

一自由度振動系を設置した浮屋根による 円筒タンクのスロッシング波高の低減

Reduction of sloshing wave height in a cylindrical tank with floating roof
equipped with single-degree of freedom vibration systems

高西照彦*・水田洋司**・川口周作***

Teruhiko Takanishi, Yoji Mizuta and Shusaku Kawaguchi

* 工博 九州工業大学名誉教授 (〒805-0035 北九州市八幡東区山路 2-4-8)

** 工博 九州産業大学教授 工学部都市基盤デザイン工学科
(〒813-8503 福岡市東区松香台 2-3-1)

***博士 (工学) 日鉄パイプライン (株) 技術本部 技術・開発部
(〒163-1036 東京都新宿区西新宿 3-7-1)

Theoretical analysis of forced horizontal oscillation of cylindrical liquid storage tanks with a floating roof equipped with a single degree of freedom vibration system was carried out by using Laplace's equation dominating the liquid in the tank and dynamic equation of circular plate simultaneously. On the other hand, model of tank was made of acrylic acid resin and the floating roof was made of styrofoam. The model was fixed on shaking table and then oscillated harmonically. Frequency responses of wave height and dynamic water pressure on the tank wall were measured. Analytical results obtained by numerical calculation agreed with experimental results obtained by using shaking table. It was indicated that cylindrical tank with floating roof equipped with a single degree of freedom vibration system was more effective for vibration control than that with floating roof only.

Key Words: sloshing, floating roof, vibration control, cylindrical tanks
キーワード: スロッシング, 浮屋根, 振動制御, 円筒タンク

1. まえがき

2006年11月に土木学会と建築学会から「海溝型巨大地震による長周期地震動と土木・建築構造物の耐震性向上に関する共同提言」¹⁾という報告が出されているが、その中の‘提言12 大型液体タンクの耐震性’において、浮屋根と固定屋根に対して、次のような提言がなされている。すなわち、浮屋根を多用する石油タンクにおいては、スロッシング波高が余裕高を超える可能性があるのでその溢流防止対策と浮屋根の耐震強度の確保とが重要である。固定屋根を用いるLNGタンクと上下水道タンクにおいては、スロッシングによる波頭衝撃圧が屋根に与える影響に対して十分な留意が必要である。これらの提言を踏まえて、現在、浮屋根の耐震対策あるいはタンク内容液中に制振装置を設ける等の耐震対策に関する研究が行われている。

従来、タンクに浮べられた浮屋根についてはその剛性は小さいとしてこれを無視していたが、現在は、浮屋根の剛性を考慮した内容液のスロッシングの解析がなされるようになってきている^{2), 3), 4), 7)}。また、浮屋根に減衰効

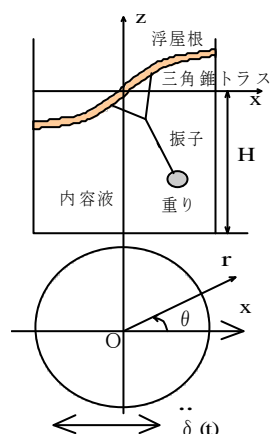


図-1 重り付浮き屋根を設置した円筒タンク

果を持たせるために、その外周にバッファを取り付けるとよいという提案もなされている⁸⁾。さらに、タンク内に制振装置を設置することによって制振効果を得よう

とするもの^{5), 6)}等が考えられている。しかし、これらの方法はその何れについても現在までのところ実用化の段階には至っていないようである。

浮屋根の制振性については、坂井ら²⁾はFEMを用いた浮屋根—タンク内容液の流力弾性解析法を提示し、詳細なパラメータ解析を行って、浮屋根の耐震設計に必要なデータを明らかにしている。また、松井^{3), 4)}は同じく線形流力弾性振動方程式を用いて浮屋根—タンク内容液のスロッシングに対する解析解を示している。これらの研究結果から判断する限りでは、タンク内容液に生ずるスロッシングに対する浮屋根の制振効果はそれほど大きいとは言えないようである。

本論では、浮屋根による制振性を高める方法として、浮屋根に1自由度の振動系を設置し、これに同調ダンパーとしての作用を持たせることによって、浮屋根の制振性を高めようとする考え方を示し、この構造系に対する振動解析を行ってその制振機構を明らかにし、理論解析によって導いた解を用いて数値計算を行うと共に模型実験をも行って、両者の結果を比較して、解析理論の妥当性を示し、さらに、本提案法を用いた場合の制振効果の大きさを示すことを目的としている。

1自由度の同調型振動系としては種々の型のものが考えられるが、本論では実験の便宜を考慮して、図-1に示すような単振り振動系（このような装置は実用的ではないが、振り長を変えることによって容易にその固有振動数を変えることができ実験に便利である）を採用した。

浮屋根を一種の制振装置と考えた場合、一般に、その剛性の小さいことが弱点となって、浮屋根による制振効果については多くを期待できないというのが現状である。現在、剛性の小さいシングルデッキの浮屋根をダブルデッキに変えて、その剛性を強化することによって円筒タンクに対する制振性を向上させようとする耐震対策が考えられている。本論では、剛性の高い浮屋根を用いると共に、さらに、これに1自由度の振動系を設置することにより、円筒タンクに対する耐震性のより一層の向上を図るという耐震対策法について検討を行っている。

2. 解析理論

2.1 解析上の仮定

図-1に示すように、円筒タンクに浮屋根を浮べ、これに単振りを設置した構造系が水平振動を受けたときの当該構造系（内容液—浮屋根—単振り系）に対する応答を解析的に求めようとする場合、その厳密解を導くことは困難であるから、本論では以下に示すような仮定及び条件の下でその解析を近似的に行うことにした。

(a) 内容液は完全流体で、渦無し流れである。したがって、流体は速度ポテンシャル φ を持ち、その運動はラプラスの式に支配される。

(b) 内容液の運動が振子の重りに及ぼす影響は付加質量として考慮するが、重りが内容液の運動に及ぼす影響については微小であるとして、これを無視する。因みにその影響は、浮屋根底面においてその最大動水圧の高々

1%である。

(c) 浮屋根は等方等厚の弾性円板で、浮屋根と液面は常に接触している。

(d) 浮屋根の運動についてはその重心を通る加振方向に直角な軸の回りの回転振動のみを考慮することにして、上下及び水平方向の振動は微小だとしてこれを無視する。因みに、上下及び左右方向の振動振幅は浮屋根の中心において、殆ど0mm及び高々1mmである。また、浮屋根の弾性変形については逆対称変形のみを考慮することにして、対称な変形の影響は微小であるとしてこれを無視する。

