In order to estimate these damages, analysis of temperature stress is necessary. This paper presents a method for analyzing temperature stress using cylindrical shell theory taking consideration into temperature distribution in tunnel's lining. The temperature distribution in lining is obtained using theoretical model of heat convection/conduction.The effects of geometrical parameters such as length, radius, and thickness of lining are investigated. Several examples are also compared with other numerical methods based on the cylindrical shell theory.

Key Words: temperature in lining, temperature stress, cylindrical shell theory キーワード: 覆工内温度,温度応力,円筒殻理論

1. はじめに

北海道における道路トンネルは,冬期の厳しい寒さに より,氷柱や側氷の発達,地山凍結による覆工の変形及 び,ひび割れ等,凍害を受ける危険性が大きい¹⁾.その ため,凍害防止対策の一つとして,本研究で取り上げる 矢板工法により施工されたトンネルの場合は,トンネル 覆工表面に断熱材がトンネル坑口からトンネル奥の一 定区間において施工される,いわゆる外部断熱処理がな される.

しかしながら,断熱材の厚さ²⁻⁴⁾及び施工範囲を算定 するためのトンネル坑内の延長方向の温度分布⁵⁾に関す る報告はみられるものの,延長方向の分布特性を踏まえ たトンネル覆工内の温度応力に関する報告は少ないよ うである.

なお,この種の問題に適用可能な温度応力(熱応力)算 定式⁶としては,円筒殻の厚さ方向の温度の挙動を線形 と仮定し,殻の内側と外側の温度差に着目した殻の端面 から十分に離れた位置における応力算定法及び,それに 端面の境界条件を考慮した算定式があるが,トンネル延 長方向の温度勾配を考慮した報告はみられない.

そこで本研究は,トンネル覆工表面のひび割れ発生の 要因となる引張応力が発生しやすい冬季間のトンネル 坑内気温分布より,トンネル覆工内の温度応力を把握す ることを目的に行ったものである.そのため本解析は, 冬季間におけるトンネル坑内延長方向の最低気温分布 は「負の温度を示す.トンネル坑口より遠ざかるにつれ て温度は上昇する」という観測温度分布特性をほぼ表す ことのできる解析的なトンネル坑内延長方向温度算定 式⁵⁾を下に,トンネル覆工内の延長方向の温度分布を求 め,それに基づいたトンネル覆工の温度応力の検討を理 論的に行ったものである.

具体的には,トンネルは円形断面とし,トンネル覆工 はトンネル延長方向にはシェルとしての役割が期待で きることから,薄肉円筒殻理論により温度応力問題を記 述して解析を行い,数値例ではトンネル覆工の温度応力 への各パラメータ(トンネル内風速,地山の熱伝導率,ト ンネル径,トンネル延長等)の影響を調べるとともに,上 述の既往の算定法⁶の適用可能性の検討も行った.

2.北海道内の矢板工法で建設されたトンネルの諸元

ここでは後述する数値計算に使用する目的として,既 設の矢板工法で建設されたトンネル状況について,北海 道の道路トンネル⁷⁾より,トンネル延長,半径,覆工厚 を調べた.

図 1 にトンネル延長について集計した結果を示す. 同図より,北海道内の矢板工法で建設されたトンネルの 多くは延長が500m以下であることが確認できる.

図 2に換算半径による集計結果を示す.ここで換算



図 - 1 北海道内の矢板工法によるトンネル延長



図 - 2 北海道内の矢板工法によるトンネルの換算半径



図 - 3 北海道内の矢板工法によるトンネルの覆工厚

半径とは,トンネル内空断面積より求めたトンネル坑内 の半径であり,図 2より3.0mから4.0mの範囲に分布 しているのがわかる.また,図 3 に側壁部及びアーチ 部の覆工厚についてそれぞれ0.25m単位で示す.同図に 示すように,覆工厚については,0.25mから0.75mの範 囲で集中している.

本研究では,これらのデータを参照しパラメータの値 を定め計算を行った.

