構造工学論文集 Vol.55A (2009 年 3 月)　　土木学会

SPH 粒子法の構造部材の弾塑性解析への適用に関する基礎的研究

A fundamental study on SPH method applicability for RC beam elastic-plastic analysis

深澤仁*，園田佳巨**
Jin Fukazawa, Yoshimi Sonoda

*九州大学大学院博士課程学生，工学府建設システム工学専攻（〒819-0395 福岡県福岡市西区元岡 744 番地）
**工博，九州大学大学院教授，工学研究院建設デザイン部門（〒819-0395 福岡県福岡市西区元岡 744 番地）

Recently, as one of the numerical simulation method, SPH（Smoothed Particle Hydrodynamics）is attracting attention. Because SPH is a meshfree method, it is regarded as a useful method to analyze overall process from elastic deformation to failure phenomena such as penetration or cracking of concrete. However, in order to evaluate these process, it is important to calculate accurate stress filed of object structures. Therefore, this study aims at evaluating the applicability of SPH method to elastic or elasto-plastic response of structural members under the impact load. From these calculations, though there remains a issue of artificial viscosity, it is confirmed that SPH method could simulate elasto-plastic response of RC beams using damage mechanics concept.

Key Words: SPH method, reinforced concrete, elasto-plastic impact analysis
キーワード : SPH 法，鉄筋コンクリート，弾塑性衝撃応答解析

1. 緒言

近年，土木分野における構造設計は性能照査型に移行しつつあり，大規模な衝撃荷重の作用が予想される落石防護工や砂防堰堤などの防護構造物についても，その性能を明確にすることが求められている．これまで，落石防護工など衝撃荷重を受ける土木構造物の耐衝撃性に関する解析的研究は数多くなされており [1), 2), 3)]，RC はりなど構造部材の弾塑性衝撃応答については，既存の汎用ソフトを用いて概ね把握できることが報告されているが，衝突物の貫入・貫通や裏面剥離などの破壊現象については，その挙動を再現する手法は未だに確立されているとは言い難い状況である．これらの破壊現象は，要素間の結合と形状関数による変位場の内挿を前提に定式化された有限要素法で取り扱うことは本質的に困難であり [4), 5)]，各要素の接触・離反を想定した個別要素法などが適していることは言うまでもない [6)]。しかし，従来の個別要素法には，要素配置依存性や要素間バネ定数の設定方法などに検討すべき問題が残されており，それらが定量的な評価を行う場合の支障となることも少なくない。そこで本研究では，防護構造物の弾塑性挙動と裏面剥離などの破壊を統一的に評価できる解析手法の構築を目的として，個別要素法や MPS 法と同じ粒子法の一つである SPH（Smoothed Particle Hydrodynamics）を固体の衝撃応答解析に適用するための基礎的な検討を行った．SPH は，1970 年代後半に Lucy，Monaghan らによって提案され，圧縮流体理論を元にした粒子表現による解析手法で，これまでに流体問題や惑星衝突問題などに適用されてきた実績がある．基本的には，連続体を粒子の集合体として離散化し，個々の粒子挙動を影響半径内に存在する他粒子との相互作用によって求める手法である．粒子間距離に応じた重みによって相互作用力を変化させながら運動方程式を解くことから，メッシュに依存しない解析方法である．SPH は，個々の粒子が初期配置から大きく移動しても解析を継続することが可能であり，従来の有限要素法などでは取り扱いが困難であったひび割れ・貫通・破壊・飛散などの破壊現象に広く適用できる [7), 8)]ため，1990 年代には宇宙工学におけるスペースデブリによる超高速破壊問題などに適用されている．

しかし，粒子群の大まかな流れを再現すれば良い流体問題や構造物の破壊を前提とした超高速衝突問題と異なり，構造物の破壊の可能性を照査するような問題では，破壊に至る前の塑性変形が小さなひずみ場を精度良く求めることが非常に重要である。そこで，本研究ではひび割れや貫通などの破壊現象を解析対象とする前段階

として，弾塑性衝撃応答問題に SPH 法を適用する場合，どのような工夫や改良が必要なのか，SPH 法の特性を明確にしながら基礎的な検討を試みた．そのため，最初に簡単な単軸引張状態や片持ちばりの静的曲げ問題を解くことで，仮想粒子の必要性やはりの曲げを評価する場合に適した kernel 関数の種類の特定，ひずみ場の平面保持を精度良く再現するために必要なはり高さ方向の必要粒子数など，典型的な弾性問題を用いて SPH 法の基本的な特性について考察した．次に，片持ちばりに衝撃荷重を作用させ，自由端の変位応答を汎用有限要素解析ソフトの MSC.marc の結果と比較することで，粘性減衰項などの衝撃解析における問題点などを検討した．さらに，構造部材の弾塑性衝撃応答解析への適用性を評価するために，塑性変形による材料の剛性低下を簡易に損傷度として考慮した衝撃解析手法を作成し，過去に実施された RC はりの重錘落下実験 [1)]を参考に，RC はりの弾塑性衝撃応答に対する定量的な解析精度を調べた．