(e) 浮屋根の回転角 W_s と振子の振れ角 ψ はいずれも小さい。実際、実験においては、 W_s 及び ψ の最大値は10度及び20度を超えない値であった。

2.2 内容液に関する解析理論

図-2に示すように、浮屋根を有する円筒タンクが水平方向の加振加速度 $\ddot{\delta}(t)$ を受けたとき、ナプラ ∇ を微分演算子として、その内容液の運動は次のラプラスの方程式に支配される。

$$\nabla^2 \varphi = 0 \quad (1)$$

いま、図-2に示すように円筒容器に固定した座標系を選ぶと、このときの境界条件は次のように表すことができる。

$$\text{底面において} \quad \frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0, \quad (z = -H) \quad (2)$$

$$\text{側面において} \quad \frac{\partial \varphi}{\partial r} = \dot{\delta} \cos \theta, \quad (r = R) \quad (3)$$

ここに、上付き添字 \cdot は時間に関する微分を表す。

浮屋根の z 方向の変位を w とすれば、内容液の表面（浮屋根との接触面）で

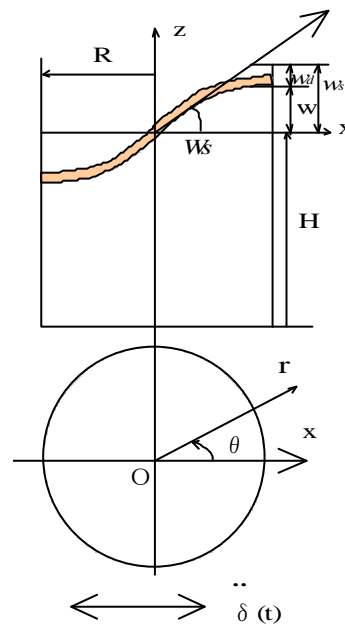


図-2 円筒タンクと座標系

$$\frac{\partial \varphi}{\partial z} = \frac{\partial w}{\partial t}, \quad (z=0) \quad (4)$$

さらに、 $r=0$ において φ は有限である。

いま、 w が剛体として回転したときの変位 w_s と弾性変位 w_d とから成るとして(図-2参照),

$$w = w_s - w_d = W_s(t)r \cos \theta - W_d(r,t) \cos \theta \quad (5)$$

と置く。弾性変位については、本来、 $\cos n\theta$ ($n=2,3,\dots$)の項をも考慮しなければならないのであるが、本論の場合、加振力に $\cos \theta$ の項のみしか含まれていないので、 $n \geq 2$ の項は除いて式(5)のように $\cos \theta$ の項のみを採用すればよいことになる。なお、上式で W_s は浮屋根の中心Oにおける回転角を表している。

さて、境界条件式(2)~(4)を満たす式(1)の解は容易に導くことが出来て、次式のように表される。

$$\begin{aligned} \varphi = & r \dot{\theta} \cos \theta + 2R^2 \dot{W}_s \sum_{m=1}^{\infty} A_m \frac{\cosh k_m(z+H)}{\cosh k_m H} J_1(k_m r) \\ & + R \sum_{m=1}^{\infty} \dot{v}_m(t) J_1(k_m r) \cosh k_m(z+H) \cos \theta \end{aligned} \quad (6)$$

ここに、 $J_1(x)$ は第1種1次のベッセル関数、 k_m は $J_1(k_m R) = 0$ を満たす固有値である。また、

$$A_m = \frac{2}{k_m R(k_m^2 R^2 - 1) J_1(k_m R) \tanh k_m H} \quad (7)$$

さらに、 $v_m(t)$ は W_d が与えられれば次式によって定めることができる。

$$\frac{\partial W_d}{\partial t} = - \sum_{m=1}^{\infty} k_m R \dot{v}_m J_1(k_m r) \sinh k_m H \quad (8)$$

浮屋根に加わる動水圧は、内容液の密度を ρ_w とすれば、式(6)を用いて次式によって求められる。

$$p_f = -\rho_w \frac{\partial \varphi}{\partial t} - \rho_w g w, \quad (z=0) \quad (9)$$

ここに、 g は重力の加速度である。

また、波高 η は式(5)の w に等しいから、

$$\eta = w \quad (10)$$

によって与えられる。壁面波高は式(10)において、 $\theta=0, r=R$ と置くことによって得られる。

2.3 浮屋根に関する理論

動水圧 p_f を受ける浮屋根の振動方程式は、その厚さを d 、密度を ρ_c 、板剛度を D とすれば、次式のように表される(図-3参照)。

$$\rho_c d \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + D \nabla^4 w = p_f \quad (11)$$

$$\text{板剛度は} \quad D = \frac{Ed^3}{12(1-\nu^2)} \quad (12)$$

で定義される。ここに、 E は縦弾性係数、 ν はポアソン比である。

浮屋根はその周辺は拘束されていないので、式(11)に対する境界条件は図-4を参照して

$$\text{曲げモーメント} \quad M_r = 0, \quad (r=R) \quad (13)$$

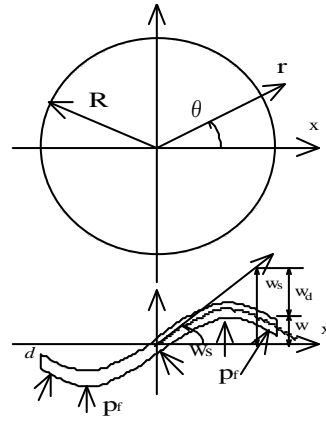


図-3 浮屋根と座標系

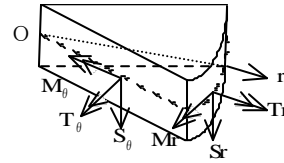


図-4 浮屋根要素の断面力

$$\text{上下方向反力} \quad V_r = S_r - \frac{1}{r} \frac{\partial T_r}{\partial \theta} = 0, \quad (r=R) \quad (14)$$

と表される。さらに、 $r=0$ において変位が有限である。

式(11)の解は松井³⁾が示しているように、モード解析法によって求めるのが便利である。そのためには、まず、式(11)において外力項 p_f が0の場合について浮屋根の固有振動数と振動モードを求め、次に、この固有振動数と振動モードの重ね合わせによって w を表示した後、これが式(11)を満足するようにすればよい。

(a) 固有振動数と振動モード

式(11)で $p_f = 0$ としたとき、浮屋根が逆対称の弾性変形をする場合の解を w_{dnj} とおけば、それは ω_{nj} (n, j)次の固有円振動数、 C_{1nj}, C_{3nj} を未定定数として、

$$w_{dnj} = \{C_{1nj} J_n(\gamma_{nj} r) + C_{3nj} I_n(\gamma_{nj} r)\} e^{i\omega_{nj} t} \cos n\theta \quad (n, j=1,2,\dots) \quad (15)$$

