実用的評価法による地震時損傷確率分布の推定精度 ～被災した地中構造物での検証事例～

Accuracy of probability distribution of seismic fragility with practical estimation method for fundamental statistics
～ Verification in case of the siverely damaged in-ground structure during the Grate Hanshin Earthquake ～

松本敏克*，大鳥靖樹**，澤田純男***，坂田　勉****，渡邊英一*****
Toshikatsu MATSUMOTO，Yasuki OOTORI，Sumio SAWADA，Tsutomu SAKATA，Eiichi WATANABE

* 工博，(株)ニュージェック，技術開発グループ（〒531-0074 大阪市北区本庄東 2-3-20）
** 工博，(財)電力中央研究所，地震工学領域（〒270-1194 千葉県我孫子市我孫子 1646）
*** 工博，京都大学教授，防災研究所（〒611-0011 京都府宇治市五ヶ庄）
**** (株)ニュージェック，技術開発グループ（〒531-0074 大阪市北区本庄東 2-3-20）
***** Ph.D.，工博，京都大学名誉教授，(財)大阪地域計画研究所（〒561-0384 大阪府豊中市庄内栄町 2-21-1）

A practical estimation method with fundamental statistics is discussed in this paper, where First Order 2nd Moment Method (FOSM) is applied to estimation for probability distribution of seismic fragility of the in-ground structures. First, As a case study, accurate earthquake response analysis is carried out for Daikai Station severely damaged during the Great Hanshin Earthquake (1995), which is able to consider interaction effect and non-linear behavior of Soil-Structure Interaction-system. Monte Carlo simulation (MCS) is carried out in the same way as numerical experiments. Several estimation techniques are tried to approximate the result of MSC. As a result, it is found that a practical method is useful to estimate the variation of seismic response of in-ground RC structure, even if non-linear response of it was considered.

Key Words: In-ground structures, Seismic performance, Non-linear analysis, Monte Carlo simulation, FOSM
キーワード： 地中構造物，耐震性能，非線形解析，モンテカルロ解析，FOSM

1. はじめに

最近，構造物の耐震性に関わるリスク評価や信頼性設計が現実的な問題として採り上げられるようになり，地中構造物の耐震設計においても従来的な解析手法を用いて確率的評価が試みられている [1)~3)]．一方，最近では，新しい耐震設計の動向を反映して，地盤および構造物の非線形性を考慮し，時間領域での地震応答解析が前提となりつつあるが [4), 5)]，そのような非線形問題の系のばらつきに対する確率的手法としては，モンテカルロ・シミュレーション（以下，モンテカルロ解析）の適用が望まれるところではある．しかし，解析容量，解析時間や解の安定性等の問題により，非線形地震応答解析を用いたモンテカルロ解析の適用は困難であり，現実には敬遠されてきた [6)]．

このような問題に対する現実的な取り組みとしては，非線形地盤応答解析手法と構造物の簡易応答評価モデルの組合せに対してモンテカルロ解析を適用する方法 [7)]，実務にて要求される構造解析の精度を確保するも数少ない演算により効率的に応答の確率分布を推定する方法等が採用されている [8)]．とくに後者の手法は，非線形

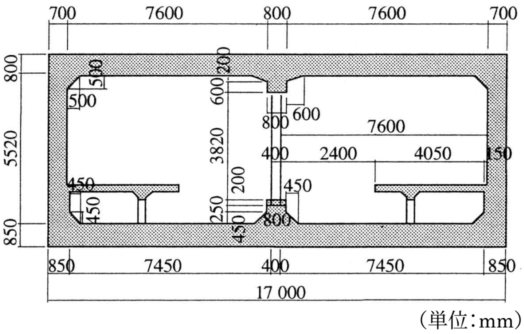

図-1　対象構造物の概要図（大開駅）

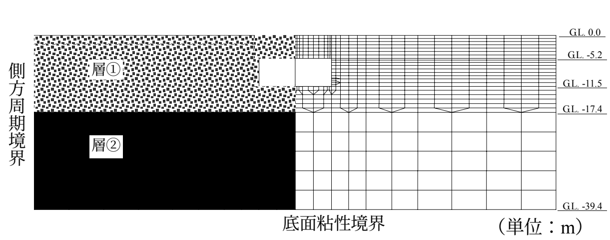

図-2　解析モデル図

応答の影響を考慮しているが，1 次近似 2 次モーメント法（以下，FOSM 法）による評価を基本としており，実

表-1　中柱の構造諸元

寸法	B0.4m×D1.0m×H3.82m
引張鉄筋量 （引張鉄筋比）	8860mm^2 （2.6%）
せん断補強筋量 （せん断補強筋比）	450mm^2 （0.13%）
コンクリート圧縮強度 （設計基準強度）	38.7N/mm^2 （24.5N/mm^2）
鉄筋降伏強度 （許容応力度）	318N/mm^2 （143N/mm^2）

