異なる断面形状の浅い地下空洞を有する砂質土地盤の支持力

Bearing capacity of cohesive frictional soils with shallow tunnels of different cross sections

山本健太郎*・A.V. Lyamin**・S.W. Sloan***・A.J. Abbo****
Kentaro Yamamoto, A.V. Lyamin, S.W. Sloan and A.J. Abbo

*正会員　博士（工学）　鹿児島大学助教　工学部海洋土木工学科（〒890-0065 鹿児島市郡元 1-21-40）
**Ph.D., Geotechnical Academic, Civil, Surveying and Environ. Eng., University of Newcastle (NSW 2308, Australia)
***Ph.D., Professor, Civil, Surveying and Environ. Eng., University of Newcastle (NSW 2308, Australia)
****Ph.D., Geotechnical Academic, Civil, Surveying and Environ. Eng., University of Newcastle (NSW 2308, Australia)

In this paper, the ultimate bearing capacity and failure mechanism of cohesive frictional soils with shallow tunnels of various cross sections in plain strain condition are theoretically investigated. This problem corresponds to drain loadings and the internal tunnel pressure is set as zero. Not only circular but also ellipse, flat, horseshoe, rectangular and square tunnels are used as the shape of tunnels. The infinity loading, and the smooth and rough conditions for the interface between the loadings and soils are also considered. For a series of tunnel geometries and material properties, rigorous plasticity solutions for the ultimate bearing capacity are obtained by appling recently developed limit analysis methods at the University of Newcastle. The methods are based on both the limit theorems and finite elements, and lead to large nonlinear programming problems. The results are presented in the form of dimensionless stability charts for practical use and closely bracket the true ultimate bearing capacity for most cases.

Key Words: shallow tunnel, bearing capacity, limit analysis, finite element method
キーワード：浅いトンネル，支持力，極限解析，有限要素法

1. はじめに

近年、都市部においては地下空間の開発が盛んに押し進められており、河川からの排水道や交通あるいは下水道などのためのトンネル上に構造物を設置しなければならない事例が増加してきている。また、トンネルの占用幅や近接構造物との離隔確保などの厳しい立地条件にも柔軟に対応可能な自由断面シールド工法も我が国において開発され、トンネルの大断面化・非円形断面化も進んできている。一般的に、トンネルの中に入るものとしては電車や建物などの四角いものが多く、用途に合わせて無駄のない非円形断面を地下空間の有効利用の面からは採用すべきと考えられる。円形断面の場合には上下左右は無駄となるが、掘削、切羽保持の観点からは施工が容易で、今まで主流として用いられてきた。非円形断面のメリットとしては、余分な空間がなくなることによる掘削断面の減少に伴う経済性、掘削に伴う残土の減少並びにトンネルを作るために借りる用地なども少なくすむことが挙げられる。

これまで地下空洞を有する地盤の安定問題に関する研究は 1970 年代以降、主としてケンブリッジグループによって、実験的並びに理論的に実施されてきた。実験では小規模型実験と遠心模型実験が用いられ、理論的研究では極限解析などが用いられてきた。また、そこでは求めるべきパラメータとして、$(\sigma_s - \sigma_t)/c_u$ が用いられてきた [1),2),3)]。ここで、σ_s :地表面上に無限に作用する一様荷重、σ_t : 空洞内部の圧力、c_u :非排水強度である。一方、地下空洞を有する地盤の安定問題などをはじめとして、地盤工学の主たる問題は正解値（厳密解）を求めることができない場合が多い。そこで、極限定理の利点と有限要素法を組み合わせることにより、極めて簡単に厳密な下界値と上界値を直接求めることができる数値極限解析が Sloan らによって開発されてきた [4), 5)]。そこでは、下界値と上界値を用い、正解値を精度良く挟み撃ちにすることによって、実務にも有用かつ他の解法との比較においてもベンチマークとなりうる解を提供することが可能となる。ここでは、地下空洞を有する地盤の安定問題に関する既存研究は、参考文献 [6)] において詳細に説明していることもあり省略するものとする。

山本らはこれまで、地下に円形または正方形の空洞を有し、排水条件下における砂質土地盤の極限支持力並びに破壊メカニズムを数値シミュレーションにより求めることを目的に、数値極限解析の適用を試みた。そして、実務に対しても有用となるように解析結果を設計チャートの形

でまとめた[6]。本研究では上記の研究を受けて、異なる断面形状の浅い地下空洞を有する砂質土地盤の支持力特性と破壊メカニズムを詳細に調べるために、数値極限解析を適用した。そして、解析結果である下界解析からの塑性領域と上界解析からの内部消散をビジュアル的にわかりやすく図化した。さらに、解析結果である上下界値は実務に対しても有用となるように、設計チャートの形で取りまとめた。

2. 対象とする問題

実務上での興味の対象となる、土被りが浅い地下空洞を有する砂質土地盤（Fig. 1 参照）に対して数値極限解析を実施した。これらの主な対象としては、シールドトンネルを中心とした都市トンネルなどが考えられる。土被りが浅い空洞を有する地盤の極限支持力はϕを除き、無次元化したパラメータを用い、おおまかに以下のように表すことができると考えられる。

$$\frac{\sigma_s}{c} = f\left(\phi, \frac{\gamma D}{c}, \frac{H}{D}, \frac{L}{D}\right) \tag{1}$$

ここに、σ_s: 極限支持力、c: 地盤の粘着力、ϕ: 地盤の内部摩擦角、γ: 地盤の単位体積重量、D: 空洞の直径、H: 空洞上面までの土被り、L: 荷重の載荷幅を表す。空洞形状としては円形断面のみならず、非円形断面である楕円形、扁平形、馬蹄形、矩形、正方形などの 7 種類を考慮した。また、土被り比 H/D を 1, 2, 3 の 3 ケース、ϕ を 10, 20, 30, 35° の 4 ケース、γ と D の積をcで除した無次元化量$\gamma D/c$ を 0, 1, 2, 3 の 4 ケースと変化させた。そして、楕円形、扁平形、馬蹄形、矩形などの長軸（水平方向）と短軸（鉛直方向）を有する断面形状に関しては、長軸を空洞の直径と見なした。なお、円形と正方形断面の直径もしくは一辺は、長軸の長さと設定した。それぞれの全断面積などに関しては、**4** で議論を行うものとする。さらに、本論文では支持力問題として捉えるために、空洞内部の圧力を 0 と見なした$(\sigma_t = 0)$。そして、覆工の剛性を一切考慮しないで地盤内の極限状態のみ捉えることにより、安全側となる極限支持力を求めた。また、現実問題では荷重の載荷幅は限定されてくるが、ここでは、荷重の載荷幅Lは極限支持力と破壊メカニズムに影響が生じず、極限支持力が最大となる無限大（L=∞）と設定した。地盤との interface は smooth, rough の 2 種類を考慮した。

3. 数値極限解析[6]