と表される。ここに、 $I_n(x)$ は第1種 n 次の変形ベッセル関数である。既に2.1で述べたと同じ理由によって $n=1$ の場合のみを採用すればよいので、 w_{dnj} の代わりに次式で表される $(1, j)$ 次の振動モードのみを考える。

$$w_{dj} = \{C_{1j} J_1(\gamma_j r) + C_{3j} I_1(\gamma_j r)\} e^{i\omega_j t} \cos \theta \quad (j=1,2,\dots) \quad (16)$$

ここに、 γ_j は逆対称 j 次の固有値で、これを次式

$$\gamma_j^4 = \frac{\rho_c d}{D} \omega_j^2 \quad (17)$$

のように定義すれば、 γ_j は式(13),(14)の境界条件を用いて、次式に示すようにして算出することができる。

境界条件式から、 γ_j, C_{1j}, C_{3j} の間に成立する同次方程式が次式

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} C_{1j} \\ C_{3j} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (18)$$

のように得られるので、 C_{1j}, C_{3j} が同時に0でないとき、上式が成立するための必要且つ十分条件

$$\begin{aligned} a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} &= J_1(\gamma_j R)I_2(\gamma_j R) + J_2(\gamma_j R)I_1(\gamma_j R) \\ &\quad - \frac{2(1-\nu)}{\gamma_j R} J_2(\gamma_j R)I_2(\gamma_j R) = 0 \end{aligned} \quad (19)$$

を満たす値として γ_j が求められる。ここに、

$$\begin{aligned} a_{11} &= J_1(\gamma_j R) - \frac{1-\nu}{\gamma_j R} J_2(\gamma_j R) \\ a_{21} &= a_{11} - \gamma_j R J_2(\gamma_j R) \\ a_{12} &= -I_1(\gamma_j R) + \frac{1-\nu}{\gamma_j R} I_2(\gamma_j R) \\ a_{22} &= a_{12} - \gamma_j R I_2(\gamma_j R) \end{aligned} \quad (20)$$

また、 C_{1j}, C_{3j} は式(18)から

$$\frac{C_{3j}}{C_{1j}} = -\frac{a_{11}}{a_{12}} = -\frac{J_2(\gamma_j R)}{I_2(\gamma_j R)} \quad (21)$$

を満たす実数として、両者の比が定められる。

(b) 式(11)の特解と浮屋根の釣合方程式

外力 p_f が作用するときの浮屋根の振動方程式(11)の弾性変形解が、前項(a)で得られた振動モードの重ね合わせで表されるとすれば、時刻 t に関する重み関数を $\xi_j(t)$ として、それは次式のように書くことができる。

$$\begin{aligned} w_d &= W_d(r, t) \cos \theta \\ &= \sum_{j=1}^{\infty} \xi_j(t) \{C_{1j} J_1(\gamma_j r) + C_{3j} I_1(\gamma_j r)\} \cos \theta \end{aligned} \quad (22)$$

ここで、上式を式(8)に用いることによって v_m を $\xi_j(t)$ によって表す式を導くことができる。すなわち、

$$\begin{aligned} &\sum_{j=1}^{\infty} \dot{\xi}_j \{C_{1j} J_1(\gamma_j r) + C_{3j} I_1(\gamma_j r)\} \\ &= -\sum_{m=1}^{\infty} k_m R \dot{v}_m J_1(k_m r) \sinh k_m H \end{aligned} \quad (23)$$

が成立するので、この式の両辺に $r J_1(k_l r), l=1, 2, \dots$ を掛けて、 r について $0 \sim R$ に渡って積分すれば、 \dot{v}_m は次式のように表される。

$$\dot{v}_m = -\frac{A_m}{\cosh k_m H} \sum_{j=1}^{\infty} F_{mj} \dot{\xi}_j \quad (24)$$

ここに、

$$F_{mj} = k_m^2 R^2 \gamma_j R \left\{ C_{1j} \frac{J_1'(\gamma_j R)}{k_m^2 R^2 - \gamma_j^2 R^2} + C_{3j} \frac{I_1'(\gamma_j R)}{k_m^2 R + \gamma_j^2 R^2} \right\} \quad (25)$$

さらに、式(24)を式(6)に代入することによって、速度ポテンシャル φ が \dot{W}_s と $\dot{\xi}_j, j=1, 2, \dots$ を用いて表される。また、このようにして得た φ を式(5)と式(22)と共に式(9)に用いることによって、浮屋根に加わる動水圧 p_f についても W_s と ξ_j とを用いて表すことができる。

次に、未知関数 W_s と ξ_j とを定める方程式を導くために、 W_s と ξ_j とを用いて表された式(9)の p_f と W_d を式(22)を使って表現した式(5)とを式(11)に代入すると次式

$$\begin{aligned} &\rho_c d \ddot{W}_s r - \rho_c d \sum_{j=1}^{\infty} (\ddot{\xi}_j + \omega_j^2 \xi_j) \{C_{1j} J_1(\gamma_j r) + C_{3j} I_1(\gamma_j r)\} \\ &= -\rho_w r \ddot{\delta} - \rho_w R^2 \sum_{m=1}^{\infty} A_m J_1(k_m r) \\ &\quad + \rho_w R \sum_{m=1}^{\infty} A_m J_1(k_m r) \sum_{j=1}^{\infty} F_{mj} \ddot{\xi}_j \\ &\quad - \rho_w g \left[W_s r - \sum_{j=1}^{\infty} \xi_j \{C_{1j} J_1(\gamma_j r) + C_{3j} I_1(\gamma_j r)\} \right] \end{aligned} \quad (26)$$

を得るので、この式の両辺にそれぞれ

$$r \{C_{1l} J_1(\gamma_l r) + C_{3l} I_1(\gamma_l r)\}, \quad (l=1, 2, \dots)$$

を掛けて、 r について $0 \sim R$ に渡って積分し、振動モードの直交性を用いれば、次式に示す振動方程式を導くことができる。

$$\begin{aligned} &-\left(\frac{\rho_c d}{\rho_w R} U_j + Q_{j0} \right) R \ddot{W}_s - g U_j W_s + B_j \ddot{\xi}_j + \sum_{l=1}^{\infty} Q_{jl} \ddot{\xi}_j \\ &+ B_j \left(\frac{\rho_w g}{\rho_c d} + \omega_j^2 \right) \xi_j = U_j \ddot{\delta}, \quad (j=1, 2, \dots) \end{aligned} \quad (27)$$

ここに、

$$U_j = \frac{\rho_w R}{\rho_c d \gamma_j R} \{C_{1j} J_2(\gamma_j R) + C_{3j} I_2(\gamma_j R)\} \quad (28)$$

$$Q_{jl} = \frac{\rho_w R}{\rho_c d} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2}{k_m^3 R^3 (k_m^2 R^2 - 1) \tanh k_m H} F_{mj} F_{ml} \quad (29)$$