3.トンネル覆工内の温度応力の解析

トンネル延長方向に沿った覆工内の温度応力を求めるには,最初にトンネル内空の延長方向の温度分布⁵⁾を求め,次にこれを入力温度としたトンネル覆工内の温度解析⁸⁾を行い,最後に温度応力の解析を行うことになる.



なお,延長方向の温度分布及びトンネル覆工内の温度分 布の解析は文献 5,8)を参照してもらうことにし,ここで の記述は簡単にしたい.

図 - 4 に,トンネルの温度解析⁵⁸に用いた解析モデル を示す.トンネル延長はL,トンネル内径はr₁,トンネ ル外径はr₂,及びトンネル覆工厚さはh=r₂-r₁を表す. 解析は,トンネルの断面を円形,トンネル両坑口から風 が一定の風速(v_w)で吹き込み,及び気温は年周期の周期 的変動を示すとの仮定の下,トンネル覆工と地山の二層 系からなるモデルに対して,熱伝達理論・熱伝導理論⁹⁾ を用いて行った.トンネル覆工内の温度分布⁸⁾は,トン ネル坑口位置における年平均気温。及び年温度振幅。 を境界条件とする定常解と準定常解の和として求め,次 にその和を入力値として,トンネル覆工内の温度解析を 行っている.また,本解析では実際のトンネル覆工の延 長 10m ごとに設けられている目地の影響を無視して解 析を行っているが,その算定応力は安全側の結果を与え るものと考えられる.

一方,トンネル覆工内の温度応力解析は,矢板工法で施工されたトンネルの場合,覆工背面には一般には空隙があることから,図-4からトンネル覆工のみを取り出して解析を行った.その挙動は薄肉円筒殻理論^ので記述し,トンネル坑口における境界条件は,トンネル延長(軸)方向には自由とした.

なおトンネル延長方向の座標 z(=0~L/2)は,温度分布 解析及び温度応力解析に対して,トンネル延長方向の中 心を原点とした.

3.1 トンネル坑内延長方向及びトンネル覆工内の 温度分布

トンネル覆工内の温度応力を求めるにあたり,冬季間 ではトンネル覆工内に生じる温度応力が引張応力とな るため,冬季間の温度応力に着目し解析を行った.解析 に用いた冬季間におけるトンネル内空の最低気温の延 長方向分布は,次式で表される.

$$\theta_{z} = \theta_{0} - \Theta_{0} \cdot \exp\left(\frac{\operatorname{cof}(g(r_{1}) \cdot \cos \eta(r_{1}) - 1)}{v_{w}} \cdot \left(\frac{L}{2} - z\right)\right)$$
(1)

ここで,上式の第1項目は定常解であり,第2項目は 準定常解のピーク値であり,また最高気温分布は式(1) の右辺において,マイナス符号をプラス符号に変えれば よい.なお,気温分布は z=0 に関して対称分布をなすも のである.

式(1)を入力温度として,トンネル覆工内(半径方向)の 温度分布を求めれば次式となる

$$\theta_{r} = \theta_{0} - \Theta_{0} \cdot g(r) \cdot \exp\left(\frac{\operatorname{cof}(g(r_{1}) \cdot \cos \eta(r_{1}) - 1)}{v_{w}} \cdot \left(\frac{L}{2} - z\right)\right) \quad (2)$$

ここで, $cof=(2\cdot a_{ir})/(C_p\cdot \cdot r_l)$, a_{ir} は空気の熱伝達率, C_p は空気の定圧比熱, は空気の比重である.式(2)に 現れる g(r)は図 4 に示したトンネル覆工と地山の二層 系モデルに対する準定常解より求めたトンネル覆工内 の温度振幅を表し,式(1)と式(2)の g(r_l)は覆工表面の温 度振幅である.さらに,式(1)と式(2)の $\eta(r_l)$ は,同様に して二層系モデルより得られた準定常解の地山方向の 位相遅れを表している.また,上式は不易層の温度と年 平均気温を同じ値として求めている.