表-2　モデル地点の地盤の初期物性

地層区分	深度（GL.m）	単位体積重量γ（kN/m^3）	せん断波速度 Vs（m/sec）	せん断弾性係数 G_0（N/mm^2）	ポアソン比 ν
層①	17.4	19.0	200	77.0	0.494
層②	39.4	20.0	330	222.0	0.487
基盤	―	21.0	500	535.0	0.470

務での解析手法をそのまま適用できるため，既往設計法との整合の点で非常に有用である．

FOSM 法は一般的な確率評価手法であり，線形系の場合の適用性については十分に確認されている．しかし，著しい非線形性を有する系への適用に関しては工夫を要する．箱型地中構造物の耐震設計への適用に関しては，基礎岩盤や斜面の地震時安定性評価における等価線形解析に基づく研究成果や [9]，非線形応答の高次近似の適用性検討 [8]等を根拠に一応の適用性は確認されてはいるものの，想定する確率分布形状については，課題が残されており，これらに対する検証が必要と考えられる．

そこで，本論では，FOSM 法に基づく実用的評価法を用いて推定した地中構造物の地震時応答に関する確率分布の精度を把握することを目的として，地盤・構造物連成系の非線形地震応答解析を用いたモンテカルロ解析を数値実験と位置づけ，著しい非線形性を有する系の応答の確率分布を解析するとともに，実用的評価法を用いて推定した確率分布との比較検討により，推定精度の分析を行った．

2. 地震応答解析の概要 [6]

強震動が作用した場合の大ひずみ・大変形領域での構造物の動的挙動を把握するために，兵庫県南部地震により大きな被害を受けた神戸高速鉄道の大開駅を対象とした地震応答解析を実施する（図-1,2 参照）．当該施設は強震動を受けて構造物が崩壊した唯一の地中構造物の事例であるとされている [10]．このような事例に着目したケース・スタディーは，固有の特性はあるにせよ，現実的な議論が可能である点で有用な検討と考えられる．

この構造物は，1 層の 2 連ボックスラーメン構造であり，約 5m の土被りを有している．中柱の曲げせん断破壊により構造系全体の崩壊に至ったとされている [10), 11)]．

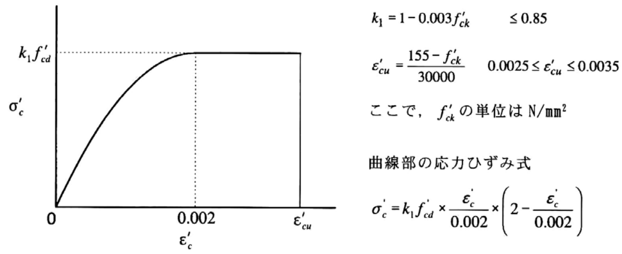

図-3　コンクリートの応力ーひずみ曲線 [12)]

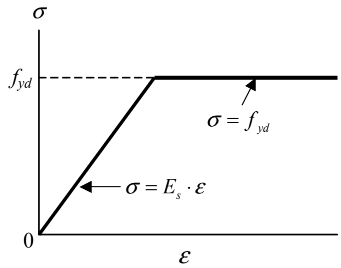

図-4　鉄筋の応力ーひずみ曲線 [12)]

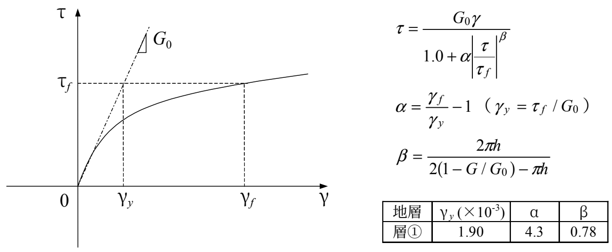

図-5　地盤の復元力特性（R－O モデル）

2.1　解析条件

地盤・構造物の動的な相互作用を考慮するために，2 次元 FEM モデルを用いて地盤・構造物連成系としてモデル化した．すなわち，地盤を平面ひずみ要素，構造物をファイバー要素でモデル化した．図-2 に解析モデルを示す．そして，地盤および構造部材の非線形性を考慮して，時間領域での地震応答解析を実施した．解析条件の詳細は以下のとおりである．