特に、上式で $l=0$ 、即ち、 Q_{j0} の場合については、その表示式中の F_{ml} の値は式(25)の定義式で $F_{m0}=1$ と定義しておくことにする。

$$\begin{aligned} B_j &= \frac{1}{2} C_{1j}^2 \{J_1^2(\gamma_j R) - J_0(\gamma_j R) J_2(\gamma_j R)\} \\ &\quad + \frac{C_{1j} C_{3j}}{\gamma_j R} \{J_1(\gamma_j R) I_2(\gamma_j R) + J_2(\gamma_j R) I_1(\gamma_j R)\} \\ &\quad + \frac{1}{2} C_{3j}^2 \{I_1^2(\gamma_j R) - I_0(\gamma_j R) I_2(\gamma_j R)\} \end{aligned} \quad (30)$$

なお、浮屋根には動水圧 p_f の他に次項(c)で示すように、振子を吊下げている三角錐トラスの3本の部材による張力が働いている。従って、このために浮屋根には上下及び水平方向の振動が生じ、さらに、浮屋根内部には $\cos n\theta$ 項の他に $\sin n\theta$ 項及び対称変形を含む動的変位が生ずることになる。しかし、ここでこれら部材の張力を考慮すると理論が非常に複雑になること、及び、この張力は微小であると考えてもよいことから、本論では、2.1の解析上の仮定で述べたようにこれらの影響を無視することにした。

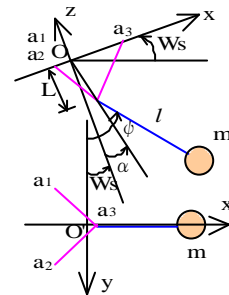


図-5 浮屋根の回転振動

(c) 浮屋根の回転に対するモーメントの釣合方程式

図-5に示すように、浮屋根には質量 m の振子が設置されているので、浮屋根には動水圧 p_f の他に振子の張力 T が加わることになる。このときの浮屋根の回転振動に対する釣合方程式を導くと次のようになる。

図-5に示すように、振子は3本の部材(紡績糸)によって構成された高さ L の三角錐型のトラスを介して浮屋根に取付けられている。さらに、その頂点 O' を支点として振子が吊下げられている。三角錐と浮屋根との接点 a_1, a_2, a_3 は同図に示すように正三角形に配置されており、その重心は浮屋根の中心に一致している。

いま、鉛直方向に対する振子の振れ角を ψ 、三角錐トラスの弾性変形に基づくトラス頂点の振動方向の変形角を α とすれば、振子の張力による点 O 回りの回転モーメント M_T は、次式のように表される。

$$M_T = TL \sin(\psi - W_s - \alpha) \cong TL(\psi - W_s - \alpha) \quad (31)$$

ここで、 α は $\psi - W_s$ に比例するので

$$\alpha = e(\psi - W_s) \quad (32)$$

と書くことができる。ここに、 e は比例係数で、

$$e = \frac{2l_s^3 T}{3L(l_s^2 - L^2)E_s A_s} \quad (33)$$

と表される。上式で、 l_s は三角錐トラスの部材長、 $E_s A_s$ は部材の伸び剛性である。

さて、浮屋根の回転慣性を I_u 、浮屋根に働く動水圧 p_f による点 O を通る水平軸(図-5の y 軸)回りの回転モーメントを M_y とすれば、浮屋根に対するモーメントの釣合方程式は、次式のように表すことができる。

$$I_u + M_y + M_T = 0 \quad (34)$$

I_u と M_y とは次式によって求めることができる。

$$\begin{aligned} I_u &= -\rho_c \int_0^R \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-d/2}^{d/2} \ddot{w} r^2 \cos \theta dz d\theta dr \\ &= -\pi \rho_c d \int_0^R (\ddot{W}_s r + W_d) r^2 dr \end{aligned} \quad (35)$$

$$M_y = \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^R p_f r^2 \cos \theta dr d\theta \quad (36)$$

それぞれ式(22)及び式(9)を用いて I_u と M_y とを算出し、これを式(31)の M_T と共に式(34)に代入して整理すれば、回転モーメントの釣合式が次式のように得られる。

$$\begin{aligned} &\frac{1}{4} R^2 \left\{ 1 + 4 \frac{\rho_w R}{\rho_c d} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2}{k_m^3 R^3 (k_m^2 R^2 - 1) \tanh k_m H} \right\} \ddot{W}_s \\ &+ \frac{1}{4} \frac{\rho_w g}{\rho_c d} R^2 W_s - R \sum_{j=1}^{\infty} \left\{ \frac{\rho_c d}{\rho_w R} U_j + Q_j \right\} \ddot{\xi}_j \\ &- g \sum_{j=1}^{\infty} U_j \xi_j - \frac{TL(1-e)}{\pi R^2 \rho_c d} (\psi - W_s) = -\frac{1}{4} \frac{\rho_w R}{\rho_c d} R \ddot{\delta} \end{aligned} \quad (37)$$

2.4 振子に対する振動方程式

振子の長さを l 、重りは球形で、半径を r_c 、質量を m とする。また、振子の張力を T 、重りの中心の座標を (x, z) とすれば、振子に対する振動方程式は次式のように表される(図-6参照)。

$$-m\ddot{z} - \beta m \ddot{z} - T \cos \psi + (m - \bar{m})g = 0 \quad (38)$$

$$-m\ddot{z} - \beta m \ddot{z} - T \cos \psi + (m - \bar{m})g = 0 \quad (39)$$

ここに、 \bar{m} は重りが排除する内容液の質量、 β は重りに対する付加質量係数であり、球の場合、 β の値は0.5である。いま、

$$x = L \sin(W_s + \alpha) + l \sin \psi \cong L(W_s + \alpha) + l \psi \quad (40)$$

$$z = L \cos(W_s + \alpha) + l \cos \psi \cong L + l \quad (41)$$

とすることができるので、式(32)を考慮すれば、式(38),(39)の振子の振動方程式は、次式のように表すことができる。

$$(m + \beta \bar{m})(l + Le)\ddot{\psi} + T\psi + (m + \beta \bar{m})L(1-e)\ddot{W}_s = -m\ddot{\delta} \quad (42)$$

$$T = (m - \bar{m})g \quad (43)$$

いまの場合、浮屋根が共振状態にあるときなどに、重りの振れが大きくなって、一定の振れ角を越えると重りを支えている三角錐トラスの部材に圧縮力が働いて、紡績糸でできている部材に弛みが生じることも考えられる。本論の実験の場合($L=6.4$ cm, 図-5の $\overline{a_1 a_2}=26$ cm)については、計算の結果、その振れ角に対する条件式は $|\psi - W_s| < 50^\circ$ となる。実験においては、すべての場合について重りはこれ程の振れを起こすことはなかったので、三角錐トラスの部材に弛みなどは生じていないと言える。