なお,後の数値例で明らかにするが,トンネル覆工内 において,厚さ方向の温度の変動を線形であると仮定 する.いま,式(2)において,右辺の第2項目を ₀F(r, z)と記せば,トンネル覆工内の温度分布は次式のように 半径方向の直線分布で表される.

$$\tau = \tau_0(z) + \frac{x}{h}\Delta\tau(z)$$
⁽³⁾

ここで x (=-h/2~h/2)は覆工中央を原点にとり,正の方向は r のそれと同じとする(図 - 4). さらに,

$$_{0}(z) = _{0}(F(r_{2}, z) + F(r_{1}, z))/2$$
(4.a)

$$(z) = {}_{0}(F(r_{2}, z) - F(r_{1}, z))$$
(4.b)

であり、_{て0}(z)は年平均気温からの温度変化を表し、(z) は覆工の外側と内側表面の温度差を表す。

3.2 トンネル覆工内の温度応力の算定

式(4)で与えられた温度変化を受けるトンネル覆工の 挙動は,円筒殻理論を用いて表せば次式となる.

$$\frac{d^{4}w}{dz^{4}} + 4\beta^{4}w = b_{1} \cdot \tau_{0}(z) - \frac{d^{2}}{dz^{2}} \{b_{2} \cdot \Delta \tau(z)\}$$
(5)

ここで,wはトンネル覆工の半径方向変位, ⁴ = E・ h/(4・D・r'²),D=E・h³/{12(1-²)},b₁= ・E・h/(D・r'),b₂= ・(1+)/hであり,またEはトンネル覆工コンクリートの弾性係数, =ポアソン比, =線肪張係数,r'は 覆工中央における半径でr'=(r₁+r₂)/2である.

式(5)から得られる余解は,zにつき偶関数で与えられることに留意すれば,半径方向変位wは,次式となる.

$$w = C_1 \cosh\beta z \cdot \cos\beta z + C_2 \sinh\beta z \cdot \sin\beta z + f(z) \quad (6)$$

ここで, C₁とC₂は境界条件から決定される未定係数であり, f(z)は式(6)の特解を表し,次式で与えられる.

$$f(z) = (b_1 \cdot s_1 - b_2 \cdot s_2 \cdot s_0^2) \cdot \exp\left\{s_0 \cdot \left(\frac{L}{2} - z\right)\right\} / (s_0^4 + 4\beta^4)$$
(7)

$$s_0 = \frac{\operatorname{cof} \cdot \{g(r_1) \cdot \cos \eta_1 - 1\}}{\nu}$$
(8.a)

$$s_1 = \Theta_0 \cdot \frac{\{g(r_1) + g(r_2)\}}{2}$$
 (8.b)

$$s_2 = \Theta_0 \cdot \{g(r_2) - g(r_1)\} \cdot {s_0}^2$$
 (8.c)

未定係数 C₁と C₂は,トンネル坑口位置 z=L/2 における自由の条件より定められ,その条件は以下となる.

$$M_z = Q_z = 0 \tag{9}$$

ここで,曲げモーメント M_z及びせん断力 Q_zは次式である.

$$M_{z} = D \cdot \left\{ \frac{d^{2}w}{dz^{2}} + b_{2} \cdot \Delta \tau(z) \right\}$$
(10.a)

$$Q_{z} = D \cdot \left\{ \frac{d^{3}w}{dz^{3}} + \frac{d}{dz} \cdot \left(b_{2} \cdot \Delta \tau(z) \right) \right\}$$
(10.b)

トンネル覆工の円周方向応力 は、係数 C₁ と C₂ が求まれば,式(3)及び式(6)を用いて,次式より得られる.

$$\sigma_{\theta} = E \cdot \left\{ \frac{w}{r'} - \alpha \cdot \tau_{\theta}(z) - \frac{x}{(1 - v^2)} \left\{ v \cdot \frac{d^2 w}{dz^2} + \alpha \cdot (1 + v) \cdot \frac{\Delta \tau(z)}{h} \right\} \right\}$$
(11)

なお、前述した既往の温度応力(熱応力)算定式^のは以下 となる.円筒殻の厚さ方向の温度の挙動を本研究と同様 に線形と仮定し,式(3)における_の(z)を零とする場合の 式である.