ここでは、厳密な下界、上界値を求めることが可能な数値極限解析（下界解析と上界解析）の離散的定式化の概略について述べる。なお、流れ則には関連流動則を用いている。

3. 1 下界定理の離散的定式化

下界、上界解析ともに 3 節点 3 角形要素を用いた。各節点は特定の要素に属し、応力不連続線を表現するために数個の節点が同一座標を持つことが可能である。2 つの応力(σ_x, σ_y)と 1 つのせん断応力(τ_{xy})が節点変数として各節点に与えられる。そして、要素内の点における応力は節点応力の線形変化として表すことができる。また、隣接した要素間のすべての境界面においては、応力不連続線を生ずることが許されている。次に、数学的な最適化手法と関連して、静的可容応力場が線形有限要素を用いてモデル化される時、目的関数と等式制約は未知数を含む線形の形として表される。等式制約は連続体での力の釣り合い、応力不連続線での力の釣り合い、応力境界条件などを応力場が満足するために必要とされる。有限要素メッシュに対して、種々の目的関数の係数と等式制約を組み合わせ、各節点には非線形の形での降伏条件を課すと、下界定理の定式化は以下の非線形計画問題となる。

$$\begin{aligned} &\text{Maximize} && \mathbf{c}^{T}\sigma \\ &\text{subject to} && \mathbf{A}\sigma = \mathbf{b} \\ &&& f_i(\sigma) \leq 0 \quad i=\{1,\ldots,N\} \end{aligned} \tag{2}$$

ここに、**c**: 目的関数の係数ベクトル、σ: 未知数ベクトル（節点応力）、$\mathbf{c}^{T}\sigma$: 崩壊荷重、**A**: 等式制約の係数マトリックス、**b**: 係数ベクトル、f_i: 節点i での降伏関数、N: 節点の数。

静的可容応力場を構成する式(2)の解は、キューン・タッカーの最適化条件を用い、一連の非線形式を効率的に解くことによって求められる。この目的のために 2 段階の準ニュートン法を用いた。等価な線形計画問題と比較して、解の収束に関する反復が少なく、計算時間の短縮が大きく可能となっている。なお、非線形計画問題では降伏面を線形近似しておらず、幅広い凸型の降伏基準に対して容易に適用可能となる。下界解析の非線形アルゴリズムの詳細は Lyamin and Sloan[7]にゆずるものとする。

3. 2 上界定理の離散的定式化

各節点には、水平並びに鉛直変位速度uとvが節点変数として与えられる。また、要素変数としては要素内で一定な応力場$(\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy})$と一つの塑性定数速度が与えられる。そして、要素内の点において、変位速度は節点変位速度の線形結合として表すことができる。また、隣接した要素間のすべての境界面において、速度不連続線を生ずるこ

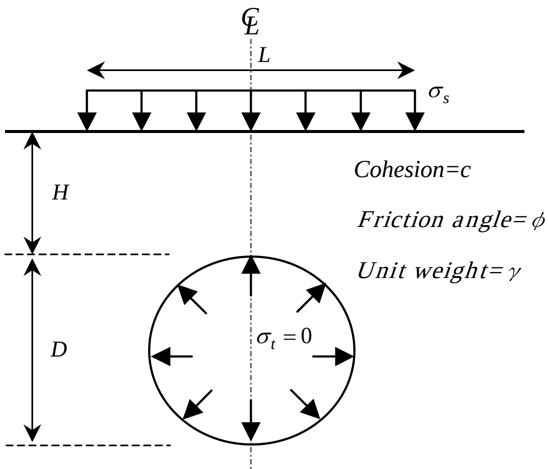


Fig. 1. Plain strain circular tunnel in cohesive frictional soil.

とが許されている（各速度不連続線は4つの節点で定義され、速度の不連続線を表すために4つの未知数を必要とする）。次に、数学的な最適化手法と関連して、動的可容速度場を満たすために、流れ則の制約が節点変位速度、塑性定数速度と要素応力に対して課される。加えて、塑性定数速度は非負であることと要素応力が降伏規準を満たさなければならないことも制約条件として課される。有限要素メッシュに対して、種々の目的関数の係数と制約を組み合わせると、上界定理の定式化は以下の非線形計画問題となる。

$$
\begin{aligned}
&\text{Minimize} && \sigma^{T}\mathbf{Bu}+\mathbf{c}_u^{T}\mathbf{u}+\mathbf{c}_d^{T}\mathbf{d} \quad \text{on} \ (\mathbf{u},\mathbf{d})\\
&\text{subject to} && \mathbf{A}_u\mathbf{u}+\mathbf{A}_d\mathbf{d}=\mathbf{b}\\
& && \mathbf{Bu}=\sum_{i=1}^{E}\lambda_i \nabla f_i(\sigma)\\
& && \lambda_i \geq 0 \quad i=\{1,\ldots,E\}\\
& && \lambda_i f_i(\sigma)=0 \quad i=\{1,\ldots,E\}\\
& && f_i(\sigma)\leq 0 \quad i=\{1,\ldots,E\}\\
& && \mathbf{d}\geq \mathbf{0}
\end{aligned}
\tag{3}
$$

ここに、**u**: 未知な節点変位速度の全体ベクトル、**d**: 未知な速度不連続線パラメータの全体ベクトル、σ: 未知な要素応力の全体ベクトル、$\mathbf{c}_u$: 節点変位速度に対する目的関数の係数ベクトル、$\mathbf{c}_d$: 速度不連続線パラメータに対する目的関数の係数ベクトル、**B**: 節点変位速度に作用する適合係数の全体マトリックス、$\mathbf{A}_u$: 節点変位速度に対する等式制約の係数マトリックス、$\mathbf{A}_d$: 速度不連続線パラメータに対する等式制約の係数マトリックス、**b**: 係数ベクトル、$\nabla=\{\partial/\partial\sigma_x,\partial/\partial\sigma_y,\partial/\partial\tau_{xy}\}^T$、$\lambda_i$: 要素 i に対する未知な塑性定数速度、f_i: 要素 i に対する降伏関数、E: 3角形要素の数。上式において、目的関数 $\sigma^{T}\mathbf{Bu}+\mathbf{c}_u^{T}\mathbf{u}+\mathbf{c}_d^{T}\mathbf{d}$ は全内部消散エネルギーに対応し、$\sigma^{T}\mathbf{Bu}$: 連続体での消散、$\mathbf{c}_u^{T}\mathbf{u}$: 固定境界でのトラクションまたは物体力による消散、$\mathbf{c}_d^{T}\mathbf{d}$: 速度不連続線における消散をそれぞれ表す。

キューン・タッカーの最適化条件を用いて、最適化問題は以下の形に書き直される。

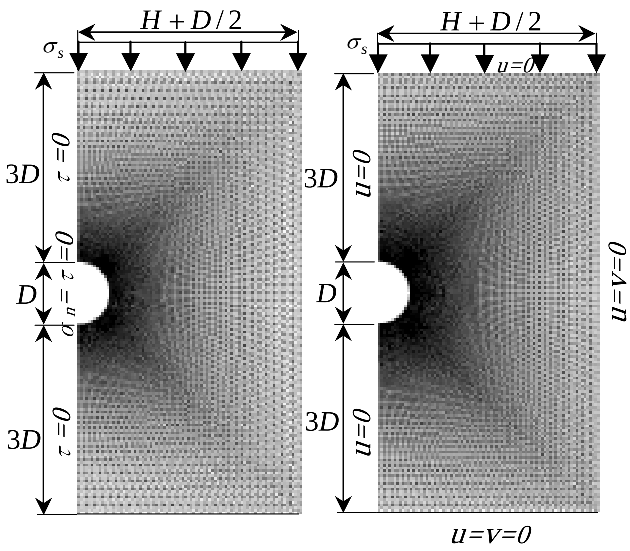
$$
\begin{aligned}
&\text{Maximize} && \sigma^{T}\mathbf{Bu}+\mathbf{c}_u^{T}\mathbf{u}+\mathbf{c}_d^{T}\mathbf{d} \quad \text{on} \ (\sigma)\\
&\text{Minimize} && \sigma^{T}\mathbf{Bu}+\mathbf{c}_u^{T}\mathbf{u}+\mathbf{c}_d^{T}\mathbf{d} \quad \text{on} \ (\mathbf{u},\mathbf{d})\\
&\text{subject to} && \mathbf{A}_u\mathbf{u}+\mathbf{A}_d\mathbf{d}=\mathbf{b}\\
& && f_i(\sigma)\leq 0 \quad i=\{1,\ldots,E\}\\
& && \mathbf{d}\geq \mathbf{0}
\end{aligned}
\tag{4}
$$