2.5 全体系の振動方程式とその解

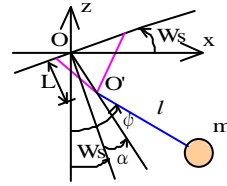


図-6 振子と座標系

上記のことから、全体系(タンク内容液-浮屋根-単振子系)の振動方程式は ψ, W_s, ξ_j ($j=1, 2, \dots$)を時間に関する未知関数として、式(27),(37),(42)で示した3個の常微分方程式から構成されることになる。

この全体系が加振されたとき、その応答計算を行う場合には、それぞれの振動系に生ずる減衰を考慮して、各振動方程式中に減衰項を挿入することが必要になる。

いま、全体系の振動方程式について、これを行列表示すれば、次式のように書くことができる。

$$\mathbf{A}\ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{D}\dot{\mathbf{X}} + \mathbf{B}\mathbf{X} = -\ddot{\delta}\mathbf{C} \quad (44)$$

ここに、 \mathbf{X} は未知関数ベクトルで

$$\mathbf{X} = (\psi \ W_s \ \xi_1 \ \xi_2 \ \dots \ \xi_j)^T \quad (45)$$

上式で、下付き添字 J は数値計算において採用する浮屋根の振動モードの数である。また、 \mathbf{D} は減衰行列であるが、現時点では減衰項を適切に評価することは困難であるから、本論では、減衰行列として次式で表されるような形のものを採用することにした。

$\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{D}$ の要素をそれぞれ A_{ij}, B_{ij}, D_{ij} としたとき、

$$\begin{aligned} D_{jj} &= 2h_w \sqrt{A_{jj} B_{jj}}, \quad (j=1,2) \\ D_{jj} &= 2h_\xi \sqrt{A_{jj} B_{jj}}, \quad (j=3,4,\dots,J) \\ D_{ij} &= 0, \quad (i \neq j), \quad (i, j=1,2,\dots,J) \end{aligned} \quad (46)$$

ここに、 h_w, h_ξ は減衰定数で、 h_w は主として内容液に関する減衰を、 h_ξ は浮屋根に関する減衰を代表する値を採るものとする。

さて、式(44)において $\ddot{\delta} = 0$ とおき、さらに、減衰項 $\mathbf{D}\dot{\mathbf{X}}$ を除いた自由振動方程式において

$$\mathbf{X} = \mathbf{X}_0 e^{i\omega t} \quad (47)$$

とすれば、 \mathbf{X}_0 に関する同次方程式が得られ、これを解くことによって、全体系の固有円振動数 n_j 及び振動モード \mathbf{X}_{0j} , ($j=1,2,\dots,j+2$) を求めることができる。

次に、式(44)において、入力加速度 $\ddot{\delta}$ が

$$\ddot{\delta} = \Delta \sin \omega t \quad (48)$$

で与えられた場合の定常応答は、次のようにして求めることができる。即ち、 $\hat{\mathbf{X}}$ 及び $\hat{\mathbf{X}}_0$ を複素ベクトルとして

$$\hat{\mathbf{X}} = \hat{\mathbf{X}}_0 e^{i\omega t} \quad (49)$$

と置き、式(44)に代入して $\hat{\mathbf{X}}_0$ について解くことにより

$$\hat{\mathbf{X}}_0 = -\Delta(-\omega^2 \mathbf{A} + i\omega \mathbf{D} + \mathbf{B})^{-1} \mathbf{C} \quad (50)$$

が得られるから

$$\begin{aligned} (\psi W_s \xi_1 \xi_2 \dots \xi_J)^T &= I_m \{\hat{\mathbf{X}}\} \\ &= \text{Re}\{\hat{\mathbf{X}}_0\} \sin \omega t + \text{Im}\{\hat{\mathbf{X}}_0\} \cos \omega t \end{aligned} \quad (51)$$

によって与えられる。ここに、 $\text{Re}\{\hat{\mathbf{X}}\}$ 及び $\text{Im}\{\hat{\mathbf{X}}\}$ はそれぞれ $\hat{\mathbf{X}}$ の実数部及び虚数部を表す。

ψ, W_s, ξ_j , ($j=1,2,\dots,J$) が得られれば、浮屋根の変位 w は式(5),(22)を用いて求められる。また、振動方向の壁面波高 $\bar{\eta}$ は式(10)において、 $r=R, \theta=0$ とすることによって与えられる。

$$\bar{\eta} = w, \quad (r=R, \theta=0) \quad (52)$$

さらに、振動方向のタンク側壁に対する動水圧は

$$\bar{p} = -\rho_w \frac{\partial \varphi}{\partial t}, \quad (r=R, \theta=0) \quad (53)$$

と表されるから、式(6),(7),(24)から得られる速度ポテンシャル φ を用いることによって求めることができる。

3. 模型による定常振動実験について

重り付弾性浮屋根を設置した円筒タンクにおいて、その内容液、浮屋根及び重りの動的挙動を実験的に明らかにするために、実規模の約 1/20 の模型を作製し、これを振動台上に固定して、定常調和加振実験及び減衰自由振動実験を行った。また、重り付弾性浮屋根の制振性を明らかにするために、内容液のみの場合及び弾性浮屋根のみを浮べた場合についても同様な実験を行った。

3.1 実験装置

実験に用いた円筒タンクは、図-7に示すように、厚さ 1 cm のアクリル樹脂製で、内径 $2R$ は 58 cm、高さ 80 cm である。内容液としては水を用い、水深 H を 50 cm

とし、その上に浮屋根として厚さ $d=1$ cm、直径 $2R=58$ cm 弱の発泡スチロール製の円板を浮べた。浮屋根には図-5に示すように、その下面に正三角形の支点をもつ 3本の部材(紡績糸)から成る三角錐トラスが設置されており、さらに、その頂点から 1 自由度振動系(単振子)として、重り(直径 $r_c=5$ cm、質量 $m=500$ g の鉄球)が紡績糸を介して吊るされている。なお、三角錐の底面の支点間を結ぶ正三角形の一辺の長さは 26 cm、頂点の高さ L は 6.4 cm である。また、振子の長さ l は 10~20 cm に渡っている変えた場合について実験を行った。

動水圧の測定には容量 20 kPa の水圧計(共和電業製、PSS-02KDF)を用いた。この水圧計を図-7に示すように、タンクの内壁上に底面から 0,20,40 cm の位置に振動方向に対称に 3 個ずつ、合計 6 個取り付け付けた。また、壁面波高を読むために、タンクの振動方向の内壁面上には、静止水面の位置を中心として、その上下に 5 mm 間隔の目盛りを刻んだスケールが添付されている。なお、波形を鮮明にすることによって、波高の位置がより明瞭に判別できるように、タンクの内容液には入浴剤を投入し、これを薄い緑色に着色した。また、浮屋根を浮べた場合の波高については、浮屋根下面の外周が振動方向と交わる点の位置をスケールを通して読み取り、その値を採用した。