(1) 構造条件

中柱の諸元を表-1 に示す．RC 部材の材料特性は，コンクリート標準示方書［構造性能照査編］[12)]の鉄筋およびコンクリートの応力ーひずみ曲線を用いた．なお，側壁のホーム下・中柱上下端部の断面急拡大部分は，密な配筋状況や実損傷状態も勘案して，弾性要素として扱った．また，隅角部には剛域を設けた．

(2) 地盤条件

地盤は簡単のために 2 層地盤とした．速度構造や物性は既往の研究 [11)]を基に設定した．地盤の初期物性を表-2 に示す．基本的には弾性波探査結果に基づいて平均化したものである．Vs =330m/sec の層②については線形弾性体としてモデル化した．Vs =200m/sec の層①については，非線形性を考慮するものとし，R－O モデルにより表現した．また，GL-39.4m 以深にせん断波速度 Vs =500m/sec

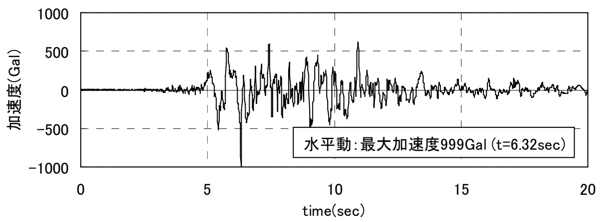

図-6　入力地震動の時刻歴波形[13)]

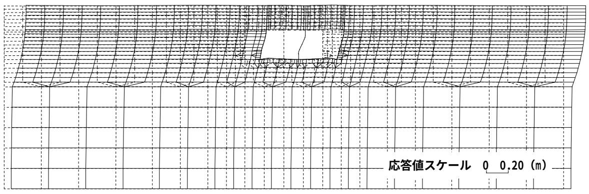

図-7　最大変形図

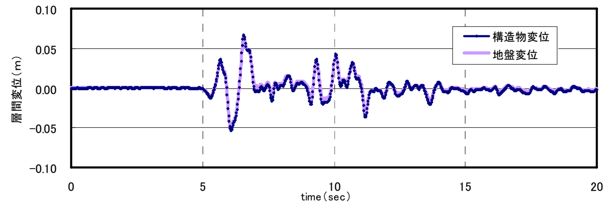

図-8　地盤および構造物の変形量の時刻歴

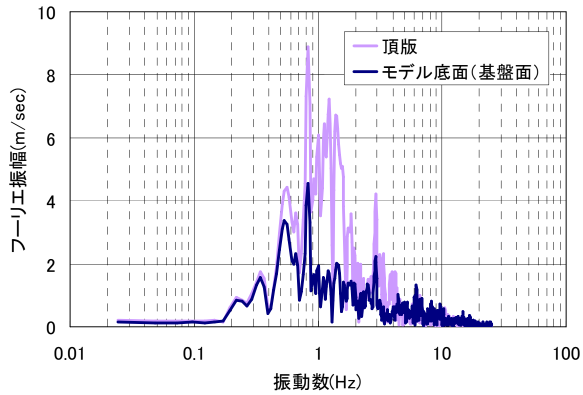

図-9　連成系の増幅特性（フーリエスペクトル）

程度の洪積層が存在し，これを基盤と考えモデル底面とした．境界条件は粘性境界としている．側方境界については周期境界を用いた．構造物が埋設されている層①の応答のひずみレベルは2～3%程度と大きく，履歴減衰も大きいので，周期境界上で反射する水平動は減衰して系の応答に与える影響は小さいと考えられる．また，解析的にもその状況を確認している．なお，地盤と構造物の境界面については，滑り・剥離の影響は考慮していない．

(3) 入力条件

入力地震動は，大開地点の基盤条件を考慮して，洪積層における地中の地震波に相当すると考えられるポートアイランドの GL-83.0m における観測波に基づく地震動を用いた．観測地点の地盤表層部の非線形化の影響を考慮して，時間領域にて上昇波 E・下降波 F の分離処理がされている[13)]．図-6 に露頭波としての加速度波形（2E 波）を示す．これを底面粘性境界を介して入力した．

2.2　地盤および構造物の変形状況

図-7 は最大変形図である．1次のせん断変形モードが卓越しており，表層地盤が大きく変形し，自由地盤での地表面変位は 0.2m 程度となっている．図-8 は，構造物の頂底版間の層間変形量と同一深度の自由地盤変形量の時刻歴であるが，これらはほぼ一致している．構造物の変形が地盤変形に追随している様子が窺える．