最終的な最適化問題は節点変位速度と要素応力のみで表され、塑性定数速度がもはや必要とされない。動的可容速度場を構成する式(4)の解は、キューン・タッカーの最適化条件を用い、一連の非線形式を効率的に解くことによって求められる。この目的のために下界解析と同様に、2段階の準ニュートン法を用いた。なお、上界解析の非線形アルゴリズムの詳細はLyamin and Sloan[8]にゆずるものとする。

4. 解析結果と考察

ここでは、土被りが浅いと考えられるH/D=1, 2, 3の地下空洞を有する砂質土地盤に対して、異なる断面形状の違いによる支持力特性と破壊メカニズムについて、主に考察を実施するものとする。Figs. 2(a), (b)には円形空洞（*H/D*=3, rough interface）に対する下界並びに上界解析用有限要素half meshの一例を示す。rough interfaceのため、(b)の荷重と地盤との境界面においては水平変位速度が u=0となる。smooth interfaceの場合、(a)の荷重と地盤との境界面においてせん断応力が τ=0となる。下界メッシュは20,000個の3角形要素、29,850個の応力不連続線からなる。一方、上界メッシュは28,800個の3角形要素、43,020個の速度不連続線から構成されている。Fig. 2(a)ではメッシュの下と右側の境界において、地盤を半無限体としてシミュレートするための拡張要素がついていない。ただし、解析においては拡張要素も考慮し、解析を実施した。また、破壊メカニズムを解析領域内において捉えることができる載荷幅 $L=2H+D$ をもって、載荷幅 L を無限大と見なした。本研究では、降伏規準にモール・クーロンの降伏規準を用いた。モール・クーロン降伏曲面での角部においては，微分の不連続性による数値解析上の不都合が生じるため，モール・クーロン降伏曲面での角部を丸めた降伏規準を採用した[9]。できるだけ解の精度を上げるために、空洞周辺部においては十分にメッシュを細かくすることも実施した。

Figs. 3～20には楕円形、扁平形、円形、小さい馬蹄形、大きな馬蹄形並びに矩形断面の空洞を有する砂質土地盤に対して、(Ⅰ) *H/D*=1, ϕ=35°, $\gamma D/c=1$, (Ⅱ) *H/D*=2, ϕ=20°, $\gamma D/c=1$, (Ⅲ) *H/D*=2, ϕ=35°, $\gamma D/c=1$ の3ケースに対する(a) 下界解析からの塑性領域とその下界値並びに、(b) 上界解析からの内部消散とその上界値を示す。上下界値は無次元化したパラメータ σ_s/c の形で表した。地盤のinterfaceはすべてroughである。(a)において塑性領域は黄緑、(b)において内部消散の大きさは赤から青へのコントラストで示した。なお、左右対称であるため、half meshでの結果を表し、それぞれの全断面積をTable 1に示す。全断面積はTable 1で示されるように、正方形、大きな馬蹄形、円形、小さい馬蹄形、扁平形、矩形、楕円



(a) lower bound mesh　　(b) upper bound mesh

Fig. 2. Typical finite element meshes for circular tunnel (*H/D*=3, rough interface).

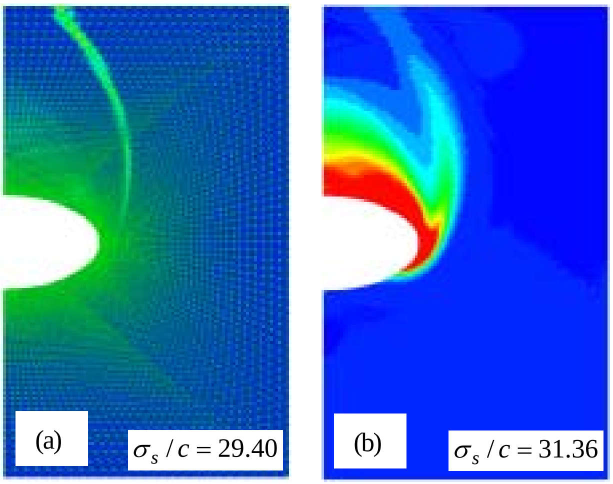


Fig. 3. Plastic zones and power dissipations for ellipse tunnel (H/D=1, ϕ=35°, $\gamma D/c$=1, rough interface).

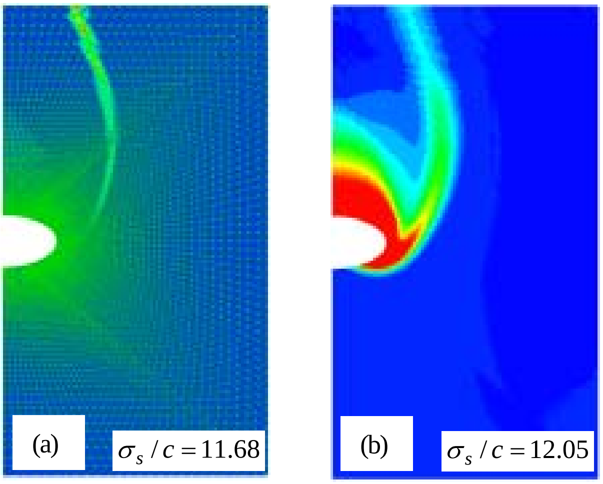


Fig. 4. Plastic zones and power dissipations for ellipse tunnel (H/D=2, ϕ=20°, $\gamma D/c$=1, rough interface).

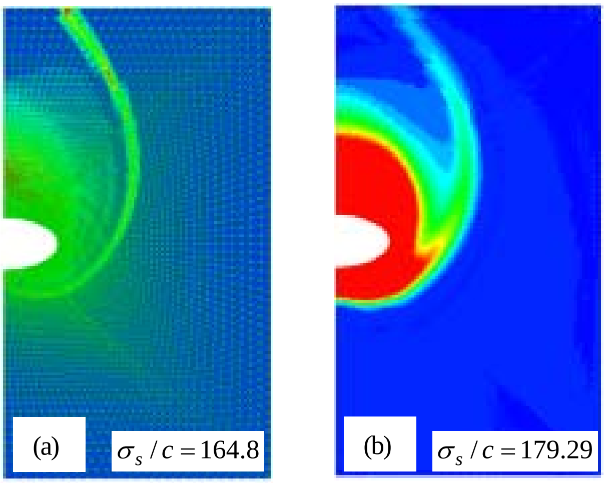


Fig. 5. Plastic zones and power dissipations for ellipse tunnel (H/D=2, ϕ=35°, $\gamma D/c$=1, rough interface).