振動台は動電式 2 軸同時振動試験装置(IMV 社製、DS-2000-15L)を用いた。その加振力は水平・鉛直の両方向共に 19.6 kN である。

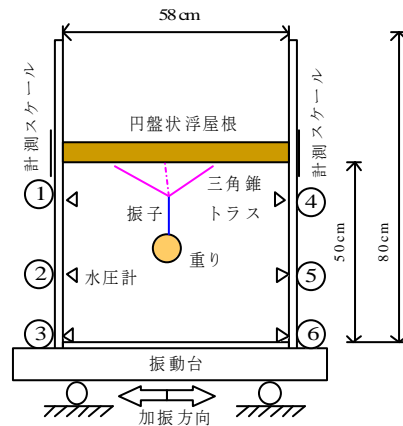


図-7 重り付浮屋根を設置した円筒タンク模型

3.2 実験概要

図-7に示す円筒タンク模型を振動台上に固定して、水平方向に加振した。現象が線形の範囲に収まるように、入力加速度を 2 Gal に設定し、加振振動数を、振動系の 1 次の固有振動数を中心として 1.15 Hz から 1.35 Hz まで 0.01 Hz 刻みで増加した場合について、振子の長さを 10~20 cm の間でいろいろ変えて、それぞれスポット加振を行った。加振を開始した後、現象が定常状態になるのを待って、タンク壁面上の波高は目視によって読み取り、動水圧は動水圧計を用いて計測した。得られた記録から、波高及び動水圧の振動数応答曲線を求めた。波高及び動

水圧の測定値としては、対称の位置にある計測点で得られた値の平均値を求めてこれを用いた。

さらに、この振動系の固有振動数と減衰定数を求める目的で、その1次の共振振動数において減衰自由振動実験を行った。得られた記録をフーリエスペクトル解析することによって、必要とする値を求めた。

次に、内容液のみの場合及び弾性浮屋根のみを浮べた場合についても上記と全く同様な実験を行って、円筒タンク内壁面上の波高及び動水圧を計測して、それらの振動数応答曲線を求めた。

4. 実験結果及び数値計算結果との比較

4.1 数値計算について

数値計算に際して採用した物理定数及び諸定数の値は次の通りである。なお、前章までに既に述べた定数値については、ここでは改めて繰返して記述しないことにする。

タンクの内容液としては水を用いた。その密度 ρ_w は 1000 kg/m^3 である。浮屋根は発泡スチロール製で、密度 ρ_c は 101 kg/m^3 、ポアソン比 ν は 0.1 、縦弾性係数 E は 4900 kN/m^2 である。したがって、板剛度 D は 0.4125 Nm となる。

三角錐トラスについては部材（紡績糸）の伸び剛性 $E_s A_s$ を 89 N とした。いま、部材長 l_s は 16.3 cm 、張力 T は 4.27 N であるから、式(33)の比例係数 e の値は 0.1 となる。

内容液のスロッシング振動に対する固有値は10次までを採用した。このとき、固有値 $k_{10}R$ は 30.6019 である。したがって、内容液の固有振動数 f_{10} は

$$f_{10} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{k_{10} g \tanh(k_{10}H)} = 5.12 \text{ Hz}$$

となる。この値は本論で取り扱っている1次のスロッシングの固有振動数 ($f_1=1.25 \text{ Hz}$) 近傍の振動数の5倍弱である。試算の結果、計算精度から判断して、10次までの固有値を採用すれば十分であることが分った。

浮屋根については、採用した最大の固有振動次数 J は6である。このときの浮屋根の固有振動数は1次が 153.5 Hz 、6次が 3150.0 Hz であり、6次のそれは1次のその20倍弱となる。この場合についても試算の結果、6次の固有振動数までを採用すれば、数値計算において十分高い計算精度を有していると判断してもよいことが分った。

数値計算における減衰定数については、実験で得られた値を参考にしてこれを定めた。すなわち、減衰定数は振動系の1次の固有振動数において減衰自由振動実験を行うことによってこれを求めた。まず、内容液のみの振動実験の場合は $h_w=0.0035$ とした。次に、浮屋根のみを浮べた場合には $h_w=0.009$ 、 $h_\xi=0.01$ とした。さらに、重り付浮屋根を用いた場合には $h_w=0.007$ 、 $h_\xi=0.021$ とした。

4.2 壁面波高及び壁面動水圧の応答曲線

(a) 内容液のみの場合

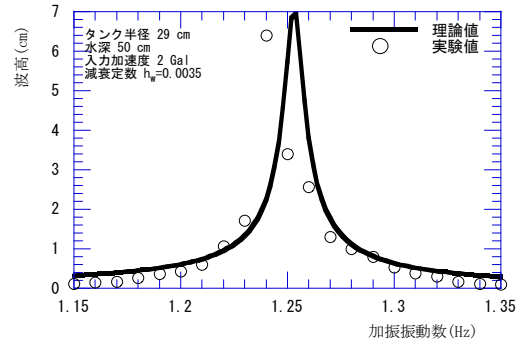


図-8 振動数応答曲線（内容液のみの場合）

内容液として水を満たした円筒タンクを振動台上に固定して、入力加速度 2 Gal で定常加振した場合のタンク内壁面上における波高の振動数応答曲線を図-8に示す。丸○が実験値、実線が理論値である。固有振動数は理論値の方が僅かに大きい、応答曲線は全体として実験値によく一致しているといえる。

(b) 浮屋根のみを浮べた場合

円筒タンクに所定の高さまで水を満たし、その上に発泡スチロール製の浮屋根を浮べた場合について、(a)項と同様にして、入力加速度 2 Gal で定常加振実験を行った。得られた結果を数値計算結果と共に図-9に示す。

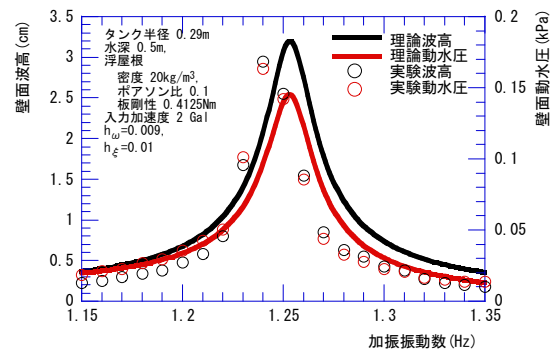


図-9 振動数応答曲線（浮屋根のみの場合）

波高と壁面動水圧の応答値はそれぞれ実験は黒丸○と赤丸○で、理論値のそれは黒実線と赤実線で示した。図中、波高のスケールは左側に、動水圧のスケールは右側に示してある。なお、動水圧は水深 10 cm （底面から 40 cm ）の測点における測定値及び計算値である。

この場合も固有振動数は僅かに理論値の方が大きく、したがって、応答曲線はいずれも振動数の大きい方にその分だけシフトしている。しかし、実験値と理論値とは全体としてよく一致しているといってもよいであろう。

