3 次元 DEM を用いた重錘落下による実物大サンドクッションの衝撃応答解析

Analysis of impact response of the full-scale sand cushion by the weight fall using three dimensional DEM

渡辺高志*，桝谷浩**，佐藤彰***，中村佐智夫***
Takashi Watanabe, Hiroshi Masuya, Akira Satoh, Sachio Nakamura

* 修(工)，(株)構造計画研究所，防災・環境部（〒164-0011 東京都中野区中央 4-5-3）
** 工博，金沢大学教授，理工研究域環境デザイン系（〒920-1192 石川県金沢市角間町）
*** 日本サミコン(株)，技術部設計開発課（〒950-0925 新潟県新潟市中央区弁天橋通 1-8-23）

In order to perform the design of protective structure for rock fall rationally, it is necessary to make the behavior of the protective structure clear under various conditions. Therefore, the method of often reproducing full-scale impact behavior is needed. From such a viewpoint, in order to solve efficiently the impact behavior of the actual size sand cushion under rock fall, we have developed Distinct Element Method utilizing the contact judgment method which can handle small boundary element to comprehend the stress at various points on the structure. The validity of this method was shown by the comparison with experimental results and the possibility of application which expresses arbitrary form with distinct elements was also shown.

Key Words: Rock fall, Impact analysis, Sand cushion, Distinct Element Method, Performance based design
キーワード：落石，衝撃解析，サンドクッション，個別要素法，性能照査型設計

1. まえがき

山間部の道路において想定される落石・崩土に対して，人命，道路構造物を保護することを目的とする落石防護構造物は，予想される大きな衝撃荷重に対して十分に耐えるべく設計しなければならない．このため，ロックシェッドのような大規模且つ複雑な構造物を耐衝撃設計する際は，できるだけ衝撃荷重を小さくするために，一般に敷砂や EPS 等の緩衝材を構造物上面に設けている[1,2,3]．しかし，このような緩衝材を通して構造物に伝達される衝撃力の評価は十分明らかにされているわけではない．また，合理的な設計を行う上では，衝撃力が緩衝材を介して空間的または時間的にどのように伝達され，構造物のどの部位にどのような大きさで作用するのかを把握することは重要である．各種衝突条件に対する複雑な衝撃挙動は理論的な説明が難しく，実験・解析的研究の発展が望まれている．防護構造物の限界状態を明らかにして性能照査型設計を行う上でも応用性が高く信頼できる解析手法の利用が必要であろう[4,5,6]．

そこで著者らは，敷砂材に落石等の衝撃荷重が作用した際の衝撃挙動と構造物への伝達荷重の推定手法の確立を目的として，緩衝機構の衝撃応答解析への 3 次元個別要素法による適用について検討した．この解析においては，防護構造物上の土槽を細かなメッシュ分割された境界として扱う効率的で応用性の高い方法を開発し，土槽各部の伝達衝撃力の時刻歴応答解析を行った．

解析の実設計への適用を評価する指標として，著者らが斜め入射落石を受ける防護構造物の設計に役立つ知見を得るために行った，実規模の土槽への重錘落下実験データを利用し，比較することで本手法の有効性の検証を行った．

写真－1　実規模実験の写真

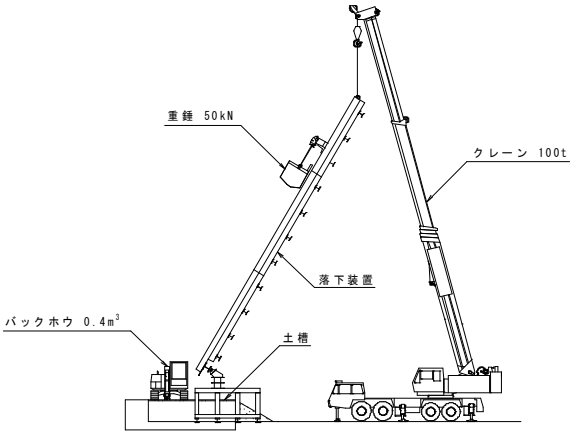
2. 実験概要

著者らは，既往の研究で不足している斜め入射に対する実験データを得ること，底面および側面の伝達衝撃力を精度良く計測することで設計上役立つ定量的な知見を得ることを目的として，2006 年 12 月に**写真−1** に示す一連の衝撃実験を行った．

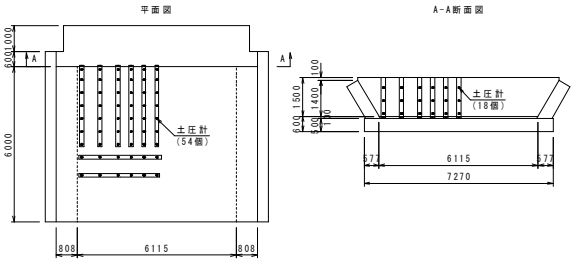
実験は，底面および側面に計 72 個の土圧計を配置した 6m 四方の土槽に，厚さ 150cm の敷砂材を敷設した緩衝機構へ，重量 51.79kN の重錘を入射角度 45 度, 60 度, 75 度および 90 度, 落下高さ 10m および 15m から落下位置を変更しながら落下させることで行った．そのときの，重錘衝撃力および敷砂材を介して生じる底面土圧，側面土圧を測定し，重錘衝撃力と伝達衝撃土圧を記録した．敷砂材は胎内産の川砂を使用し，既往の実験に基づいて 30cm ごとに 9 回転圧を行った．入射角は，一端を支点として可動するレールの他端に重錘落下装置を設け，クレーンで吊り上げることで制御し，落下位置はレールの支点部材をスライドさせることで調節し，側壁から 1m, 2m, 3m 地点に落下させた．重錘は落下装置の電磁石を切ることにより落下させ，レール先端部に 2 箇所設置したレーザー変位計により落下速度を計測した．