トンネル坑口より十分に離れた位置のトンネル覆工 の円周方向応力 は,次式である.

$$\sigma_{\theta} = \frac{\alpha \cdot E \cdot \Delta \tau(z)}{2 \cdot (1 - \nu)}$$
(12.a)

また,トンネル坑口ではシェルの曲げの影響があることから,近似的に坑口での境界条件(トンネル延長方向の応力 ₂が零)の条件を満足するように求めた最大の温度応力は次式となる.

$$\sigma_{\theta} = \frac{\alpha \cdot \mathbf{E} \cdot \Delta \tau(z)}{2 \cdot (1 - \nu)} \cdot \left\{ 1 - \nu + \frac{\sqrt{1 - \nu^2}}{\sqrt{3}} \right\}$$
(12.b)

4.数値計算例

ここでは,温度応力に及ぼす覆工の温度分布特性(式 (3)の₀(z)と (z)),及び地山の熱伝導率,トンネル内 風速,トンネルの各種パラメータ(延長,覆工の厚さ,半 径等)の影響を明らかにする.なお,冬季間の最低気温分 布を下に温度応力を算出したため,円周方向応力 は, すべて覆工内側表面の値に着目して整理し,正の値のと きは引張応力である.

計算に用いた各種のパラメータを表 - 1 に示す.計算 では,特定のパラメータの影響を調べる時には,表 1 に記した範囲内で変化させ,その他のパラメータにはこ の表で与えた基準パラメータを用いた.

また,覆工の熱伝導率は 1.5(W/m),覆工の熱容量 1,700(kJ/m³),地山の熱容量 2,000(kJ/m³),空気の熱 伝達率 (W/m²),空気の定圧比熱 1,000 (J/kg·K),空 気の比重 1.3(kg/m³)を用いた.

4.1 覆工内の温度分布

図 5 に式(2)より計算した覆工内の温度分布を示す.

諸元項目	単位	基準値	範囲
風速 v _w	m/s	0.5	0.1 ~ 5.0
トンネル延長L	m	500	300~1000
トンネル内径 r ₁	m	3.5	3.0~5.0
覆工厚 h	m	0.6	0.4 ~ 1.0
地山の熱伝導率。	W/m	1.5	1.0~5.0

表 1 解析パラメータ



図 - 5 覆工内の温度分布



図 - 6 覆工内の温度分布

覆工厚は h=1.0m の条件で,トンネル内径 r₁を変化させ て計算を行った.図 5より,覆工内の温度分布は直線 近似できることが確認できる.同様にして,基準パラメ ータとなる h=0.6m の覆工内の温度分布を図 6 に示す. 図 6より h=0.6m においても、覆工内の温度分布は直線 とみなすことができることがわかる.

4.2 トンネル延長 L が与える影響

図 7 にトンネル延長Lの変化における を示す.同 図より,トンネル中心部はLが短いほど が大きい値 となるが,トンネル坑口部では同じピーク値0.26を示し ていることがわかる.次に,同様にして図 8 に 。を示 す.。はzの増加とともに減少している.なお,Lにお ける変化はzのどの位置においても, ,。の両者と もL=500mに対して,L=300mでは,1.07倍,L=1,000mの ときは0.85倍となっている.

図 9 に L の変化における覆工内面の温度応力 を 示す.同図よりわかるように,トンネル中心部では,L が短いほど は大きくなるが,坑口近傍ではいずれのL の場合でも は0.15となるピーク値を示したただし, ここでは, の値は。で除して無次元で示しているた め,実際の は建設地点における。に大きく影響され る.また,L=300m,L=500mでは,トンネル坑口付近の 応力は急激に減少しているが,L=1,000mでは一様に収束 している.(付録参照)



図 7 トンネル延長 L の変化による





図 9 トンネル延長 L の変化による温度応力



図 10 0による温度応力 (=0)



さらに,図 10 に =0,図 11 に =0 としたとき の温度応力 を示す.これらの図より, 。による応力 の影響は非常に小さく, による応力が支配的である ことがわかる.すなわち,式(3)で右辺の第1項を無視 して のみを考慮し の算定を行うことができると いうことがいえる.これ以降,温度分布については,

の結果のみを示す.ただし,本論文の の計算では 。も考慮している.