2. SPH 法の基礎理論

2.1 SPH 法の基礎式

SPH 法は，連続体を粒子（評価点）の集合とみなし，粒子上での任意の時刻における加速度やひずみなどの物理量を，式(1)に示すような kernel 関数により近似の概念を用いて評価する．

$$f(x) \approx \int f(x')\,W(x-x',h)\,dx' \qquad (1)$$

ここで，$f(x)$ は任意の関数，$W(x-x',h)$ はkernel関数，h は影響半径，x は評価点座標値，x' は任意評価点の座標値である．SPH 法では，評価対象の点からある影響半径内の領域積分を，影響半径内に存在する別の評価点の値を合算することで近似する．影響半径内に内挿されている評価点を J，粒子の質量を m，密度を ρ，内挿されている評価点の総数を N とすると，式(1)は次のように表される．

$$f(x) \approx \sum_{J=1}^{N} \frac{m^J}{\rho^J} f(x^J)\,W(x-x^J\ ,h) \qquad (2)$$

また，その微分形は次のように表される．

$$\nabla\cdot f(x) \approx -\sum_{J=1}^{N} \frac{m^J}{\rho^J} f(x^J)\cdot\nabla\,W(x-x^J\ ,h) \qquad (3)$$

式(3)を用いることで，ある物理量に対する一階偏微分を計算する際，物理量そのものを一階偏微分することなく，kernel 関数の一階偏微分を計算することで近似される．この考え方が SPH 法の大きな特徴であり，メッシュに依存せずに解析できる理由である．

Kernel 関数は，Unity 条件やデルタ関数的な特性，十分に滑らかであること，などの諸条件を満たさなければならないとされている [7)]．これらの条件に加えて，影響領域や安定性などの観点から，既往の研究により種々の kernel 関数が提案されている．その中で代表的なものを以下に示す．本研究では，以下に示す 3 種類の kernel 関数の適用性について基礎的な考察を行った．

①Spline 関数

$$W\left(\frac{r}{h}\right) = \frac{15}{7\pi h^2}\times\begin{cases} \dfrac{2}{3}-\left(\dfrac{r}{h}\right)^2+\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{r}{h}\right)^3 & 0\le\dfrac{r}{h}<1 \\ \dfrac{1}{6}\left(2-\dfrac{r}{h}\right)^3 & 1\le\dfrac{r}{h}<2 \\ 0 & 2\le\dfrac{r}{h} \end{cases}$$

②Gauss 関数

$$W\left(\frac{r}{h}\right) = \frac{1}{\pi h^2}\times e^{-\left(\frac{r}{h}\right)^2} \qquad 0\le\frac{r}{h}<3$$

③高次 Spline 関数

$$W\left(\frac{r}{h}\right) = \frac{7}{478\pi h^2}\times\begin{cases} \left(3-\dfrac{r}{h}\right)^5-6\left(2-\dfrac{r}{h}\right)^5+15\left(1-\dfrac{r}{h}\right)^5 & 0\le\dfrac{r}{h}<1 \\ \left(3-\dfrac{r}{h}\right)^5-6\left(2-\dfrac{r}{h}\right)^5 & 1\le\dfrac{r}{h}<2 \\ \left(3-\dfrac{r}{h}\right)^5 & 2\le\dfrac{r}{h}<3 \\ 0 & 3\le\dfrac{r}{h} \end{cases}$$

ここで，h は影響半径，r は粒子 I および粒子 J の間の距離である．

2.2 運動方程式

SPH 法を固体の解析に利用する際，応力勾配を用いた式(4)が一般に利用される．

$$a = \frac{1}{\rho}\nabla\cdot\sigma \qquad (4)$$

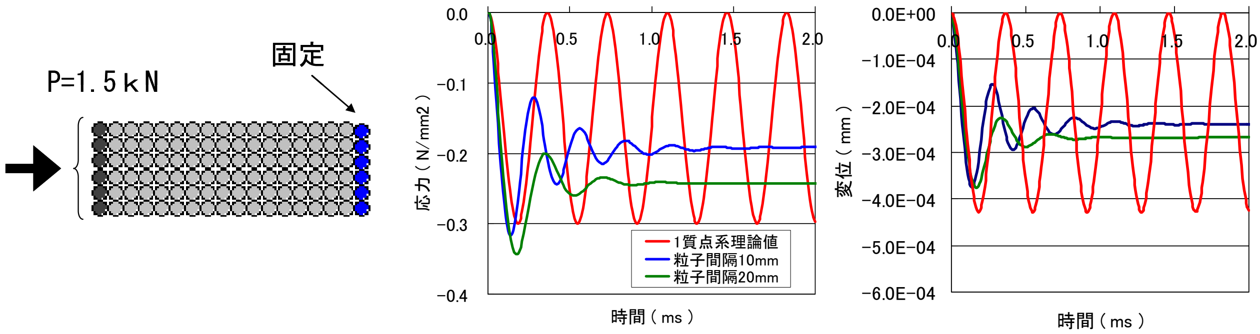
ここで，a は加速度，ρ は密度，σ は応力である．この式を評価点 I および評価点 I の影響半径内にある評価点 J で離散化すると，式(5)のようになる．

$$a_i^I = -\sum_{J=1}^{N} m^J\left(\frac{\sigma_{ij}^I}{\left(\rho^I\right)^2}+\frac{\sigma_{ij}^J}{\left(\rho^J\right)^2}+\Pi^{IJ}\right)\frac{\partial W}{\partial x_i^I} \qquad (5)$$