重錘衝撃力は重錘の重心付近に設けた三軸加速度計の測定値から求め，伝達衝撃力は各土圧計の測定値を受圧面積で除した土圧応力度に，各部の有効面積を乗じて算出した．

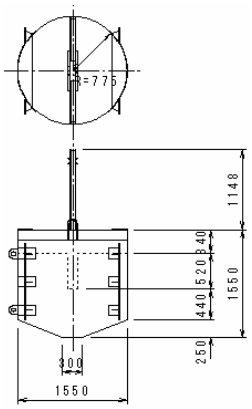
実験の概要図を**図−1** に，土槽の構造図を**図−2** に，重錘の形状を**図−3** に示す．



図−1 実験概要図



図−2 土槽構造図



図−3 重錘形状図

3. 本手法における球形要素と壁面要素の接触の取り扱い

前述したように，落石による衝撃力はこのサンドクッションを介して防護構造物の躯体へと伝達される．このような離散体と連続体が一体となった構造物の設計においては，サンドクッション内部の衝撃力伝達挙動と構造躯体表面に伝達される衝撃力を把握しておくことが重要となる．構造躯体表面に相当する壁面境界のモデル化方法は幾つか考えられるが，一つの方法として砂のような離散体と同様に，球形要素の集合体としてモデル化する場合, 砂要素 i と壁面要素 l の接触判定は次式で行うことができる．

$$d_{il} \le r_i + r_l \tag{1}$$

ここで，d_{il} はそれぞれの要素の中心間距離，r_i, r_l は半径を意味する．しかしながら，この方法では壁面要素数が多くなってしまうことや，砂要素と壁面要素の接触角によって作用力方向が変化してしまうといった問題がある．別のアプローチとして，壁面境界を巨大な平面要素として扱う方法が考えられる．この方法では球形要素でモデル化する際の問題点を解決することができる．しかし，この方法では境界面の細かな衝撃力分布を調べるのは容易ではなく，構造物の設計に役立つ知見を得るには不適切である．

そこで著者らは，壁面境界を小さな三角形平面から成る要素の集合体としてモデル化を行った．この章において球形要素と壁面要素の接触判定方法を説明する．

3.1. 球形要素と壁面要素の距離

x 軸が鉛直下向きの右手系直行座標系 xyz において，任意の壁面要素 m を包含する平面が次式で表されるとする．

$$A_m x + B_m y + C_m z + D_m = 0 \tag{2}$$

この平面と任意の球形要素 i の中心点 v_i との距離は次式の絶対値 $|d_{mi}|$ で表される [7].

$$d_{mi} = \frac{A_m x_i + B_m y_i + C_m z_i + D_m}{\sqrt{A_m{}^2 + B_m{}^2 + C_m{}^2}} \tag{3}$$

ここで, (x_i, y_i, z_i) は v_i の座標であり, A_m, B_m, C_m は壁面要素 m の法線ベクトル成分であり, 壁面要素 m の各頂点を $v_1(x_1, y_1, z_1)$, $v_2(x_2, y_2, z_2)$, $v_3(x_3, y_3, z_3)$ とすると, 次式で表される.

$$A_m = \begin{vmatrix} y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \end{vmatrix} \tag{4a}$$

$$B_m = \begin{vmatrix} z_2 - z_1 & x_2 - x_1 \\ z_3 - z_1 & x_3 - x_1 \end{vmatrix} \tag{4b}$$

$$C_m = \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 \end{vmatrix} \tag{4c}$$

また, D_m は壁面要素 m を包含する平面と原点の距離であり, 壁面 m の頂点の 1 つを代表して次式で得られる.

$$D_m = -\left(A_m x_1 + B_m y_1 + C_m z_1\right) \tag{5}$$

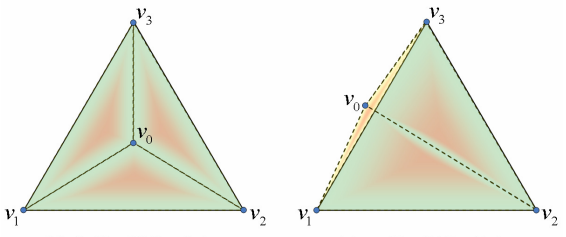
d_{mi} が正のとき, 点 v_i は壁面要素 m の法線ベクトルの指す向きに存在し, 負のときには逆方向に存在する. 球形要素 i の半径を r_i とすると, 壁面 m を包含する平面との接触判定は次式で行える.

$$|d_{mi}| \le r_i \tag{6}$$

3.2. 内外点判定

平面上の多角形に任意の点が存在するか否かを判定する方法は古くから研究されているが, 計算負荷の高い関数を用いず計算量の少ない手法として, 著者らは以下のような方法を考えた.