4.3 トンネル内径 r₁が与える影響

図 12 にトンネル内径r₁の変化における を示す. 同図よりトンネル坑口近傍ではr₁が小さいほど, の 値が若干大きくなる傾向が見られるが,それほど大き な差がないことが確認できる.また (図 13)につい



図 12 トンネル内径r1の変化による



図 13 トンネル内径r1の変化による温度応力



ても, と同様に r₁ の変化による相違はあまり見られず, 坑口近傍では はピーク値をとる.

4.4 覆工厚h が与える影響

図 14 に覆工厚 h の変化における を示す.同図 より z がどの地点であっても, h が厚くなるほど 1± 大きい値を示しており, はz に対して直線的に増加 している.次に, (図 15)では,トンネル中心部か と同様な傾向を示すが,坑口付 ら坑口近傍までは 近ではいずれのケースも、ピーク値に達したのち急激 に減少している.また,hが厚いほどzに対する の 増加率はやや大きくなっている. ともにトン . ネル中心部では, h=0.6m のときの値を基準とすれば,



図 15 覆工厚hの変化による温度応力

h=0.4m では 0.7 倍, h=0.8m では 1.3 倍, h=1.0m では 1.5 倍となっている.

4.5 風速 vw が与える影響

図 16 に風速 v_wの変化における を示す.図 16 よりトンネル中心部では v_wが大きいほど は大きく, 坑口近傍ではその差が小さくなることがわかる.また,

(図 17)も と同様な傾向を示しているが,坑口近傍の は風速 vwの大きさに関わらず,いずれのケースも 0.15 付近まで達したのち,0.04 まで,急激に減少している.

4.6 地山の熱伝導率 。が与える影響

図 18に地山の熱伝導率 。の変化における を示す. 同図よりいずれの z の位置においても, 。が大きいほど, は大きな値を示し,また z に対する増加率も高くなっ ていることがわかる.次に,図 19に地山の熱伝導率 。の変化における を示す.トンネル坑口近傍までは は と同様に z とともに増加するが,坑口近傍では どの 。の場合でも,ピーク値に達したのち,急激に減少 している.以上より,坑口近傍までは,。の変化による , は z に対して直線的に増加しており,トンネル 中心部では, s=1.5Wm/のときの値を1.0と基準にお いたとき, s=1.0Wm/では 0.8 倍, s=3.0Wm/では 1.3 倍, s=5.0Wm/では 1.5 倍となった.

4.7 本解析結果と他の算定法との比較

ここでは本解析結果と前述の式(12.a),式(12.b)との比較を行う.なお,式(12.a),式(12.b)は (2)のみを考慮した となっているため,本算定法との比較にあたり,本算定法では (2)=0 として解析を行った.

表 2 にトンネル延長 L の変化における各理論の を示す.表 2 より,トンネル中心部(z=0)では式(12.a) と本算定法による結果はほぼ同じ値を示している.しか し,トンネル坑口近傍では,式(12.b)のほうが,本算定法 の1.4 倍程度大きな値を示した.同様に,h(表 3)とr₁(表 4)についても,比較を行ったが,いずれの場合におい



s=4.0 Wm/ s=5.0 Wm/

0

0

50

100

150

図 19 地山の熱伝導率 。の変化による温度応力

z (m)

200

250

300

エレ(12.a), エレ(12.b)と半昇正法のに敗				
	z=0		トンネル坑口付近	
り礼延長	式(12.a)	本算定法	式(12.b)	本算定法
L=300m	0.137	0.137	0.212	0.150
L=500m	0.129	0.129	0.212	0.150
L=1,000m	0.109	0.110	0.212	0.151

表 2 L の変化における温度応力 σ /(α·E·。)の 式(12a) . 式(12b)と本算定法の比較

表 3 h の変化における温度応力 σ /(α・E・。)の 式(12.a),式(12.b)と本算定法の比較

	z=0		トンネル坑口付近	
覆工厚	式(12.a)	本算定法	式(12.b)	本算定法
h=0.4m	0.090	0.090	0.149	0.106
h=0.6m	0.129	0.129	0.212	0.150
h=0.8m	0.163	0.163	0.269	0.190
h=1.0m	0.194	0.194	0.319	0.226