ここで，Π^{IJ} は粘性減衰項であり，数値振動を抑えるために導入することが推奨されている．本研究においても式(6)に示す Monaghan が提案した人工粘性を使用した．

$$\Pi^{IJ} = \frac{-\alpha\,\overline{C}^{IJ}\phi^{IJ}+\beta\left(\phi^{IJ}\right)^2}{\overline{\rho}^{IJ}} \qquad (6)$$

$$\phi^{IJ} = \frac{h^{IJ}v^{IJ}\cdot x^{IJ}}{\left|x^{IJ}\right|^2+\gamma\,h^{IJ\,2}}$$

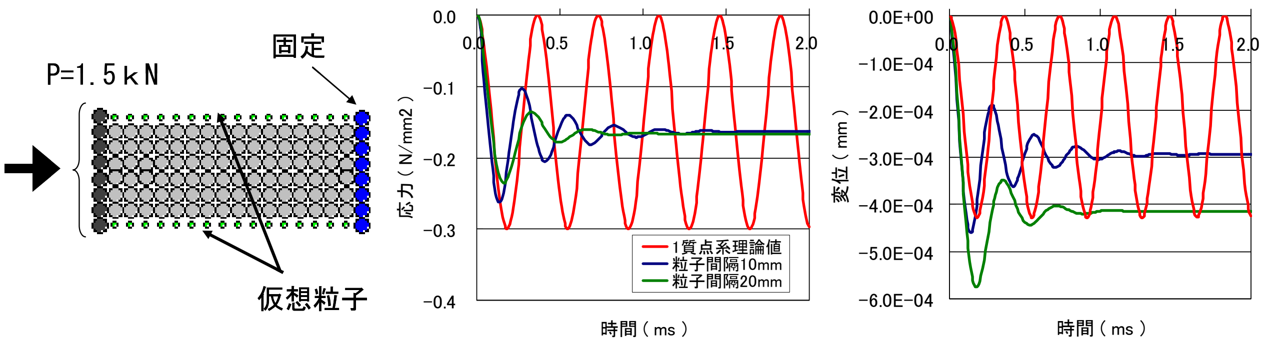


(a)　解析モデル
（粒子間隔 20mm）

(b)　応力ー時間関係

(c)　変位ー時間関係

図ー１　一軸圧縮（仮想粒子なし）



(a)　解析モデル
（粒子間隔 20mm）

(b)　応力ー時間関係

(c)　変位ー時間関係

図ー２　一軸圧縮（仮想粒子あり）

$$\overline{C}^{IJ} = \frac{1}{2}\left(\frac{E^I}{\rho^I} + \frac{E^J}{\rho^J}\right)$$

$$\overline{\rho}^{IJ} = \frac{1}{2}\left(\rho^I + \rho^J\right)$$

$$h^{IJ} = \frac{1}{2}\left(h^I + h^J\right)$$

ここで，E は材料定数，v^{IJ} および x^{IJ} は粒子 I と粒子 J 間の速度差および座標差，$\alpha\ \beta\ \gamma$ は定数である．

2.3 ひずみ速度と粒子速度の関係式

ひずみ速度は，一般に次式で表される．

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i}\right) \tag{7}$$

SPH 法では，式(7)を粒子 I および粒子 J の速度を用いて，式(8)に示すように離散化してひずみ速度を求める．

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2}\sum_{J=1}^{N}\left(\frac{m^J}{\rho^J} v_i^{JI} \frac{\partial W}{\partial x_j^I} + \frac{m^J}{\rho^J} v_j^{JI} \frac{\partial W}{\partial x_i^I}\right) \tag{8}$$

ここで，$v_i^{JI} = \left(v_i^J - v_i^I\right)$　$v_j^{JI} = \left(v_j^J - v_j^I\right)$ である．

本研究では，式(8)により求めたひずみ速度に時間刻み Δt を乗じて各ひずみ成分を求めた．

2.4 構成方程式

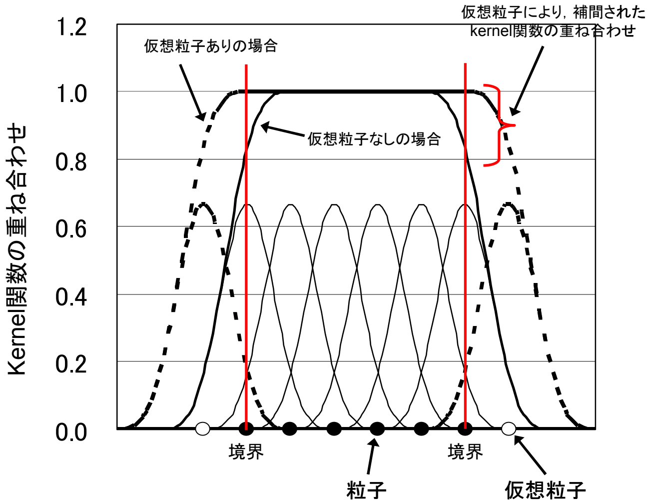
SPH 法においても，応力ーひずみ関係を規定する構成方程式として FEM などと同様に連続体力学で示される式を用いることができる [9]．本研究では，等方弾性体を想定し，2 次元平面ひずみ場を仮定した以下の構成式を用いた．

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{E}{1+\nu}\begin{bmatrix} \frac{1-\nu}{1-2\nu} & \frac{\nu}{1-2\nu} & 0 \\ \frac{\nu}{1-2\nu} & \frac{1-\nu}{1-2\nu} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} \tag{9}$$