図—4 に示すように, 三角形の 3 つの頂点 v_1, v_2, v_3 を包含する平面上に任意の点 v_0 が三角形の内側または外側にあるとき, 三角形の各辺を構成する 2 つの頂点と v_0 を直線で結んで出来る 3 つの三角形 $v_1v_2v_0$, $v_2v_3v_0$, $v_1v_3v_0$ を考える.



図—4 任意の点と各辺を結ぶ三角形

v_0 が三角形の内点であれば, これらの面積和は三角形 $v_1v_2v_3$ の面積と一致するのは自明である. しかし, 外点であれば 3 つの三角形の内 2 つ三角形の一部領域と残りの三角形の全ての領域が重複し, 三角形 $v_1v_2v_3$ の面積より大きくなる. この簡単な幾何学的関係を利用して平面上の内外点判定を行うことができることから, 空間上の任意の点を要素平面に投影して判定することにした.

空間上の任意の点 v_i から, 三角形壁面要素 m を包含する平面の投影点 $v_0(x_0, y_0, z_0)$ は次式を用いて計算できる.

$$\begin{Bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{Bmatrix} + d_{mi} \begin{Bmatrix} L_m \\ M_m \\ N_m \end{Bmatrix} \tag{7}$$

ここで, L_m, M_m, N_m は壁面要素 m の方向余弦であり, A_m, B_m, C_m を正規化して次式で得られる.

$$L_m = \frac{-A_m}{\sqrt{A_m{}^2 + B_m{}^2 + C_m{}^2}} \tag{8a}$$

$$M_m = \frac{-B_m}{\sqrt{A_m{}^2 + B_m{}^2 + C_m{}^2}} \tag{8b}$$

$$N_m = \frac{-C_m}{\sqrt{A_m{}^2 + B_m{}^2 + C_m{}^2}} \tag{8c}$$

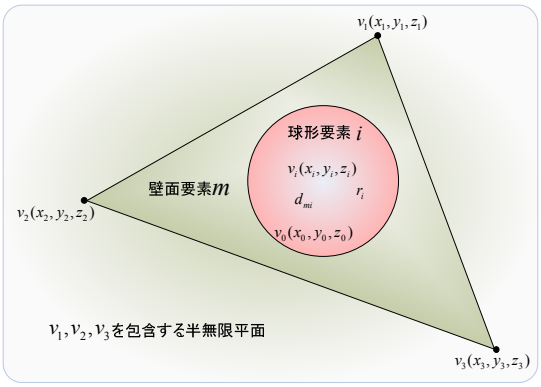
事前に求めておく三角形 $v_1v_2v_3$ の面積を A_{123}, 投影点 v_0 と各辺が成す 3 つの三角形の面積をそれぞれ $A_{012}, A_{023}, A_{013}$ とするとき v_0 の内外判定は,

$$A_{012} + A_{023} + A_{013} = A_{123} \tag{9a}$$

のとき v_0 は三角形の内点であり,

$$A_{012} + A_{023} + A_{013} > A_{123} \tag{9b}$$

のとき v_0 は外点である.



図—5 投影点の内外判定

3.3. 凸面接触

前節で述べた内外点判定方法は，壁面要素 m の方向余弦を用いて投影を行うため，1 辺を共有して隣接する壁面要素の法線ベクトルの成す角 θ によって接触判定漏れを起こす．この問題は，θ が反時計回りを正とするとき，$\theta = 0$ （2 壁面は平面を成す）または $\theta < 0$ （2 壁面は凹面を成す）の場合には生じず，$\theta > 0$ （2 壁面は凸面を成す）の時，θ の範囲がどちらの面にも属さない領域となることから生じる．

このような凸面の形成を判定するには，辺を共有して壁面 m に隣接する壁面 n の頂点の内，共有しない頂点 v_n に対して(3)式を適用すれば良い．即ち，壁面 m を包含する平面と v_n の距離 d_{mn} が，

$$d_{mn} > 0 \tag{10a}$$

の場合，2 平面は凹面を成し，

$$d_{mn} = 0 \tag{10b}$$

の場合，平面を成し，

$$d_{mn} < 0 \tag{10c}$$

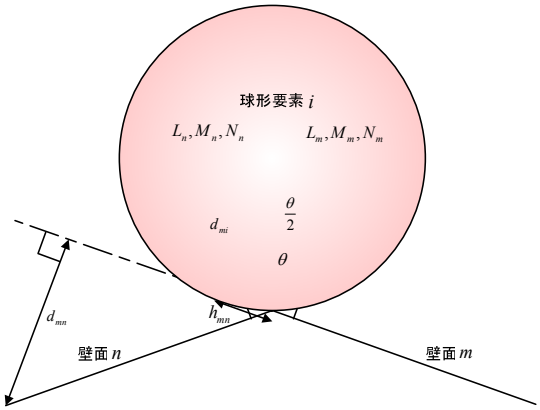
の場合，凸面を成す．

この論文で報告する解析については，そのような面が存在しないため問題とならないが，複雑な斜面上の落石問題等にも応用できるように，以下に述べるような対策を行った．

図−6 は凸面接触時の内外判定に用いた諸変数の対応する位置関係を示したものである．凸面接触の可能性がある場合，θ の範囲が接触判定の対象から漏れないよう，壁面 m,n の境界をそれぞれ $\tan\theta/2$ ほど拡張する．すなわち，m,n の面積を，共有する辺が底辺で高さが次式で示す延長距離 h_{mn} となる三角形の面積 A_{mn} を追加して判定する．

$$h_{mn} = |d_{mi}| \sqrt{\frac{1 - L_m L_n - M_m M_n - N_m N_n}{1 + L_m L_n + M_m M_n + N_m N_n}} \tag{11}$$