表 4 r₁の変化における温度応力 σ /(α・E・。)の 式(12.a),式(12.b)と本算定法の比較

	z=0		トンネル坑口付近	
り礼半径	式(12.a)	本算定法	式(12.b)	本算定法
r ₁ =3.0m	0.128	0.128	0.219	0.155
r ₁ =3.5m	0.129	0.129	0.212	0.150
r ₁ =4.0m	0.129	0.129	0.207	0.147
r ₁ =4.5m	0.129	0.129	0.203	0.144
r ₁ =5.0m	0.128	0.128	0.200	0.142

ても式(12.b)のほうが,本算定法より,1.4 倍程度大きく 評価している結果となった.

これまで示した温度応力の計算結果より,温度応力

は坑口近傍でピーク値をとり,トンネル中心部に近 づくに従い,減少傾向にあることがわかる.トンネル中 心部においては,式(12.a)は適用可能であるが,坑口近 傍においては式(12.b)は,1.4倍程度大きくなり過大評価 されやすい.この傾向の要因としては,式(12.b)はトン ネル延長方向の温度分布特性が考慮されていないため である.

5 まとめ

本研究では,トンネル坑内の最低気温分布を下に,トンネル覆工内の温度分布,及び温度応力へ影響を及ぼす 各パラメータについて解析を行った.

- ここで得られた主な結果は以下である.
- 1) _{((z)}はトンネル中心から坑口にむかって直線的に増加 し, (z)は減少する.
- 2) 覆工内の温度応力解析には (2)が支配的であり,式 (5) においては, (2)の項は無視することができる.

- 3)温度応力 σ /(α・E・)のピーク値はトンネル坑口もし くは坑口近傍でとる.またそのピーク値は内径,覆工 厚,地山の熱伝導率,風速が大きいほど大きくなる傾 向を示した.
- 4) トンネル中央部分の温度応力 σ /(α・E・。)の評価にお いては,式(12.a)は有効である.ただし,坑口近傍での 式(12.b)は本算定法よりも約1.4倍程度大きく評価して いることがわかった.

以上より,対象となるトンネルの諸条件より覆工内に 発生する温度応力を算定することができる.これらの結 果を,トンネルの健全度の評価において,参考にされた い.

付録



付図 1 Lの変化における M による温度応力 (M : 円周方向の曲げモーメント)



付図 2 Lの変化におけるN による温度応力
(N:円周方向の軸力)

参考文献

- 1) 坂本稔,川北稔、五十嵐敏彦:道路トンネルの変状の 実態(北海道の場合),トンネルと地下,第20巻,第5 号,pp.31-35,1989.
- 2) 三上隆,岡田正之,芳村仁: 既設トンネルの外部断熱 材の厚さの算定について,構造工学論文集,Vol.42A, pp.43-48,1994.
- 3) 岡田勝也,福地合一:断熱処理によるトンネルつらら 防止工の研究,土木学会論文集,No.309,pp.129-139, 1981.

- 4) 岡田勝也,松本嘉司:トンネルの断熱処理によるつらら防止工における断熱材幅の余裕長の提案,土木学会論文集,No.424/ -8,pp.145-152,1990.
- 5)河村巧,三上隆,福本皓一:断熱材設計のための寒 冷地トンネルにおける坑内延長方向の温度解析,構造 工学論文集, Vol.54A, pp.32-38, 2008.
- 6) S.Timoshnko, S.Woinowsky-Krieger: Theory of Plates and Shells, McGraw-Hill Book Company, 1959.
- 7) 北海道土木技術協会トンネル研究委員会:北海道の道路トンネル,日本北海道土木技術会トンネル研究委員会,1988.
- 8) 松尾優子,河村巧,三上隆:在来工法により建設され た寒冷地道路トンネルの覆工内温度,第64回年次学術 講演会講演概要集,pp.653~654,2009.
- 9)川下研介:熱伝導論,オーム社,1966.

(2009年9月24日受付)