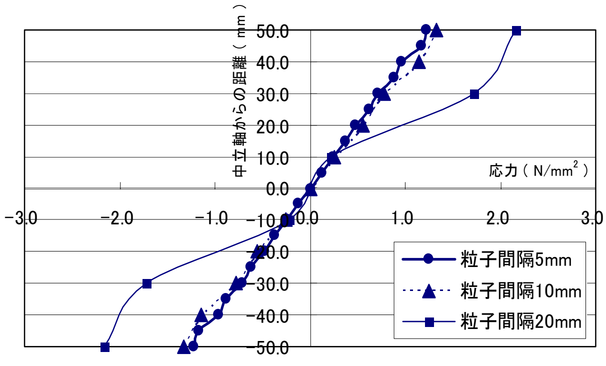
3. 弾性解析への適用性

3.1 仮想粒子の必要性

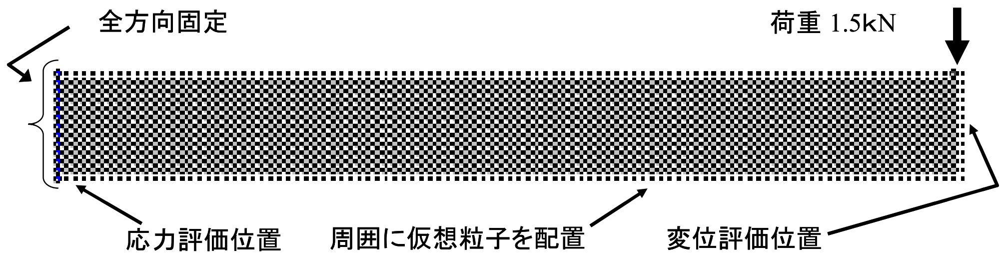
本節では，最初に粒子間隔 10mm および 20mm の 2 ケースで，2 次元単軸圧縮モデルにおいて静的解析を実施し，理論値との比較を試みた．運動方程式やひずみ速度を求める際に必要となる kernel 関数については，Spline 関数を用いた. 解析モデルの寸法については，軸方向長さを 300mm, 高さおよび奥行きを 100mm とした．荷重条件は，外荷重を与える粒子の合計荷重が一定荷重 1.5kN を保持するように与え続けるような載荷状態とした．材料特性は，E=2.1×10^4[N/mm^2]の鋼部材を仮定