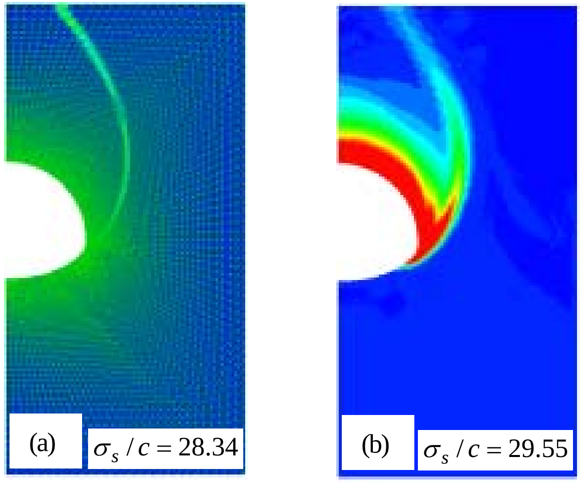


Fig. 6. Plastic zones and power dissipations for flat tunnel (H/D=1, ϕ=35°, $\gamma D/c$=1, rough interface).

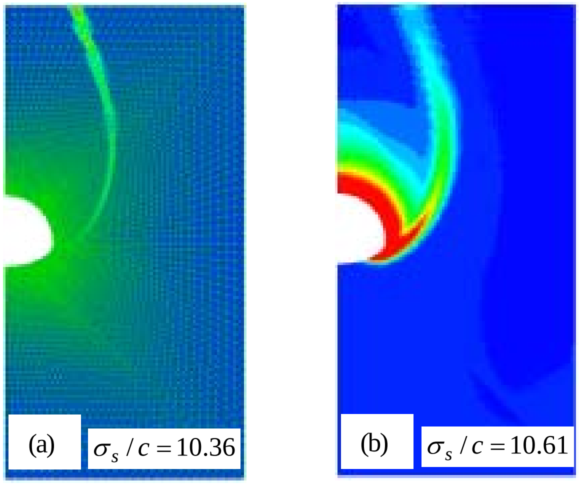


Fig. 7. Plastic zones and power dissipations for flat tunnel (H/D=2 ϕ=20°, $\gamma D/c$=1, rough interface).

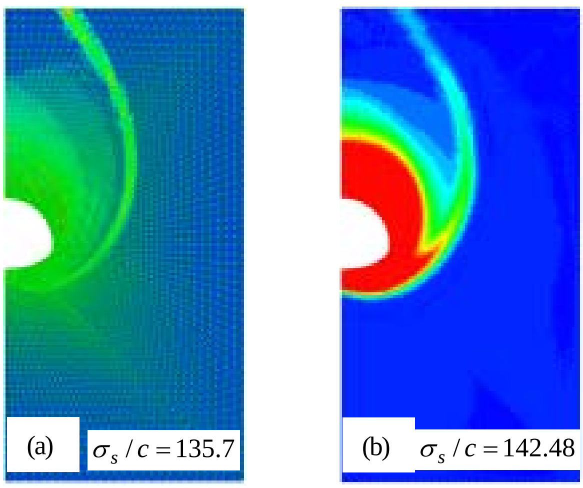


Fig. 8. Plastic zones and power dissipations for flat tunnel (H/D=2, ϕ=35°, $\gamma D/c$=1, rough interface).

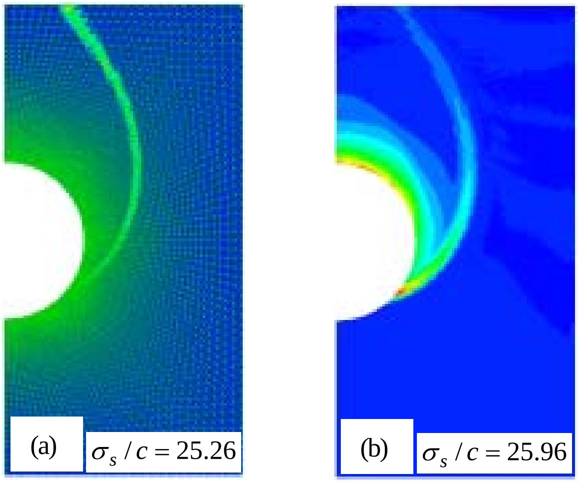


Fig. 9. Plastic zones and power dissipations for circular tunnel (H/D=1, ϕ=35°, $\gamma D/c$=1, rough interface).

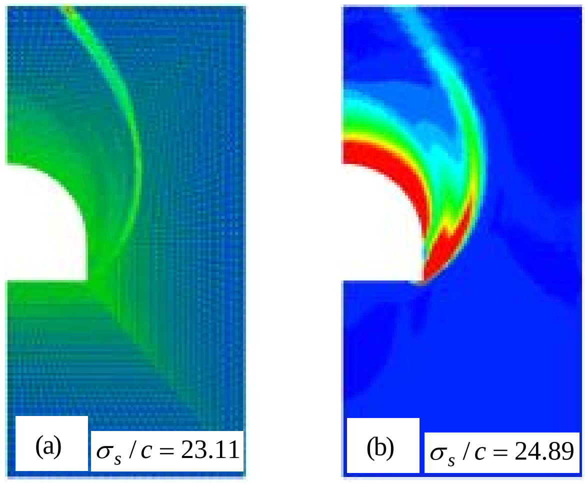


Fig. 12. Plastic zones and power dissipations for small horseshoe tunnel (H/D=1, ϕ=35°, $\gamma D/c$=1, rough interface).

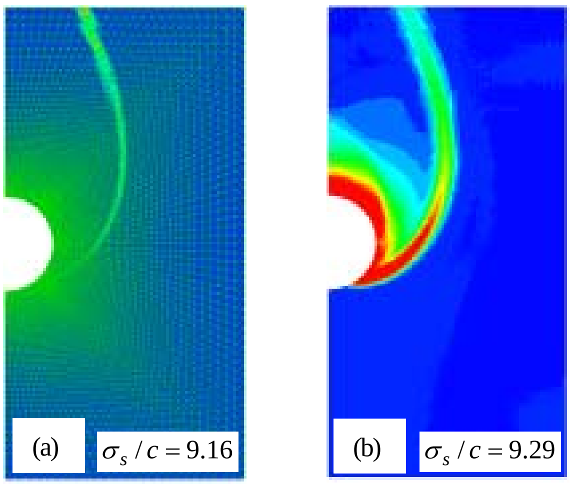


Fig. 10. Plastic zones and power dissipations for circular tunnel (H/D=2, ϕ=20°, $\gamma D/c$=1, rough interface).

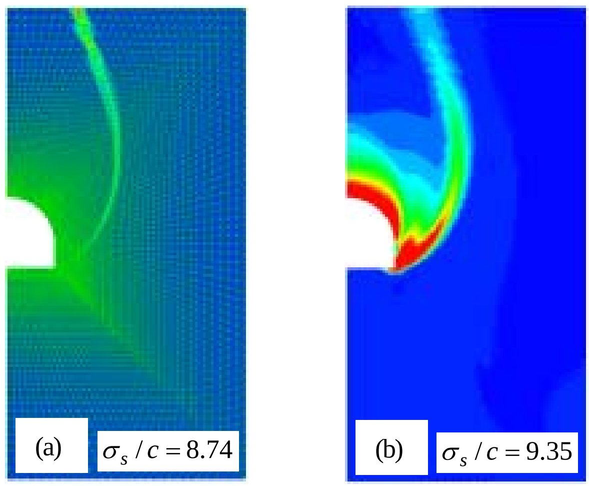


Fig. 13. Plastic zones and power dissipations for small horseshoe tunnel (H/D=2, ϕ=20°, $\gamma D/c$=1, rough interface).