詳細に見ると、波高については実験値の方が理論値に比べて全体として小さな値になっていることが分る。その原因としては、先づ第一に、波高は、図-7に示したように、タンクの外壁面上に添付した最小目盛 5 mm のスケールを通して目視によって読み取るのであるが、このとき、波高が最大となる瞬間の位置を読み取ることは非常に困難で、通常、タンク内壁面上の最大波高位置近

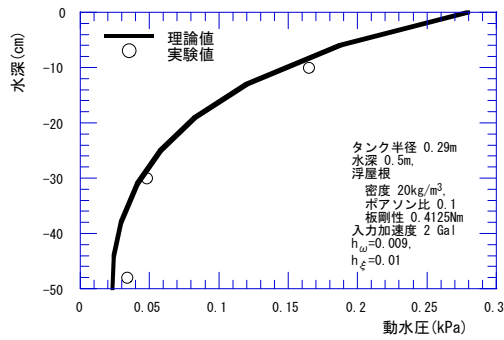


図-1 0 共振点における壁面動水圧分布
(浮屋根のみの場合)

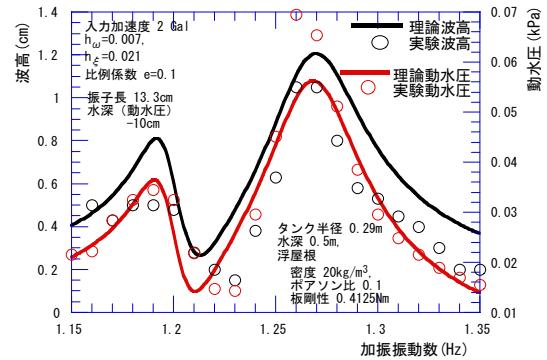


図-1 2 共振数応答曲線 (重り付浮屋根の場合、
その2)

傍における波の上昇時の途中通過点或は下降時の途中通過点の位置を読み取る可能性が高いこと。次に、スロッシングには僅かにスワリングを伴うことが多く、そのため波高が最大になる位置が振動方向からずれること。以上のようなことから、波高の読取値がすべて小さ目の値として読み取られることになると考えられる。

浮屋根のみを浮べた場合も前項 (a) の内容液のみの場合と同様に、その応答曲線の形は実験の振動数の範囲内ではいずれも単峰であるが、両者における波高の共振点のピーク値は (b) の方が (a) の場合より小さくなっている。このことは、浮屋根が存在することによって制振作用が生じていることを示しているといえる。

図-1 0 は共振点における内壁上の動水圧分布を比較して示したものである。同図から、理論値と実験値とはよく一致しているといえる。

なお、浮屋根の板剛度を変えて、それを無限大即ち剛とした場合及びそれを 1/10 にした場合についてそれぞれ数値計算を行った。ここではその結果について、図表を用いて示すことはしなかったが、波高及び動水圧の共振数応答曲線について見ると、本論の場合を加えて、これら3者の曲線の間には互いに僅かな違いしか生じていないことが分った。このことから、板剛度が極端に小さい場合を除けば、浮屋根の板剛度の違いが波高及び動水圧の共振数応答に与える影響は余り大きくないということがいえよう。

(c) 重り付浮屋根の場合

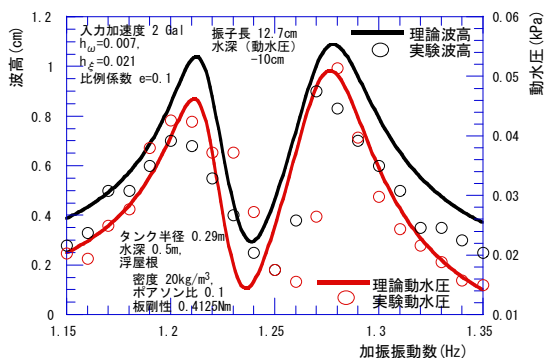


図-1 1 共振数応答曲線 (重り付浮屋根の場合、
その1)

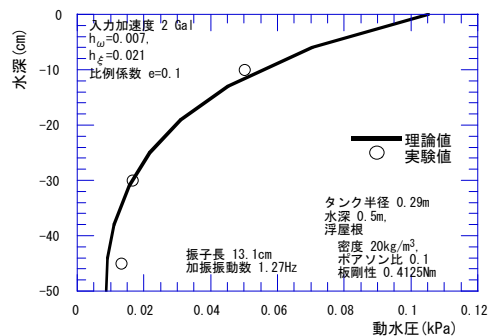


図-1 3 壁面動水圧分布 (重り付浮屋根の場合)

前項 (b) で用いた浮屋根に1自由度振動系である単振子を設置した場合について、(b)と同様にして、入力加速度2 Galで定常加振実験を行った。その際、振子の長さ l をいろいろに変えた場合、即ち、振子の固有振動数をいろいろ変えた場合について実験を行った。以下に、得られた結果の一部を数値計算結果と共に示す。

図-1 1 と 1 2 は $l=12.7\text{ cm}$ と 13.3 cm の場合の波高と壁面動水圧 (水深 10 cm) の共振数応答曲線を求めた結果を示している。前者は最適制振状態に極近い場合であり、その曲線はいずれも2峰から成っている。この形状は、同調ダンパーを持つ2自由度振動系のそれと同じであるといえる。また、 l が大きくなって、最適制振状態から隔たってくると、図-1 2 に示すように、応答曲線は相対的に右峰が高くなり、逆に、 l が小さくなると左峰が大きくなる。

両図から、いずれの場合も、理論値はその極小点の位置が実験値のそれよりも振動数の小さい方に生じていることが分る。しかし、いずれの場合についても、そのズレは振動数にして 0.02 Hz 程度でしかない。またこの場合についても、動水圧については理論値と実験値とは比較的よく一致しているといえるが、波高については、理論値の方が実験値より全体として大きくなっている。その原因については、この場合についても、前述したと同じ理由によるものと考えられる。

図-1 3 は $l=13.1\text{ cm}$ の場合について、その最大応答値を示す振動数 1.27 Hz における壁面動水圧の分布を示したものである。理論値と実験値とはよく一致している

といえる。

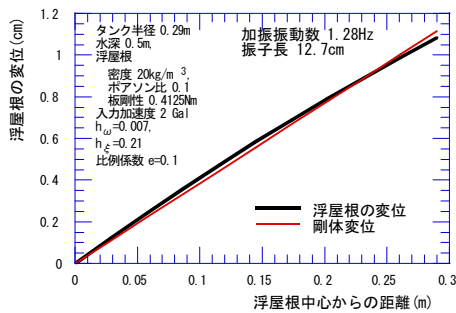


図-1 4 浮屋根の変位形

図-1 4は $l=12.7$ cm の場合について、最大応答値が生ずる振動数 1.28 Hz における浮屋根の振動方向の半径上の変位を示したものである。赤実線は剛体としての変位を、黒実線は板剛度 0.4125Nm の場合の全変位を表している。したがって、両者の差が浮屋根の動的変位を表すことになるが、同図から、その変形量は極僅かであることが分る。