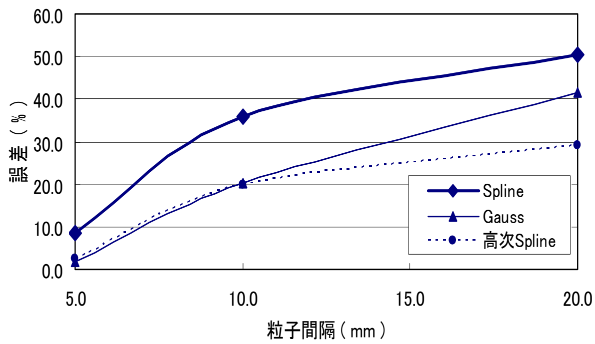
図－３　仮想粒子による kernel 関数の補間



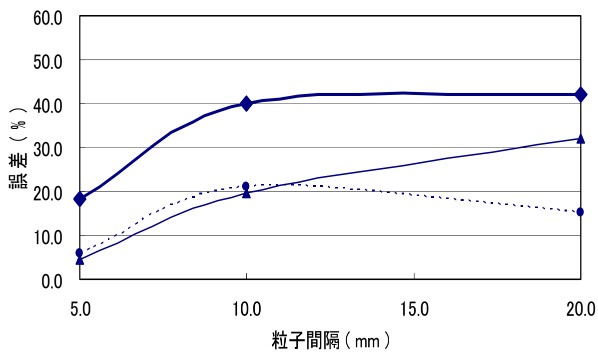
図－５　断面内応力分布



図－４　片持ちばりモデル（粒子間隔 10mm）

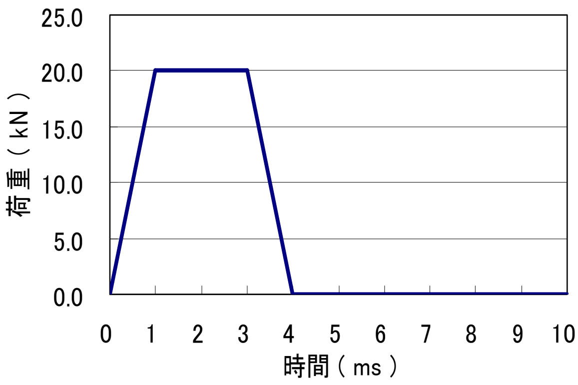


図－６　応力誤差

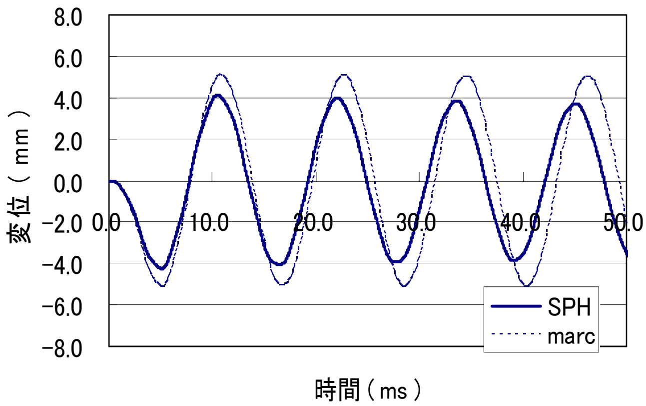


図－７　変位誤差

して弾性体とし，ポアソン比は 0.3 を与えた．なお，全ての解析において，直接時間積分に用いる時間刻みには，クーラン条件を考慮して 1.0×10^{-7}[s]の値を設定した．図－１に粒子間隔 20mm で仮想粒子を配置しない場合の単軸圧縮解析モデルと解析結果を示す．赤線は簡易ではあるが，中央点（軸方向 150mm）での減衰を考慮していない 1 質点系ばねモデルを仮定した理論解を示しており，振幅中央の値が静的解である．青線は粒子間隔 10mm，緑線は粒子間隔 20mm での中央点の解析結果であり，SPH 法の特性から解の発散を防ぐために粘性減衰項を入力している．また，図－２に仮想粒子を配置した場合の解析モデルおよび解析結果を示す．仮想粒子の配置は，SPH 法において境界条件を補正するための手法である[8]．本解析における仮想粒子の物性値等は，境界近傍の粒子と同じ特性を与えた．図－１と図－２の比較より，仮想粒子を配置した場合の方が配置しない場合に比べて，応力-時間関係および変位-時間関係ともに理論値（振幅中央の値）との相違が小さい傾向であることがわかる．同様の結果が，載荷方向を逆に設定した一軸引張解析においても得られた．図－３に示すように，境界近傍の粒子は，kernel 関数近似のための重ねあわせが不足している．この不足分を補うには，簡易ではあるが仮想粒子を配置し，境界近傍の kernel 関数の重ね合わせを補間することが考えられる．このことにより，境界近傍の精度低下を防ぐことができ，仮想粒子を配置した場合の方が配置しない場合よりも理論値との相違が小さい結



図－８　入力した衝撃荷重



図－９　片持ちばり弾性衝撃解析の比較

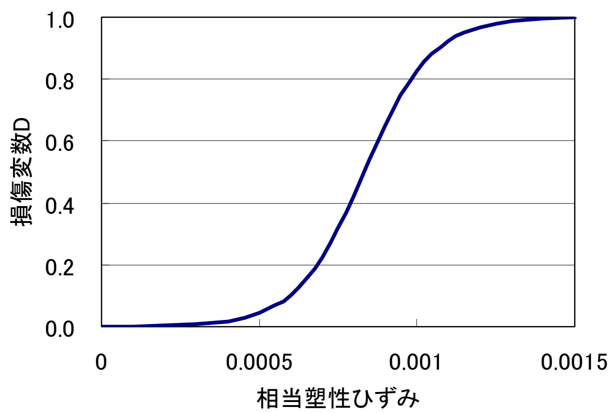
果となったと考えられる．これらのことから，SPH 法における境界補正の簡易な方法として，仮想粒子の配置が有用であると考えられる．

3.2 鋼製片持ちばりの弾性静的解析

次に，SPH 法のはり部材への適用性を検討するために，片持ちばりに静的荷重を作用させた弾性解析を実施し，固定端下縁位置の応力および自由端中央高さの変位を理論値と比較した．図－４に粒子間隔 10mm の 2 次元片持ちばり解析モデルを示す．材料特性は，3.1 と同様に，E=2.1×10^4 [N/mm^2]，ポアソン比 0.3 の鋼材を仮定した．荷重は自由端上縁に 1.5kN を作用させ，奥行きについては 100mm を仮定した．なお，前節の考察を踏まえて仮想粒子を周囲の境界部分に配置し，kernel 関数には Spline 関数を採用した．

図－５に 20ms 時の粒子間隔 5mm，10mm，20mm で離散化したモデルによる固定端近傍の断面内応力分布図を示す．図より，粒子間隔 20mm の応力分布は粒子間隔 5mm・10mm の応力分布に比べて，評価点が少ないため非線形な分布になっており，応力も 2 倍程度の値を示すことがわかる．このことから，粒子間隔 20mm の場合には，はりの高さ方向に存在する粒子の数が 6 個と非常に少なく，平面保持の仮定を精度良く表現できないためと考えられる．よって,SPH 法を用いてはりの挙動を再現する場合，少なくともはり高さ方向に 10 数個以上の粒子を配置し，平面保持の仮定を表現できるようにすることが重要であると考えられる．

次に，片持ちばりモデルの弾性応答を対象に kernel 関数の種類が解に与える影響を調べるため，Spline 関数・Gauss 関数・高次 Spline 関数の 3 種類を用いてそれぞれ解析し，理論値との誤差を比較した．図－６および図－７に，各 kernel 関数を用いた解析値と理論値の応力の誤差と変位の誤差を示す．　これらの図から，Spline 関数よりも Gauss 関数や高次 Spline 関数の方が，いずれの粒子間隔ケースにおいても，誤差が 10％程度少ないことがわかる．これは,Spline 関数の影響半径が粒子間隔 2 個分であるのに対して，Gauss 関数や高次 Spline 関数の影響半径は粒子間隔 3 個分であることが一因と考えられる．すなわち，影響半径を大きく取ると，解析精度は一般に向上すると考えられる．しかし，影響半径をあまり大きく設定すると，局所的な応力集中などの現象を精度良く表現できないだけでなく，計算時間が膨大になってしまうことが懸念されるので，解析対象に適した kernel 関数を設定することが重要であると考える．