ここで，$L_m, M_m, N_m, L_n, M_n, N_n$ は壁面要素 m,n の方向余弦である．



図−6　凸面接触時の内外判定

3.4. 接触判定まとめ

上述したアルゴリズムをまとめると，以下の一連の流れになる．

A) 全ての壁面要素の方向余弦，辺の長さと面積を求め，凸面判定を行った後に(11)式の平方根部分を計算する．

B) (3)式により求めた d_{mi} が接触判定条件(6)式を満たす場合，隣接壁面との関係に応じて h_{mn} を計算する．

C) (9)式によって内外点判定を行い，接触の有無を確認する．外点と判定されたとしても凸面接触の可能性がある場合，共有する辺を底辺とし**図−6** に示した h_{mn} を高さとする三角形の面積 A_{mn} を計算し，(9)式の代わりに次式を用いて判定を行う．即ち，

$$A_{012} + A_{023} + A_{013} \le A_{123} + 2A_{mn} \tag{12a}$$

のとき内点であり，

$$A_{012} + A_{023} + A_{013} > A_{123} + 2A_{mn} \tag{12a}$$

のとき外点である．

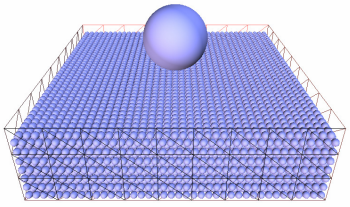
ここで，右辺の A_{mn} が 2 倍になるのは，壁面 m の外側に投影点 v_0 が存在する場合には，前述したように，頂点を結んで構成される 3 つの三角形の何れかが他の 2 つの三角形と重複するためである．例えば，**図−4** では三角形 $v_1v_2v_0$ と $v_2v_3v_0$ の面積和は，v_1, v_2, v_3 の面積に $v_1v_3v_0$ の面積を加えたものに等しい．

4. 解析概要

前章で述べた境界面接触判定を行う 3 次元個別要素法プログラムを用いて，実際の問題への適用性について検討するため 2. で示した実験を対象として解析を行った．

4.1. 解析モデル

前述したように実規模実験は，敷砂を十分に締め固めて行っていることから，敷砂は等粒子径の最密配列でモデル化した．実験で用いた土槽は向かい合う側壁面の 1 組が底面と成す角が直角ではないものであったが，最密配列で充填する都合，これを完全に対称な箱型として扱った．解析モデルを**図−7** に示す．



図−7　解析モデル図

敷砂は 6000mm×6000mm×1500mm の範囲に配置し，こ

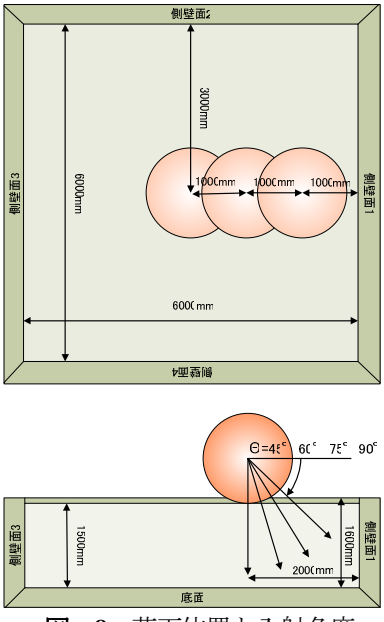
れを囲う土槽の寸法を 6000mm×6000mm×1600mm とした．実験の土槽高さは 1500mm であるが，要素分割の粗い解析モデルで粒子が溢れ出るのを防ぐため，大きめの寸法を採用した．実験で用いた重錘は**図－3** に示すように球形ではないが，簡単のため直径 1550mm の球形要素として扱った．敷砂は要素数 21847 個（奇数段 7×40×40，偶数段 7×39×39）の最密配列でモデル化し，土槽は底面を 9×9 分割，各側面を 9×3 分割して 378 枚の三角形壁面要素でモデル化した．

4.2. 解析ケース

重錘の落下位置，落下高さ（入射速度），入射角度を変更しながら解析を行なった．解析ケースは実験ケースの一部に相当し，主として落下高さ 10m，落下位置が側壁面 1 から 3m（土槽の中心）のケースを行った．解析事例を**表－1** に示す．落下位置と入射角度に関しては**図－8** に詳細を示す．

表－1　解析ケース

解析例	落下位置-側壁面 1 間距離	落下高さ	入射角度
CASE 1 (3H15A90)	3m	15m	90°
CASE 2 (1H10A90)	1m	10m	90°
CASE 3 (2H10A90)	2m	10m	90°
CASE 4 (3H10A90)	3m	10m	90°
CASE 5 (2H10A75)	2m	10m	75°
CASE 6 (2H10A60)	2m	10m	60°
CASE 7 (2H10A45)	2m	10m	45°