図-9 は構造物頂版および解析モデル底面の応答加速度のフーリエスペクトルを示している．非線形解析であるが故に系の伝達関数が陽には得られないが，両フーリエスペクトルを比較することにより，この系の増幅特性をおおよそ把握することができる．これによれば，構造物頂版のスペクトルは，モデル底面（基盤面）におけるスペクトルを包絡し，1Hz 前後の卓越する周波数帯での基盤面に対する頂版の増幅率も 2～4 程度と大きいので，当該構造物はほぼ共振状態にあると考えられる．

2.3　構造物の損傷状況

図-8 によると，構造物の層間変位の最大値は 0.067m である．構造物高さで除して層間変形角として表すと 0.011 である．層間変形角が 0.003 程度で中柱が鉄筋降伏しており，塑性率は 3 程度となっている．損傷が進んだ状態にあると解釈できる．また，建築物の指針[14)]や原子力設備の地中 RC 構造物の指針[4)]では，条件にもよるが，層構造形式の構造物の限界変形角は，0.01～0.02 程度であることから，限界状態に近いことがわかる．

図-10 は部材の鉄筋降伏の状況を示している．水平部材と鉛直部材が接合するすべての隅角部で鉄筋が降伏し塑性ヒンジが形成されており，多くの箇所で曲げ耐力を超えている．構造系全体としての残存剛性は小さくなっており，図-7,8 に示したように，構造物の変形が地盤変形に追随することを裏付ける結果となった．図-11 は発生せん断力に対してせん断耐力が不足する箇所を示している．中柱の上下端部がそれに該当している．なお，曲げ耐力は，コンクリートの圧縮縁ひずみが 3500 μ となる耐力，せん断耐力はコンクリート標準示方書［構造性能照査編］[12)]の耐力式により定義した．

以上より，中柱は曲げおよびせん断の両方の破壊基準を超えており，曲げせん断破壊に至る可能性があることが確認された．

2.4　解析モデルの妥当性

簡単な 2 層構造の地盤とした解析モデルではあるが，構造物の損傷状況は大開駅の被災状況を概ね再現できるものであった．また，入力地震動に対してほぼ共振状

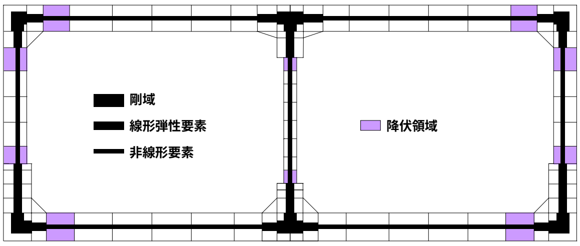

図-10　塑性ヒンジの生成状況

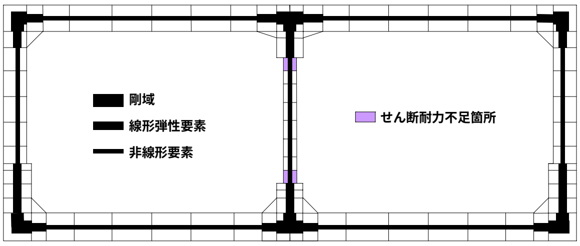

図-11　せん断耐力不足箇所

態に至っていることも解析的に明らかになった．したがって，構造物の限界状態に近い，大ひずみ・大変形領域での動的挙動を確認することが可能なモデルと考えられる．

3. モンテカルロ解析による確率分布

ここでは，FOSM 法に基づく実用的評価手法による応答の確率分布を検証するために，数値実験の位置づけでモンテカルロ解析を実施する．解析手法は 2.章と同一であり，地中構造物を地盤・構造物連成系として取り扱い，地盤と構造物の非線形性を考慮した時間領域での地震応答解析とした．また，地盤および構造物に関わる系のばらつきには，材料特性，寸法諸元，破壊性状，等が挙げられるが，ここでは材料特性に着目する．このように精緻な解析に対する，モンテカルロ解析の事例は数少なく，また，材料物性を連続的に変化させた場合の多数のパラメータ・スタディーとしても有用な事例と考えられる．

3.1　材料のばらつき [6)]

地盤材料と構造材料では，地盤材料のばらつきが地中構造物の応答に与える影響が支配的であることが，既往の研究により明らかになっている [15),16)]．そこで，地盤材料のばらつきのみを考慮して解析を行った．