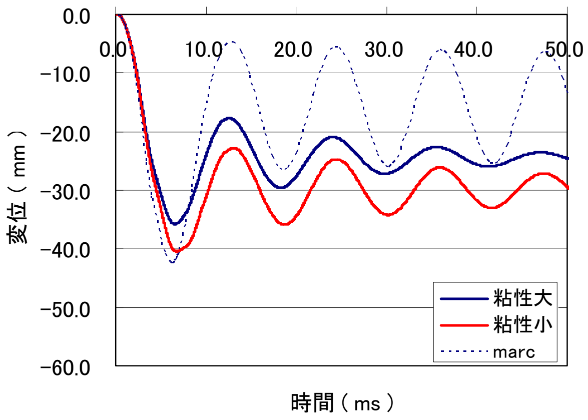
図－１０　損傷変数－相当塑性ひずみ関係

また，同じ影響半径であっても，高次 Spline 関数は Gauss 関数よりも，粒子間隔の大小による誤差の変動が小さい傾向であることがわかる．このことから，高次 Spline 関数は粒子間隔の影響を受けにくい kernel 関数であると考えられる．

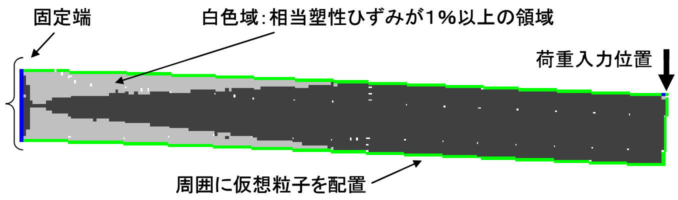
以上のことから，解析条件や粒子間隔などに応じて kernel 関数を適切に選定することが重要であると考えられる．本研究では，はりを解析対象とすることから，粒子間隔については 5mm 以下（はり高さ方向に対して 20 分割)，kernel 関数については粒子間隔が 5mm の時の応力および変位誤差が最も小さい Gauss 関数の組み合わせを採用することとした．

3.3 鋼製片持ちばりの弾性衝撃解析

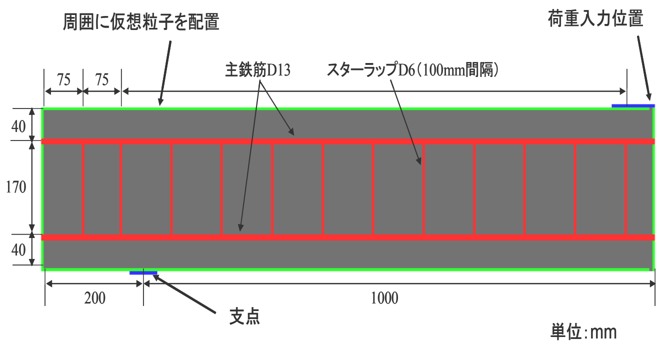
SPH 法の衝撃問題への適用性を確認するため，図－４と同様のモデルに対して，図－8 に示すような 4ms の間に 20kN が作用する簡易な衝撃荷重を与え，自由端にお



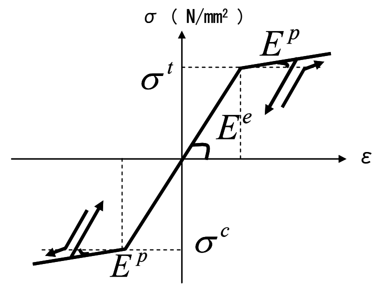
図－１１　片持ちばり弾塑性動的解析の比較



図－１２　相当塑性ひずみ分布（粒子間隔 5mm）



図－１３　RC 単純ばり２次元解析モデル



	コンクリート	D13（換算剛性）	D6（換算剛性）
E^e (N/mm²)	21000	56000	39000
E^p(N/mm²)	$E^p = E^e \times (1-D)$	$E^p = E^e \times (1-D)$	$E^p = E^e \times (1-D)$
σ^t (N/mm²)	3	80	55
σ^c (N/mm²)	-30	-80	-55
ポアソン比	0.3	0.3	0.3

図－１４　材料特性

ける変位応答を，汎用有限要素解析ソフト MSC.marc の結果と比較した．Marc モデルにおける要素分割は，はり高さ方向に 4 分割，はり軸方向に 40 分割とした．図－９に SPH 法および marc の解析結果を示す．図より，SPH による変位応答値の方が marc による解析結果よりも小さい値となる傾向があることがわかる．また，SPH の方が marc に比べて減衰性が大きいことが確認できる．これは，SPH 法には数値振動などの計算不安定を抑えるための粘性減衰項が導入されているが，その影響が一因と考えられる．また，変位応答の周期については，SPH の方がわずかに短いが，概ね一致していることが確認できる．以上のことから，片持ちばりの衝撃弾性解析においても，SPH 法が適用できると考えた．