図－8　落下位置と入射角度

4.3. 解析パラメータ

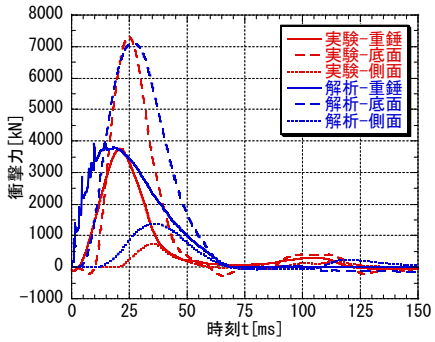
過去の著者らの研究 [8]と本実験に対し事前に行ったパラメトリックスタディにより法線方向ばね定数の影響が接線方向のばね定数に比べ非常に大きいことが判明していたため，ここでは CASE1(3H15A90)を基本解析対象として衝撃力のピークを合わせるように，法線方向ばね定数を試行錯誤して定めた．なお，接線方向ばね定数は既往の研究に従い，法線方向ばね定数の1/4 とし，減衰定数は粒状体の解析に一般的に使用される臨界減衰を仮定した．時間増分は解に影響を及ぼさなくなる大きさの刻み幅とし，砂要素の一質点系の固有周期 T の 1/100 程度とした [8~11]．全ての解析ケースにおいて用いた解析パラメータを**表－2** に示す．

表－2　解析パラメータ

要素半径	75.0(mm)
要素質量	4.70(kg)
重錘要素半径	775(mm)
重錘要素質量	5280(kg)
法線方向ばね定数	3.20(kN/mm)
接線方向ばね定数	0.80(kN/mm)
減衰定数	1.00
内部摩擦角	30.0 度

5. 解析結果

解析の結果，衝撃力の時刻歴応答，敷砂の衝撃挙動と各要素応力の時刻歴応答，および各壁面要素応力の時刻歴応答を得た．以下の各節において述べる．

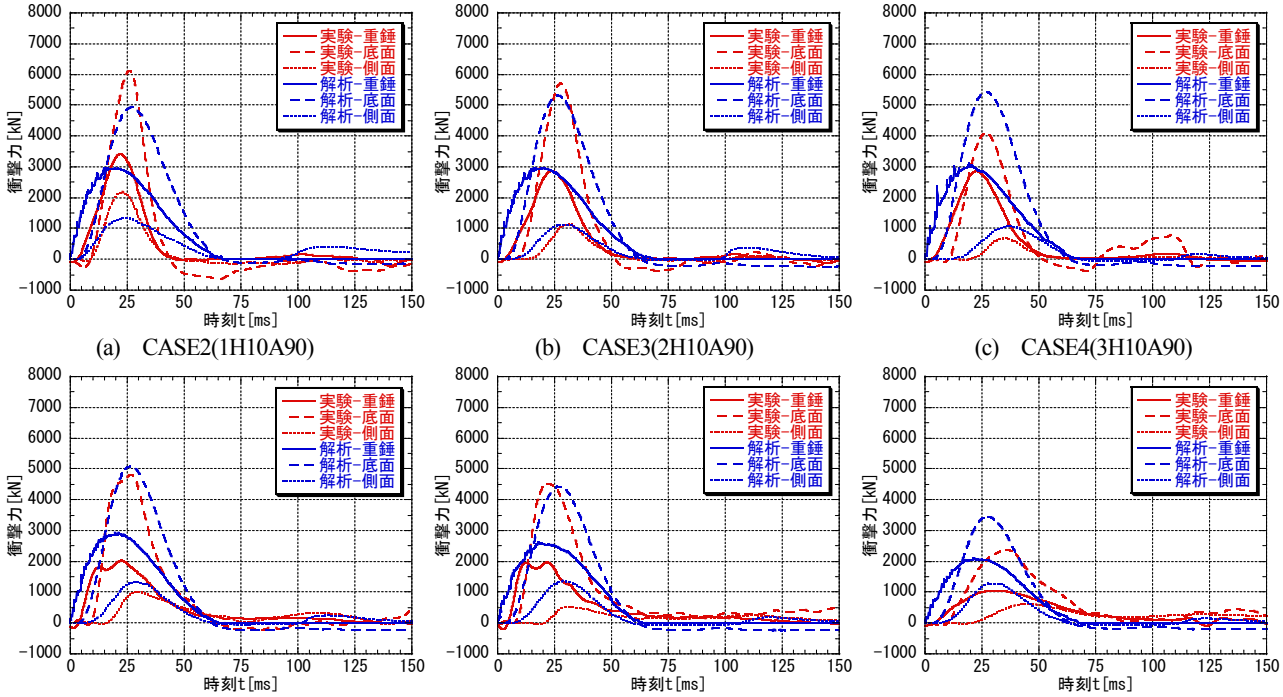


図－9　CASE1(3H15A90)の衝撃力応答波形

5.1. 衝撃力応答

実験波形の算出方法は 2 章で述べたように，重錘衝撃力は加速度計の落下方向成分より算出し，底面および側面衝撃力は各土圧計より得られた応力度に有効面積を乗じて合計したものである．解析波形も同様に，重錘衝撃力は重錘要素の作用力波形とし，底面および側面衝撃力はそれぞれ壁面の法線方向に作用する作用力の合計を波形として算出した．なお，**図－8** における側壁面 1 を以後側面と表現する．**図－9** に解析 CASE1(3H15A90)と実験衝撃力応答波形を示す．底面衝撃力波形が重錘衝撃力波形の 2 倍程度の大きさとなる実験的事実を解析により再現できている．底面衝撃力と側面衝撃力の最大値は概ね良好に一致していることがわかる．なお，ここで示した解析モデルでは伝播速度がやや大きいことがわかる．この点については，ばね定数，要素の大きさ，配置が影響する興味深い問題と考えている．**図－10** は他のケースを示したものである．全解析ケースの比較結果か