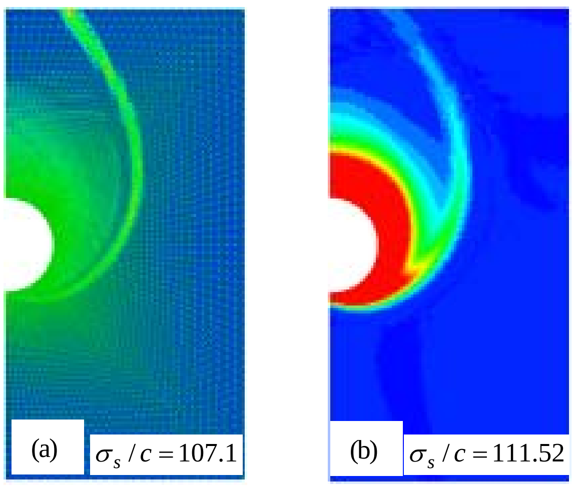


Fig. 11. Plastic zones and power dissipations for circular tunnel (H/D=2, ϕ=35°, $\gamma D/c$=1, rough interface).

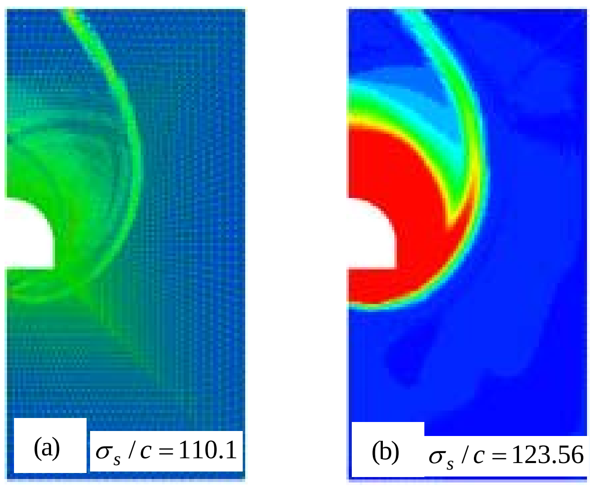


Fig. 14. Plastic zones and power dissipations for small horseshoe tunnel (H/D=2, ϕ=35°, $\gamma D/c$=1, rough interface).

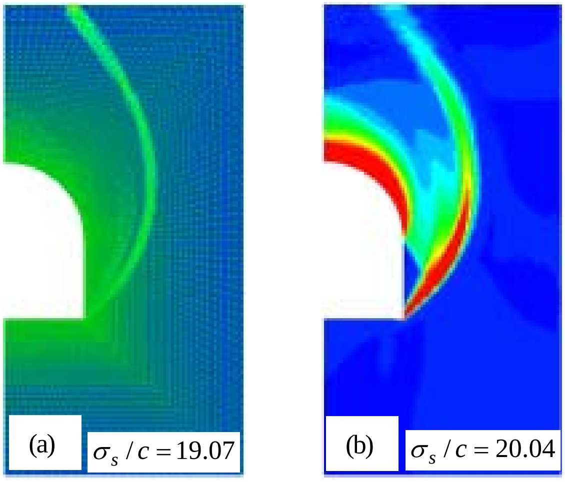


Fig. 15. Plastic zones and power dissipations for large horseshoe tunnel (H/D=1, ϕ=35°, $\gamma D/c$=1, rough interface).

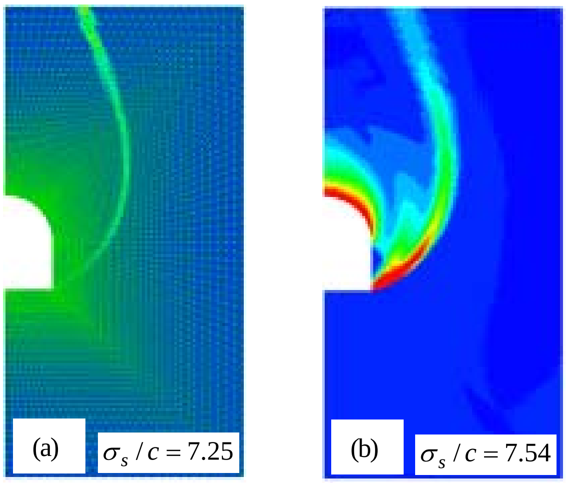


Fig. 16. Plastic zones and power dissipations for large horseshoe tunnel (H/D=2, ϕ=20°, $\gamma D/c$=1, rough interface).

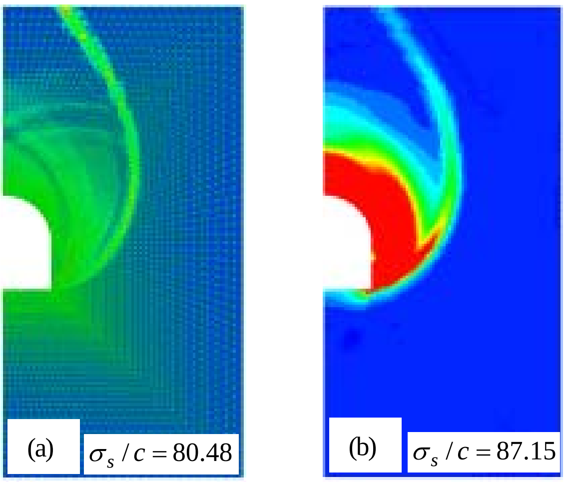


Fig. 17. Plastic zones and power dissipations for large horseshoe tunnel (H/D=2, ϕ=35°, $\gamma D/c$=1, rough interface).

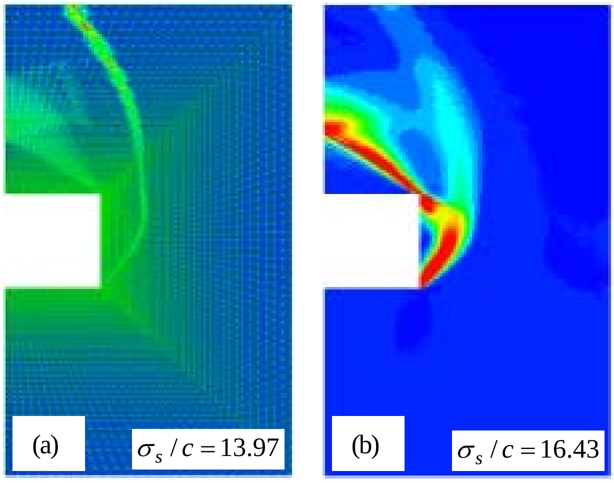


Fig. 18. Plastic zones and power dissipations for rectangular tunnel (H/D=1, ϕ=35°, $\gamma D/c$=1, rough interface).