4. 弾塑性解析への適用性

4.1 損傷変数Ｄの導入

SPH 法を構造部材の弾塑性衝撃応答問題に適用するにあたり，材料剛性の低下を考慮するには種々の方法が考えられるが，本研究ではひずみ変形による損傷度を簡易な損傷変数 D の値で表現し，これを用いて剛性の低下を考慮する方法を適用した．具体的には，塑性変形による材料剛性の低下を SPH 法の手順の中で表現する指標として損傷変数 D を用い，式(10)のように弾性剛性（初期剛性）に $(1-D)$ を乗ずることを考えた．

$$E^p = E^e(1-D) \tag{10}$$

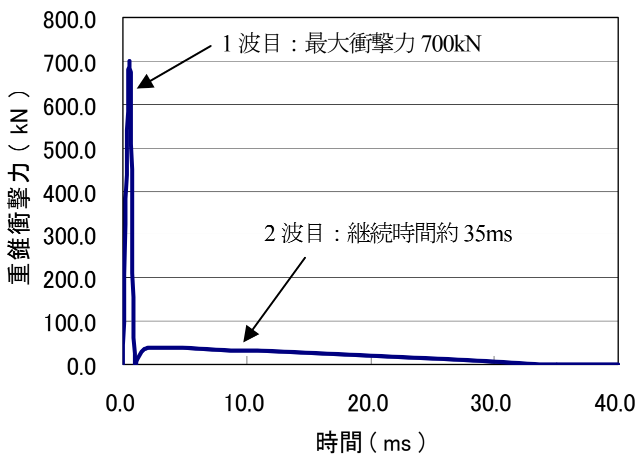
ここで，E^p は塑性時の材料剛性であり，E^e は弾性時の材料剛性である．

損傷度の進展式は，本来であれば損傷力学の理論に基づく Lemaitre や Peerlings らの手法などに準拠すべきであるが [10), 11)]，本研究では SPH 法を用いた簡易な弾塑性衝撃応答解析手法の作成を目的としているため，簡易なものとした．すなわち，図－１０に示すように，ミーゼスの降伏条件に基づく相当塑性ひずみ ε_{eq} の増加とともに損傷変数 D が式(11)のシグモイド関数に基づいて漸増する関係を仮定した．

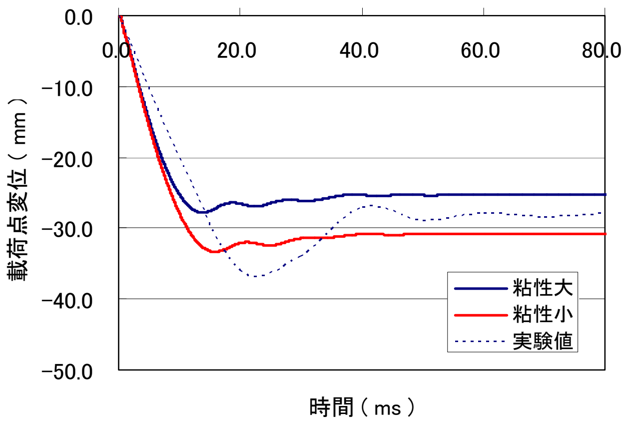
$$D = \frac{1}{1+e^{(-12000\varepsilon_{eq}+10)}} \tag{11}$$

4.2 鋼製片持ちばりの弾塑性衝撃応答解析

損傷変数 D を SPH 法に導入することで，構造部材の弾塑性衝撃応答を表現できるか，汎用ソフト MSC.marc と比較した．Marc 解析モデルの要素分割数等は 3.3 と同様であり，塑性域を考慮するように鋼材の材料特性のみ修正を加えた．降伏強度を 300[N/mm^2]とし，降伏強度以降は初期剛性の 1/100 の剛性でひずみ硬化する特性を入力した．SPH 法に用いる鋼材の材料特性は，降伏強度を marc 解析と同様に 300[N/mm^2]とし，降伏強度以降は，図－１０に従い相当塑性ひずみから損傷変数 D を算出し，式(10)を用いて剛性を低下させた．入力した衝撃荷重については，図－８の最大荷重 20kN を 150kN にした



図－１５　衝撃力波形



図－１６　RC 単純ばり中央点の変位応答

波形を入力した．また，粘性減衰項の値を大小 2 種類に分けて解析し，解に与える影響を検討した．式(6)の粘性減衰項において，$\alpha=10.0$，$\beta=10.0$，$\gamma=0.1$ とした場合を粘性大，$\alpha=5.0$，$\beta=5.0$，$\gamma=0.1$ とした場合を粘性小とした．

図－１１に片持ちばりモデルの弾塑性衝撃解析の端点変位応答比較図を示す．Marc 解析は，時間積分法にシングルステップフーボルト法を採用しているため，わずかに減衰していることがわかる．また，SPH 法は marc 解析と比べて，最大変位まではほぼ一致しているが，それ以降の残留変位が大きいことがわかる．さらに，SPH 法は粘性減衰項の大小によって，残留変位の値が異なっていることが確認できる．残留変位は，部材の剛性低下により生じることは自明であるが，SPH 法の場合，粘性減衰項の影響も考慮する必要があると考えられる．このことから，SPH 法において，損傷変数 D を用いて剛性を低下させることで弾塑性衝撃応答を再現できるが，残留変位などの定量的な評価を行うには適切な粘性減衰項の設定が不可欠であるといえる．

図－１２に SPH 法を用いて解析した場合の相当塑性ひずみ分布を示す．図中の白色領域は，相当塑性ひずみ分布が 1%を超えた領域である．図より，片持ちばりの曲げ応力分布に概ね合致した相当塑性ひずみ分布が見られることから，損傷変数を用いて簡易に弾塑性衝撃応答が表現できることがわかった．また，固定端近傍粒子のひずみ分布が周囲に比べて小さいため黒く表示されているが，これは，固定端近傍粒子のひずみを影響半径内の他粒子によって内挿する際，固定条件を設定した粒子のひずみ（ひずみは 0%）も内挿してしまったためであると考えられる．