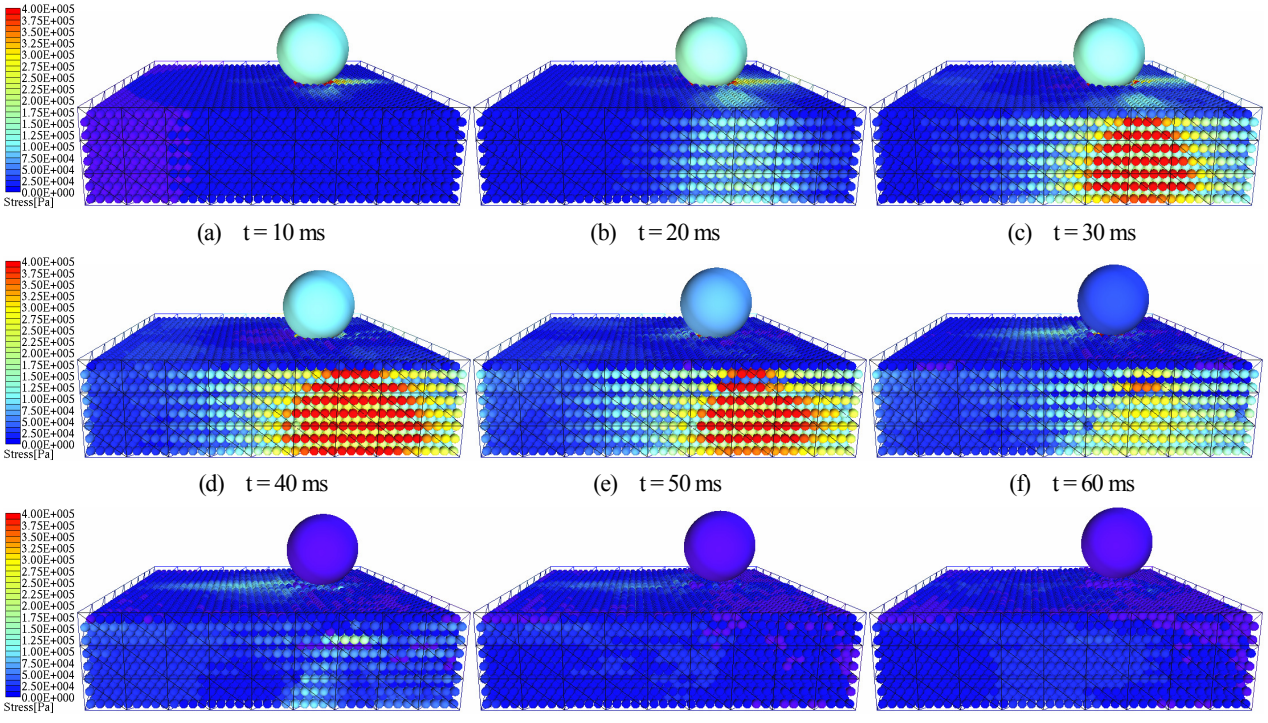
らも CASE1(3H15A90)と同様の傾向が見られる．**図－10**(a)～(c)より，実験では壁からの距離が離れるに従い，底面での伝達衝撃力最大値の低下が実験で認められるが，解析では要素分割や要素配置の影響のためかほとんど相違は見られない．**図－10**(d)～(f)からは，斜め衝突の角度が小さくなるほど，どの衝撃力にも認められる低下傾向を再現していることが分かる．底面衝撃力でその傾向は顕著であるが，側面衝撃力は解析結果がやや大きくなっている．実験では，斜め衝突時に，衝突点を中心として円柱状の重錘の側壁方向への大きな回転が生じ，これは入射角が小さいほど顕著であった．入射角が小さいほど横方向力が小さくなり，結果として側面衝撃力が小さくなったと考えられる．一方，解析では重錘を球として取り扱っているため，斜め衝突に対しそのような大きな回転は生じなかった．そのため，入射角が小さいほど側面衝撃力の実験値との差が大きくなったと考えられる．



(a) CASE2(1H10A90)　(b) CASE3(2H10A90)　(c) CASE4(3H10A90)

(d) CASE5(2H10A75)　(e) CASE6(2H10A60)　(f) CASE7(2H10A45)