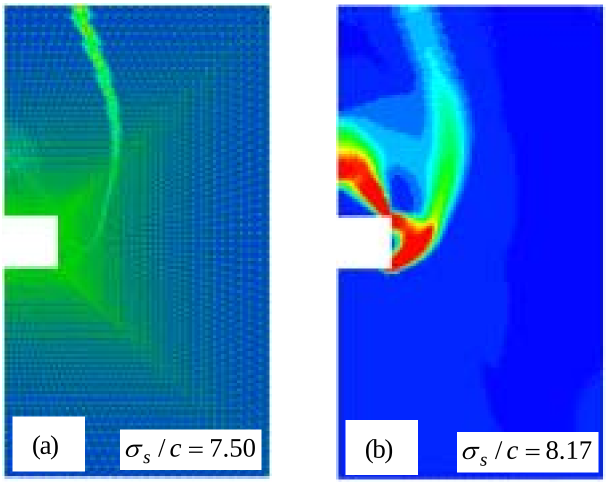


Fig. 19. Plastic zones and power dissipations for rectangular tunnel (H/D=2, ϕ=20°, $\gamma D/c$=1, rough interface).

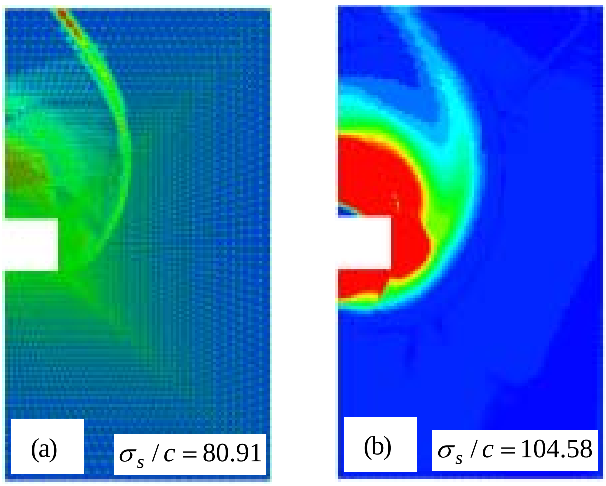


Fig. 20. Plastic zones and power dissipations for rectangular tunnel (H/D=2, ϕ=35°, $\gamma D/c$=1, rough interface).

Table 1. Areas of various cross sections.

ellipse	rectan-gular	flat	small horse-shoe	circle	large horse-shoe	square
6.3 (0.50)	8.0 (0.63)	9.4 (0.75)	10.3 (0.82)	12.6 (1.00)	14.3 (1.13)	16.0 (1.27)

形断面の順に小さくなることがわかる。表中の()内の数字は、円形断面積を 1.00 とした時の断面積比を示す。Figs. 3〜20 で示されているように、扁平形断面では上半部が円形、下半部が楕円形、馬蹄形断面では上半部が円形、下半部が矩形となっている。また、大きな馬蹄形断面では小さい馬蹄形断面と比べて、下半部の矩形断面積が 2 倍となっている。まず全体を見ると、(a)と(b)が良い対応を示していることがわかる。*H/D*=1 のケースである Fig. 3 を見ると、すべり面が空洞右端の下方から生じ、ϕ が大きいためにカーブして地表面に到達していることがわかる。Fig. 4 は *H/D*=2 のケースであるが、ϕ が小さいために空洞右端の下方から生じたすべり面がほぼ真っすぐに地表面へと伸びている。土被りは Fig. 3 の 2 倍となっているが、ϕ が小さいために上下界値は Fig. 3 の半分以下となった。Fig. 5 では Fig. 4 に比べて ϕ が大きくなるため、すべり面が空洞直下からも顕著に生じ、大きくカーブしながら地表面に達している。そして、上下界値も Figs. 3, 4 に比べてかなり大きくなることがわかる。なお、ここでは省略したが $\gamma D/c$ が大きくなると、支持力、破壊メカニズムともに顕著に小さくなることも観察された。

Figs. 3〜14 においては、アーチ効果が生じやすく断面形状に大きな特異点が見られない類似の断面形状のために、塑性領域と内部消散ともに空洞周辺部からほぼ一様に発生しており、大きな差異は見られなかった。詳細に見ると、Figs. 12(b), 13(b)の空洞の右側側壁において内部消散の発生の仕方が一様でないことも観察された。支持力の観点からは円形断面と比較して、ほぼ等しいかそれ以上の支持力が得られた。また、現状の解析手法においてはダイレイタンシーなどの影響が原因で、ϕ が大きい場合に下界値と上界値による正解値に対する精度の良い挟み撃ちは容易ではない。よって、下界値と上界値の誤差に関する評価式として、本研究においては以下の式(5)を用いた。誤差の原因としては静的可容応力場と動的可容速度場の設定方法、最適化手法並びに非線形アルゴリズムなどが考えられる。

$$\pm Error(\%) = \pm 100 \times (UB - LB)/(UB + LB) \tag{5}$$

Figs. 3〜14 において、上下界値の誤差は土被りが大きく、ϕ が大きいケースで最大となり、Figs. 5, 8, 11, 14 においてはそれぞれ 4.2, 2.4, 2.0, 5.8%となった。ゆえに、比較的精度良く挟み撃ちにすることができたと考えられる。支持力的な観点からは、一般的な断面である円形断面との比較を通しても、楕円形、扁平形、小さい馬蹄形断面が効果的だと考えられる。また、それらは円形断面に比して断面積は小さくなっている。

一方、Figs. 15〜20 においては特異点が見られる断面形状のために、塑性領域と内部消散の空洞周辺部からの発生の仕方が一様とならないことがわかる。特に、Figs. 15(b), 16(b)で示される空洞の右側側壁、Figs. 18(b), 19(b)で示される空洞の上方と右側において内部消散が生じていない領域が見られた。さらに、これまでのケースと比較して極限支持力が大きく減少することもわかる。Fig. 17 で示される大きな馬蹄形断面の上下界値は、Fig. 5 で示される楕円形断面のそれらと比較して、半分以下となった。ただし、断面積は大きな馬蹄形断面の方が楕円形断面と比べて、約 2.3 倍大きい。また、上下界値の誤差は *H/D* と ϕ が大きいケースである Figs. 17, 20 においてそれぞれ 4.0, 12.8%となった。なお、ここでは正方形断面に対しての解析結果を省略したが、正方形断面においては矩形断面よりも特異点を有する断面形状がより顕著で、塑性領域と内部消散ともに空洞周辺部からの発生状況がより一様ではないことも観察された[6]。なお、正方形断面では大きな馬蹄形や矩形断面と比較しても、極限支持力が大きく減少する傾向を示した。これらの傾向は後で示す設計チャートにおいても確認できる。

Figs. 21〜27 には楕円形、扁平形、円形、小さい馬蹄形、大きな馬蹄形、矩形、正方形断面を有する空洞に対して、荷重と地盤との境界面の影響を考慮した、ϕ = 20, 35°における無次元化した極限支持力 σ_s/c と *H/D* との関係を示す。図中において、LB は下界値、UB は上界値を示し、$\gamma D/c$ が大きくなるほど、すなわち地盤が軟弱になるほど極限支持力が小さくなる傾向を示すことがわかる。すべてのケースにおいて、正解値は下界値と上界値とで挟み撃ちにされている。これらを見ると、ϕ が小さく $\gamma D/c$ が大きい特定のケースを除いて、*H/D* の増加とともに極限支持力が増加する傾向を示すこともわかる。また、Figs. 25(a), 26(a), 27(a)では $\gamma D/c = 3$, *H/D*=3 のケースにおいて実行可能解が求まらなかったことがわかる。これらは空洞が崩壊したためである。さらに、Figs. 23(a)〜27(a)では σ_s/c が負になる場合が見られた。この時は引張応力が作用しており、空洞内部の圧力などによる上向きの破壊現象を表すことができるために考慮している。よって、上載圧としての荷重が引き起こすものではなく、本研究においては対象外となる。