図-9と図-11とを比較することにより、重り付浮屋根を用いた方が浮屋根のみを用いた場合よりも、波高、動水圧の何れについても、その最大応答値は 1/3 程度に小さくなる、したがって、後者の方がより制振性が高いということが分る。

(d) 円筒タンクに対する制振性の比較

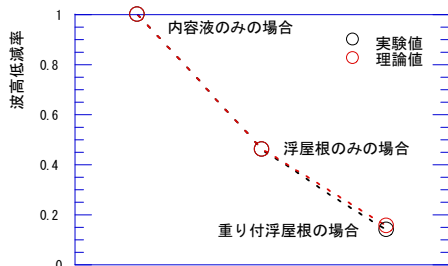


図-1 5 波高低減率の比較

上記の (a), (b), (c) で得られた結果から、(b) の浮屋根のみを浮べた場合と (c) の重り付浮屋根を浮べた場合におけるスロッシングに対する制振性を定量的に明らかにするために、それぞれ (a), (b), (c) における波高の最大値を取り出して、それらを (a) の内容液のみの場合のそれを基準として表した。いま、このようにして得られた値を波高低減率と呼ぶことにすれば、それは図-1 5 に示すようになる。黒丸○が実験値を用いた場合、赤丸○が理論値を用いた場合であるが、両者の値は殆ど一致しているといえる。同図より、浮屋根のみの場合の波高の低減率は 0.46 (約 1/2)、重り付浮屋根の場合のそれは 0.15 (約 1/7) であることから、後者の制振性は前者のそれより高い (後者は前者の約 1/3) ことが分る。

重り付浮屋根の場合、三角トラス (振子を支える支柱)

の高さや重りの重さが異なれば、波高及び動水圧に対する振動数応答曲線の最大値も異なってくることになる。即ち、三角トラスの高さが高いほど、また、重りが重いほど応答曲線の最大値は小さくなり、したがって、制振性が増すことになる。これらのことについては実験も行っているが、その結果については紙数の関係もあり、本論文では示さないことにする。

しかし、本論で述べた考え方を実機に適用する場合、浮屋根の剛性、設置する 1 自由度振動系の形状及び大きさ等について種々検討すべきことが多く残されている。したがって、上記の結果は、現時点では、模型実験の範囲内に止めて置く必要があることに注意して置く。

5. おわりに

本論では、まず、内容液として水を満たした円筒タンクに 1 自由度振動系である振子を設置した浮屋根を浮べた、内容液-浮屋根-単振子から成る振動系が水平方向の加振を受けたとき、ラプラスの式及び円板に対する振動方程式を連立させることによって、この振動系を理論的に解析するという方法を示した。次に、アクリル樹脂製の円筒タンクに球形の重りを吊るした 1 自由度振動系を設置した発泡スチロール製の浮屋根を浮べた模型を作製し、これを振動台上に固定して、水平方向に加振し、内容液の波高と壁面動水圧とを計測した。さらに、理論解析結果と実験結果とを比較して、理論式の妥当性について検証した。最後に、浮屋根のある場合とない場合の最大波高を比較することによって、重り付浮屋根の制振性に関する検討を行った。

得られた結果は次の通りである。

(1) 1 自由度の振動系を設置した浮屋根を浮べることにより、円筒タンクのスロッシングに対する制振性をより高めることができる制振装置を提案した。

(2) (a) 内容液のみを満たした円筒タンクの場合、(b) タンクに浮屋根のみを浮べた場合、(c) 浮屋根に 1 自由度振動系を設置した場合について、それぞれ模型による振動実験を行った結果を比較すると、本論の実験に関しては、(a) の最大波高を基準とすれば、(b) の最大波高はその約 1/2、(c) の最大波高はその約 1/7 になっており、(c) は (b) の場合に比べてもその約 1/3 であった。このことから、重り付浮屋根の制振性が高いことが実験的に示されたといってもよいであろう。

(3) 本論で導いた理論式を用いて数値計算を行って得られた波高及び動水圧の振動数応答曲線と実験によるそれとを比較した結果、波高については理論値の方が全体として僅かに大きな値であったが、動水圧については両者は比較的良好に一致していたといえる。実験における波高の読みには読みが若干小さめの値になるような誤差が含まれている可能性が高いことを考慮すれば、本論で導いた理論式は妥当であることが示されたといえよう。

(5) 本論で提案した制振装置の実用化については、なお種々検討すべき問題が残されている。

参考文献

- 1) 土木学会・建築学会：海溝型巨大地震による長周期地震動と土木・建築構造物の耐震性向上に関する共同提言，2006.11.
- 2) 坂井藤一・西村正弘・小川浩：浮屋根式石油貯槽のスロッシング性状に関する研究，川崎技報，74号，1980.4.
- 3) 松井徹哉：浮屋根式円筒液体貯槽の地震時スロッシング応答の解析解，日本建築学会構造系論文集，第594号，2005.8.
- 4) 松井徹哉：シングルデッキ型浮屋根を有する円筒液体貯槽の地震時スロッシング応答，日本建築学会構造系論文集，第612号，2007.2.
- 5) 水田洋司・松浦一郎・白地哲也・川口周作：浮き屋根をもつ円筒タンクのスロッシング波高低減法について，土木構造・材料論文集，第23号，2007.12.
- 6) 坂井藤一：大型タンクのスロッシングに関する耐震・制震・免振等技術の現状と展望，大型タンクのスロッシングに関する耐震・制震・免振等技術のミニシンポジウム講演概要集，2005.7.
当該文献中に，種々の制振装置についての記述がなされている。
- 7) 平野廣和・松田宏・長沼寛樹・井田剛史・樽川智一：浮屋根式タンクのスロッシング時の挙動把握のための流れと構造の連成解析，構造工学論文集，vol.53A，2007.3.
- 8) 井田剛史・平野廣和・鈴木森晶・坂東譲・佐藤尚次：浮屋根式貯蔵タンクのスロッシング減衰対策－φ0.6mタンクモデルの振動実験－，土木学会論文集A，vol.63,no.1，2007.3.
- 9) 高西照彦・水田洋司・川口周作・松浦一郎：重り付浮屋根を設置した円筒タンクの水平加振に対する応答解析，土木学会第62回年次学術講演会，2007.9.
- 10) 高西照彦・水田洋司・川口周作：弾性を考慮した重り付浮屋根を設置した円筒タンクの振動解析，土木学会西部支部平成19年度研究発表会概要集，2008.3.

(2008年9月18日受付)