図－10　各ケースの衝撃力応答波形

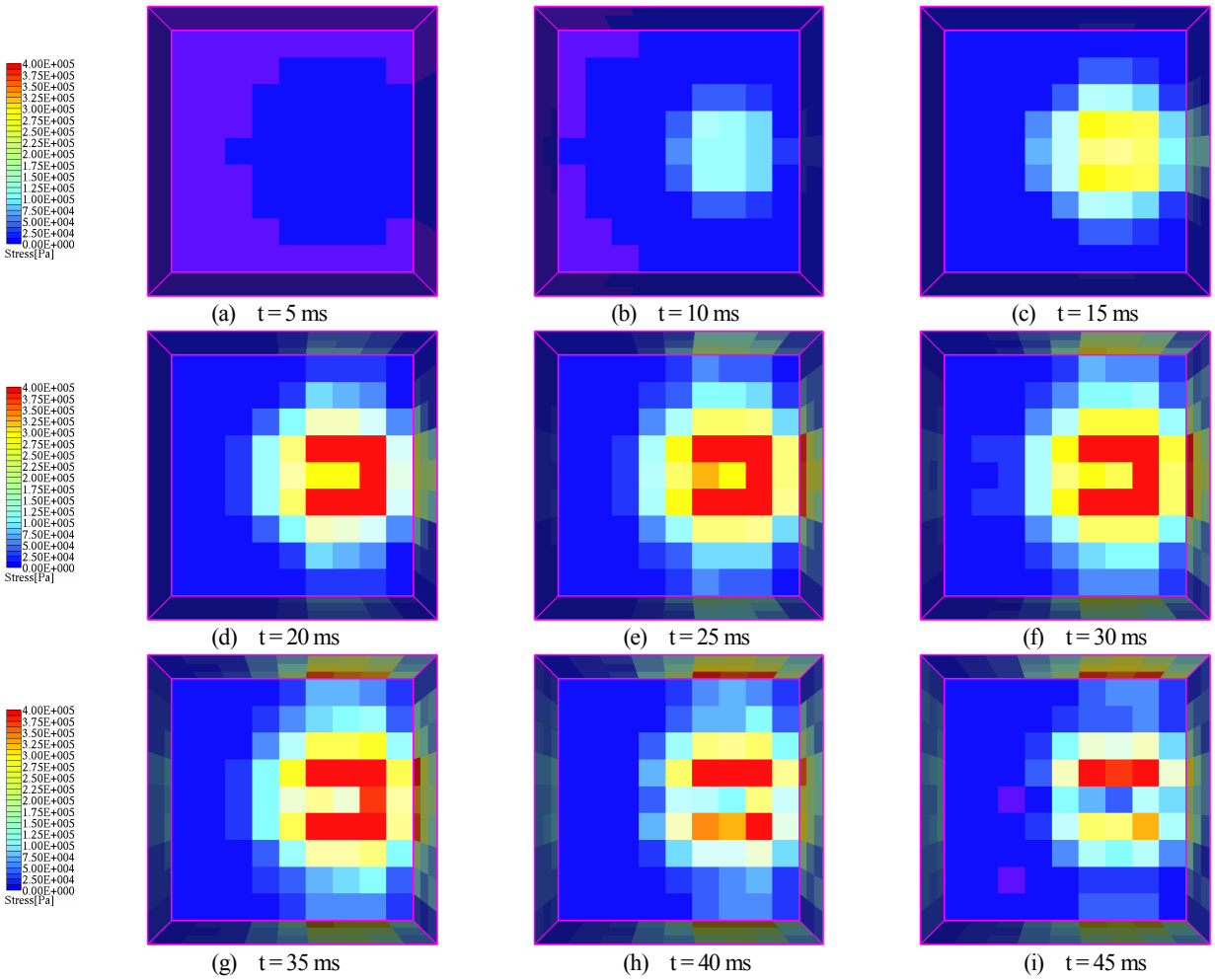


(a) t＝10 ms　(b) t＝20 ms　(c) t＝30 ms

(d) t＝40 ms　(e) t＝50 ms　(f) t＝60 ms

(g) t＝70 ms　(h) t＝80 ms　(i) t＝90 ms

図－11　CASE6(2H10A60)の敷砂の衝撃挙動と要素応力コンター図の時刻歴



図－12　CASE6(2H10A60)の壁面要素応力コンター図の時刻歴

5. 2. 敷砂の応力時刻歴応答

敷砂の衝撃挙動を，各要素の応力の大きさでコンター表示を行い描画した．CASE6(2H10A60)の衝撃挙動時刻歴応答を**図－11** に示す．コンター表示に用いた応力の値は，各要素が接触により受けた全法線方向作用力の内，最大の成分を球の断面積で除することでその要素の応力とした．斜め入射の重錘落下直後は進行方向と側面方向へ弾性波動が伝播し，側壁面で大きな応力を生じていることが視認できる．t = 50 ms 以降，進行方向と逆方向へ弾性波動が伝播し，収束して行く様子が図から確認できる．図化することにより重錘衝突の定性的な評価が可能であるが，本解析における簡易なモデルでは重錘の貫入や跳躍挙動を正確には再現できていない．

5. 3. 壁面の応力時刻歴応答

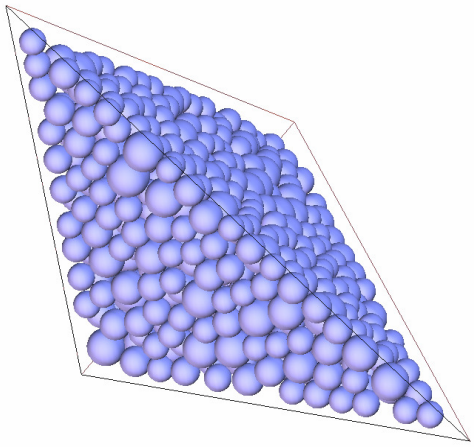
敷砂モデルと同様に土槽モデルについても同様のコンター表示を行った．CASE6(2H10A60)の土槽を構成する各壁面要素に生じた応力の時刻歴応答を**図－12** に示す．この図は土槽上方から画角 45 度の透視投影で見た図であり，輪郭線で境界を示す底面と側面の全てが 1 枚の図で確認できる．単一の壁面要素に作用する作用力は全て法線の向きが等しいため，法線方向の全作用力合計を要素面積で除してその要素の応力とした．また，各壁面要素は小さな三角形平面であるが，図化した際の外観の問題から，対となる辺を共有する要素と平均して描画していることから，四角形要素の集合に見える．