一般的に、下界値と上界値の誤差はチャートからも明らかなように ϕ, $\gamma D/c$ あるいは *H/D* が増加するにつれて大きくなる傾向が見られた。空洞の断面形状の違いについて考察すると、特に扁平と円形断面においては ϕ と *H/D* が大きいケースですら、誤差が約 5%台となり精度良く挟み撃ちにすることができた。一方、矩形と正方形断面においては ϕ=35°, *H/D*=3 のケースの時に誤差が 20%台にもなった。よって、誤差が大きいケースにおいても上下界値が得られているため、ベンチマーク的な解となりうるが、上下界値の平均値などを用いる場合には注意が必要となる。また、特異点を有する断面形状の時には、特異点周辺でのメッシュの作成方法などの問題もあり、誤差が増大する傾向がある考えられる。

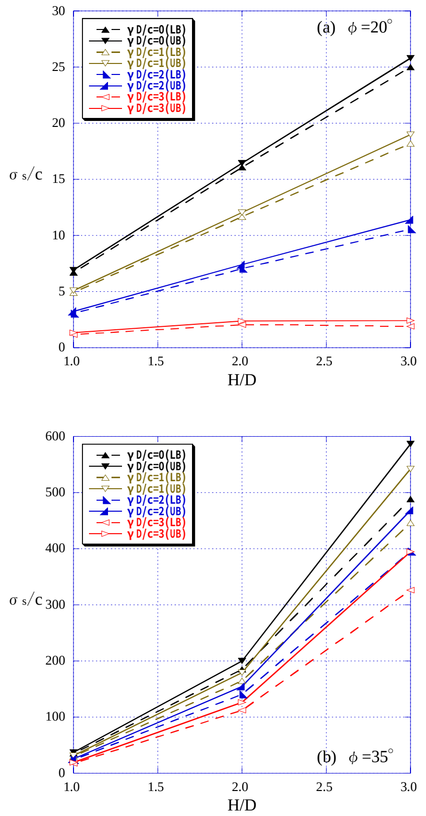


Fig. 21. Stability bounds for ellipse tunnel (ϕ=20, 35° , rough interface).

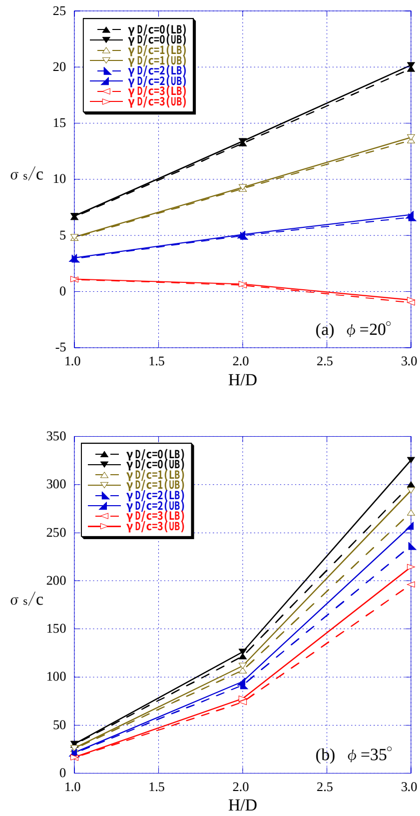


Fig. 23. Stability bounds for circular tunnel (ϕ=20, 35° , rough interface).

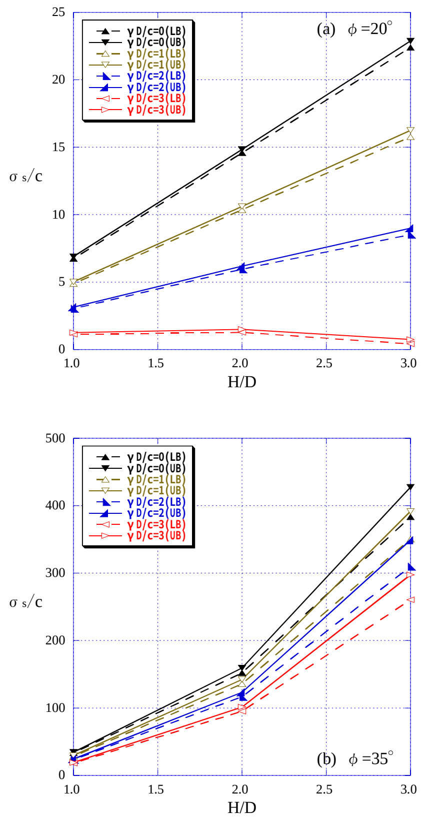


Fig. 22. Stability bounds for flat tunnel (ϕ=20, 35° , rough interface).

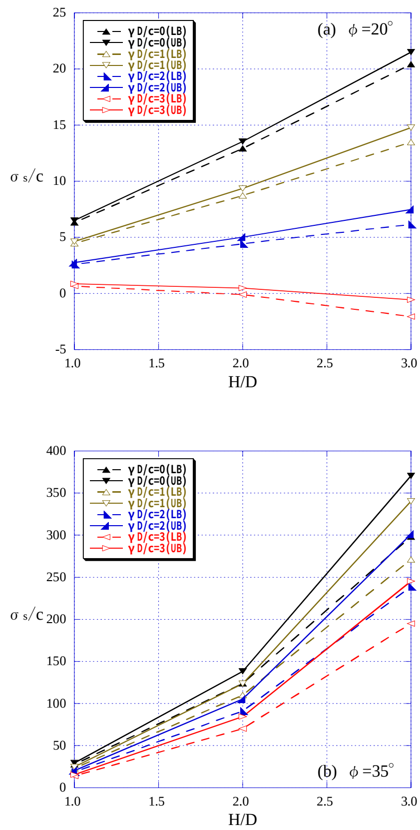


Fig. 24. Stability bounds for small horseshoe tunnel (ϕ=20, 35° , rough interface).

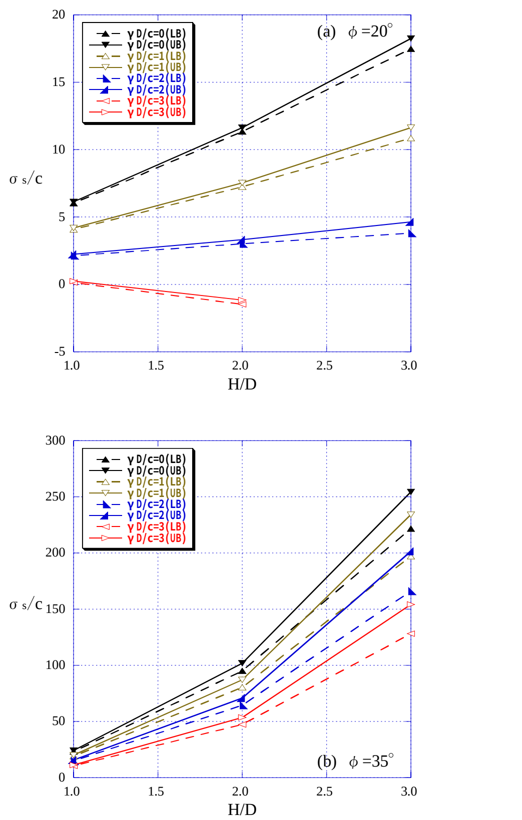


Fig. 25. Stability bounds for large horseshoe tunnel (ϕ=20, 35° , rough interface).