4.3 荷重入力による RC 単純ばりの重錐落下解析

SPH を用いて衝撃荷重を受ける RC はり部材の挙動を解析可能であるか検討するため，過去に実施された RC 単純ばりの重錘落下実験 [1]を参考に，衝撃荷重を受ける RC 単純ばり中央点変位応答を SPH 法により再現することを試みた．図－１３に奥行き 150mm の RC 単純ばり 2 次元解析モデルを示す．粒子間隔は 5mm とし，kernel 関数は Gauss 関数を用いた．また，はりの軸方向の対称性を考慮して 1/2 モデルとした．図－１４にコンクリートおよび鋼材の材料特性を示す．鉄筋粒子およびコンクリート粒子には，それぞれの物性値を与えたのみで，特に境界条件等は設定していない．また,本解析では 2 次元平面ひずみ状態を仮定してモデル化しているため，鋼材の材料特性については,解析モデルの奥行き方向体積と鋼材の体積との関係から換算した剛性を入力した．除荷時は初期勾配と同じ勾配でひずみを解放する．再載荷時は過去に経験した最大ひずみの値まで初期勾配と同様の勾配でひずみが増加し，それ以降は損傷変数によって評価された勾配に従って硬化する．図－１５に実験で得られた衝撃力波形の概略図を示す [1]．0ms～1ms の間に約 700kN の最大衝撃力を有する第 1 波目と，1ms～40ms まで低振幅を維持する第 2 波目で構成される衝撃力波形である．本解析では，はり全体の 1/2 領域をモデル化しているため，荷重についても図－１５の 1/2 の値を入力した．また，粘性減衰項については，4.2 と同様の 2 種類の値を用いて解に与える影響を考察した．

図－１６に RC はり中央点変位応答の実験値と解析値の比較を示す．図より，約 15ms までは実験値を概ね再現できているが，それ以降は急速に減衰し，実験値と異なりほとんど振動しないことが確認できる．また，粘性減衰項の大小によって残留変位が異なることが確認できる．さらに，粘性小よりも小さい粘性減衰項を用いて解析すると，解が発散してしまう結果となった．このように，数値安定性のために導入される粘性項は，弾塑性応答の精度にも影響を与えることから，解析精度を向上させるためには，減衰項の設定法を検討する必要があると考える．

以上の考察より，粘性減衰項の設定の問題が残されているが，RC はりのような異種材料が混在する構造部材

の弾塑性挙動に関しても，SPH 法を適用できる可能性があることが確認された.

5. 結言

本研究では，RC 構造物のひび割れや貫通などの破壊現象に SPH 法を用いるための前段階として，典型的な弾性問題や弾塑性衝撃応答解析を行い，適用に関する基礎的な考察を行った．本研究で得られた知見を以下に示す.

(1) 仮想粒子を配置し，境界部分の kernel 関数の重ね合わせを補間して解析対象物の有効断面を確保することで，境界近傍の精度低下を防ぎ，解析精度が向上することを確認した.

(2) はりを解析対象とする場合には，平面保持の仮定が満足されるために，少なくともはり高さ方向に 10 個以上の粒子が必要であることがわかった．また，解析条件やモデルの粒子間隔などによって kernel 関数を適切に選定することが重要であることがわかった.

(3) 衝撃荷重が作用する構造部材の応答解析にも SPH 法を用いることができることを確認した.

(4) SPH 法に損傷変数を導入することにより，簡易に弾塑性応答を求められることがわかった．また，弾塑性応答の解析精度を向上させるためには，数値振動を抑えるために導入される粘性減衰項の影響を考慮する必要があることを確認した.

(5) RC はりのような異種材料が混在する構造部材の弾塑性挙動に対しても，SPH 法を適用できる可能性があることが認められた.

今後，ひび割れや貫通現象の定量的な評価を SPH 法を用いて行うためには，粘性減衰項の設定法を検討することで，弾塑性応答の解析精度を改善させる必要があると考えられる.

参考文献

1) 土木学会：衝撃実験・解析の基礎と応用，構造工学シリーズ 15，丸善，2004.
2) 岸徳光，三上浩，小室雅人，松岡健一：弾塑性衝撃応答解析法の RC 梁への適用性，構造工学論文集，Vol. 43A，pp1579-1588，1997.3.
3) 井元勝慶，大野友則，佐々木昇，小暮幹太，：重錘落下衝突を受ける RC はり部材の衝撃挙動と衝撃応答解析における材料の非線形特性，構造工学論文集，Vol. 41A，pp1201-1212，1995.3.
4) Lawrence E. Malvern：Introduction to the Mechanics of a Continuous Medium, 1969.
5) 久田俊明，野口裕久：非線形有限要素法の基礎と応用，丸善，2002.
6) 原木大輔，香月智，藤掛一典:個別要素法のコンクリート破片飛散シミュレーションへの応用，応用力学論文集，Vol.9，pp667-678，2006.8.
7) 酒井譲，山下彰彦：SPH 理論に基づく粒子法による構造解析の基礎的検討，日本機械学会論文集(A 編)Vol.67, No.659，2001.7.
8) G.R.Liu，M.B.Liu：Smoothed Particle Hydrodynamics, 2003.
9) 酒井譲：SPH 法大変形解析の基礎と応用，計算工学講演会論文集 Vol.13，pp481-484，2008.5
10)Lemaitre,J.：A Course On Damage Mechanics，Springer Verlag，1992.
11)Lemaitre,J.：A continuum damage mechanics model for ductile fracture，journal of Engineering Materials and Technology，Vol.107，pp.83-89，1985.

(2008 年 9 月 18 日受付)