図から重錘落下地点直下に伝達衝撃力が到達し，進行方向と側方向の側壁面へ衝撃力が伝達される過程が認識できる．衝撃力は t = 30 ms 秒付近にピークがあり，その後は消散して行く．実験においては，直径 4m程度の範囲に荷重分散が認められ，概ねそれを再現できている．重錘落下地点直下に比較的応力の小さい部分が見られるのは，敷砂を等粒子径の最密配列でモデル化しているため，鉛直方向の作用力が直下ではなく斜め 45 度の方向へ伝達される特性が強くでるためである．このように解析結果を図化することによって，時々刻々と土槽のどの部位に力が集中するのかなどが容易に把握でき，緩衝材の性能に関する有意な情報を得ることができる．

5. 4. 本手法の応用性について

本研究においては，砂緩衝材を全て同じ大きさの要素を最密度配置させ解析を行ったが，本手法用いた接触判定のアルゴリズムを用いれば，個別要素を任意形状の内部にパッキングすることが可能であり[10,11]，**図－13**に示

すように多粒子径要素を用いた解析に応用できる．著者らは，緩衝材の要素の大きさの影響や緩衝材と構造物との相互作用の影響についてすでにある程度知見を得ているが[8,12]，今後，定量的な精度向上をめざして，重錘のパッキングによるモデル化，要素の大きさと配置また構造物の取り扱いについてさらに研究を進めていきたいと考えている．



図－13　多粒子径要素の任意形状モデル

6. 結論

本研究では，防護構造物の設計を行う上で重要となる，敷砂材を通じての落石による伝達衝撃力および構造部材である土槽の各壁面の圧力分布を推定することを目的に，個別要素法による数値解析法に関する検討を行った．この解析においては，土槽各部位に作用する力の推定を容易に行うために，境界壁面接触を細かな要素単位で行える個別要素法を開発した．解析結果の評価は，著者らが解析に先立って行った実験のデータを用い，実規模実験と解析の比較検討により行った．本研究を通して得られた成果を以下に述べる．

1) 単純な接触判定を用いることにより，最小限の計算負荷で土槽の土圧分布を把握することができた．壁面と球形要素間接触の判定計算を効率的に行える方法を具体的に示した．
2) 解析で使用する定数については今後さらに検討すべきと考えるが，本研究で示した試行錯誤法による解析でもピーク時の重錘衝撃力と底面衝撃力は概ね実験結果と一致しており，解析において使用した敷砂モデルの要素分割数でも衝撃力波形の再現がある程度可能であることを示した．
3) 底面衝撃力が重錘衝撃力の 2 倍程度の大きさとなる実験的事実の再現ができた．
4) 波動伝播を視覚的に容易に確認できる手法を示した．
5) 本手法で用いた接触判定のアルゴリズムを用いれば，個別要素を任意形状の内部にパッキングすることが可能であり，応用性の高いことを示した．

謝辞

本研究で用いたアルゴリズム検討において，当時金沢大学大学院博士前期過程に在籍していた照井真司氏に協力を頂いた．また，実験にあたって日本サミコン(株)の各位には多大な協力を頂いた．ここに記し，深く感謝の意を申し上げます．

参考文献

1) 日本道路協会：落石対策便覧，2000.6.
2) 園田佳巨、松葉美晴、彦坂熙：緩衝材を介して伝達する衝撃荷重の簡易推定法に関する研究,構造工学論文集,Vol.46A, pp.1885-1892, 2000.4.
3) 土木学会：ロックシェッドの耐衝撃設計，構造工学シリーズ８，土木学会，1998.11.
4) 土木学会：構造工学技術シリーズ No.52　性能設計の概念に基づく構造物の耐衝撃設計法，2007.10.
5) 香月智：構造設計の国際化標準化と性能設計法（その 2 性能設計法の概要），砂防学会誌，Vol.52，No.5，pp.57-64, 2000.
6) 土木学会：構造工学シリーズ 15　衝撃実験・解析の基礎と応用，2004.1.
7) Murray R. Spiegel，氏家勝巳：マグロウヒル 数学公式・数表ハンドブック，オーム社，1995.3.
8) 吉田博，桝谷浩，今井和昭：個別要素法による敷砂上への落石の衝撃特性に関する解析，土木学会論文集，第 392 号/I-9，pp.297-306，1988.4.
9) 桝谷浩，中田吉彦，梶川康男：個別要素法の衝撃問題への適用に関する一考察，構造工学論文集，土木学会，Vol.38A，pp.1477-1487，1992.3.
10) 伯野元彦：破壊のシミュレーション－拡張個別要素法で破壊を追う，森北出版，1997.10.
11) 後藤仁志：数値流砂水理学－粒子法による混層流と粒状体の計算力学，森北出版，2004.9.
12) 桝谷浩，中田吉彦：DEM と FEM の結合解析手法の開発と落石覆工解析への適用について，土木学会論文集，No.710/I-60，pp.113-128，2002.7.

（2008 年 9 月 18 日受付）