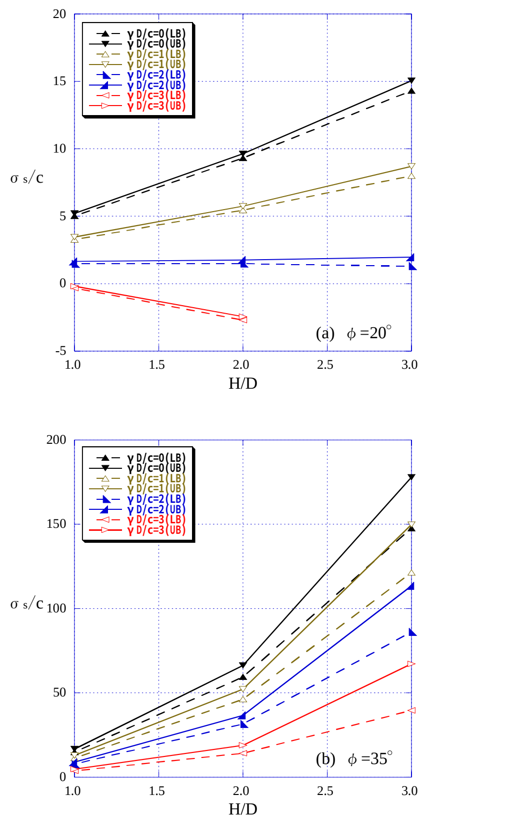


Fig. 27. Stability bounds for square tunnel (ϕ=20, 35° , rough interface).

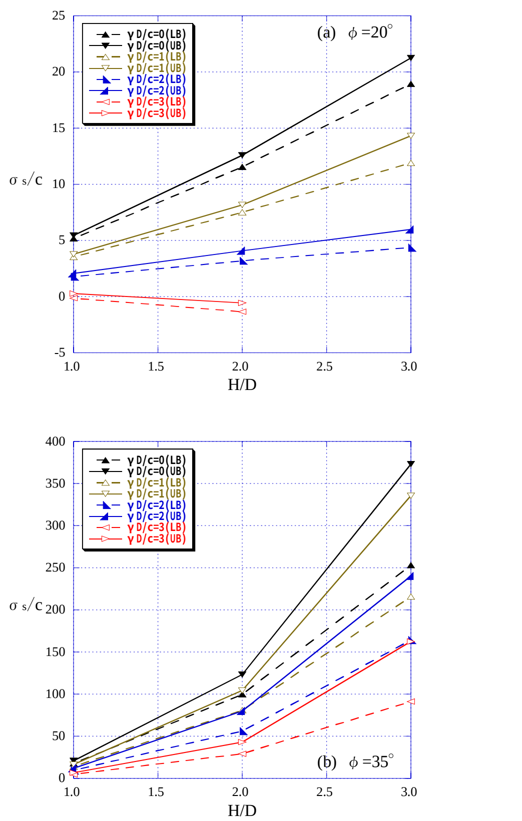


Fig. 26. Stability bounds for rectangular tunnel (ϕ=20, 35° , rough interface).

5. 結論

本論文では地盤の極限状態に焦点を絞り、地下空洞の断面形状の違いによる支持力特性と破壊メカニズムを数値シミュレーションにより求めることを目的に、排水条件下での種々の地下空洞を有する砂質土地盤に対して数値極限解析を適用した。そして、解析結果である上下界値は実務に対しても有用となるように、設計チャートの形で示した。さらに、塑性領域と内部消散をビジュアル的に図化した。本論文から得られた主な結論は以下の通りである。

1) 一般的な断面である円形断面との比較を通して、支持力的な観点からは楕円形、扁平形、小さい馬蹄形断面が効果的であることがわかった。また、楕円形断面は最も支持力が大きくなったが、その断面積は円形断面積の半分であった。よって、水平方向と比較して、鉛直方向に大きさを求めない断面ならば、支持力の観点からは楕円形断面が有効であると考えられる。なお、矩形断面は円形断面と比べて、断面積が小さいにも関わらず、得られる極限支持力も特異点を有する断面のために顕著に小さくなることがわかった。
2) 楕円形、扁平形、円形、小さい馬蹄形断面では、空洞周辺部からの塑性領域と内部消散の発生状況がほぼ一様であることがわかった。一方、大きな馬蹄形、矩形、正方形断面においてはそれらの断面形状のために、塑性領域と内部消散の空洞周辺部からの発生状況が

一様ではなかった。また、それらの発生状況が一様ではなくなることにより、極限支持力の値も減少すると考えられる。

3) 下界値と上界値の誤差は、一般的に$\gamma D/c$と*H/D*あるいはϕが増加するにつれて大きくなる傾向を示した。また、矩形と正方形断面では特異点を有する断面形状のために誤差が大きくなる傾向を示した。矩形と正方形断面を除く、その他の断面形状では*H/D*= 3のケースでの最大の誤差も約10%以内であった。

4) 砂質土地盤においてはϕが大きくなると、ダイレイタンシーなどの影響を受け、解の収束が悪くなり、計算時間が長くなる傾向が見られた。

参考文献

1) Atkinson, J. H. and Cairncross, A. M.: Collapse of a shallow tunnel in a Mohr-Coulomb material, In A. C. Palmer (ed.), *Role of plasticity in soil mechanics*, Cambridge, pp.202-206, 1973.
2) Atkinson, J. H. and Potts, D. M.: Stability of a shallow circular tunnel in cohesionless soil, *Geotechnique*, 27(2), pp.203-215, 1977.
3) Davis, E. H., Gunn, M. J., Mair, R. J. and Seneviratne, H. N.: The stability of shallow tunnels and underground openings in cohesive material, *Geotechnique*, 30(4), pp.397-416, 1980.
4) Sloan, S. W. and Assadi, A.: Stability of shallow tunnels in soft ground, In G. T. Houlsby and A. N. Schofield (eds.), *Predictive soil mechanics*, Thomas Telford, London, pp.644-663, 1992.
5) Lyamin, A. V. and Sloan, S. W.: Stability of a plane strain circular tunnel in a cohesive-frictional soil, In D. W. Smith and J. P. Carter (eds.), *Developments in theoretical geomechanics*, Balkema, Rotterdam, pp.139-153, 2000.
6) 山本健太郎, Lyamin, A. V., Sloan, S. W. and Abbo, A. J.: 地下空洞を有する砂質土地盤の極限解析, 応用力学論文集 Vol.9, pp.395-406, 2006.
7) Lyamin, A. V. and Sloan, S. W.: Lower bound limit analysis using non-linear programming, *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, 55, 573-611, 2002.
8) Lyamin, A. V. and Sloan, S. W.: Upper bound limit analysis using linear finite elements and non-linear programming, *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.*, 26(2), 181-216, 2002.
9) Abbo, A. J. and Sloan, S. W.: A smooth hyperbolic approximation to the Mohr-Coulomb yield criterion, *Comput. Struc.*, 54(3), pp.427-441, 1995.

（2007年9月18日受付）