地盤のばらつきとしては，構造物の応答に直接的に影響する表層地盤（層①）のせん断波速度 Vs に着目した．弾性波探査が行なわれてはいたが，Vs の確率分布を定義するには標本数が十分ではないため，原位置における N 値データ [11)]を Imai らの方法 [17)]を用いて Vs に換算し，統計処理することとした．その結果，平均値は Vs=200m/sec

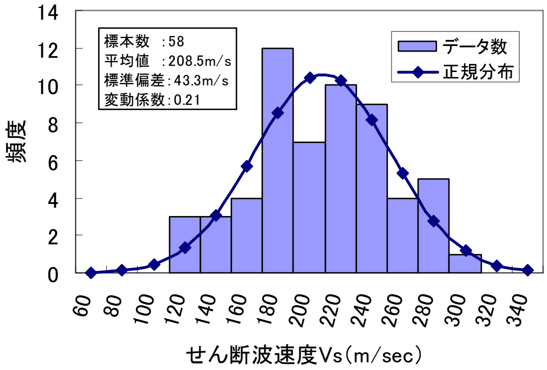

図-12　N 値より換算したせん断波速度 Vs の統計量

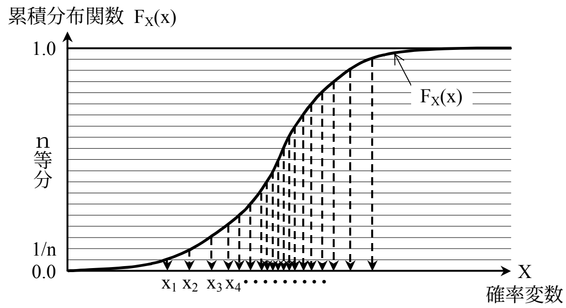

図-13　層別サンプリングの概念

程度であり，表-2 の弾性波探査に基づく設定と整合する結果となった．また，ばらつきの分布形状はほぼ正規分布に適合しており，変動係数は 0.21 となった．

3.2　解析条件

ばらつきを想定したのは表層部分（層①）であり，該当部分の全有限要素の地盤物性が均一な状態で変動するという極端な場合を想定した．地盤材料については，3.1 に基づいて，表層地盤の平均的なせん断波速度 Vs=200m/sec に対して，変動係数 0.2 とした．これは，地盤剛性とせん断波速度の関係式に対して，4.1 に示す FOSM 法を適用すると地盤剛性の変動係数は 0.4 程度となり，比較的大きなばらつきを想定していることになる．また，ばらつきの分布形状は正規分布を仮定した．なお，地盤物性以外の解析条件は 2.1 と同一とした．

モンテカルロ解析の際，解析容量，解析時間等の解析負荷を軽減するために，層別サンプリング法を用いて解析ケースを合理的に減じた [18)]．この方法は，確率密度の低い分布の裾野部分の標本があまり発生しない通常のモンテカルロ解析の欠点を補うため，入力変数の累積分布曲線で等確率となるように領域を分割し，それぞれの領域での代表値を標本として採用する方法である（図-13 参照）．したがって，出現しにくい裾野部分の標本も効率的に発生させることができる．ここでは，領域を 100 分割することとした．なお，本論では，等確率化された領域の代表値として中央値を用いていることから，厳密にはモンテカルロ解析とは表現し難いが，ここでは，便宜的にモンテカルロ解析と呼ぶことにする．

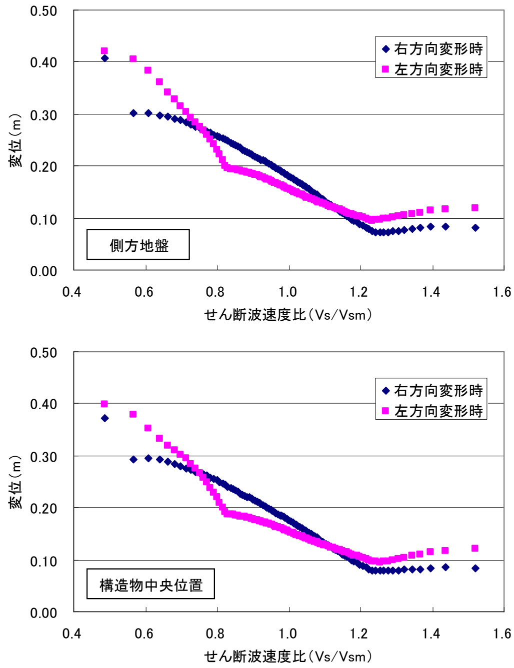

図-14　地表面変位の最大値

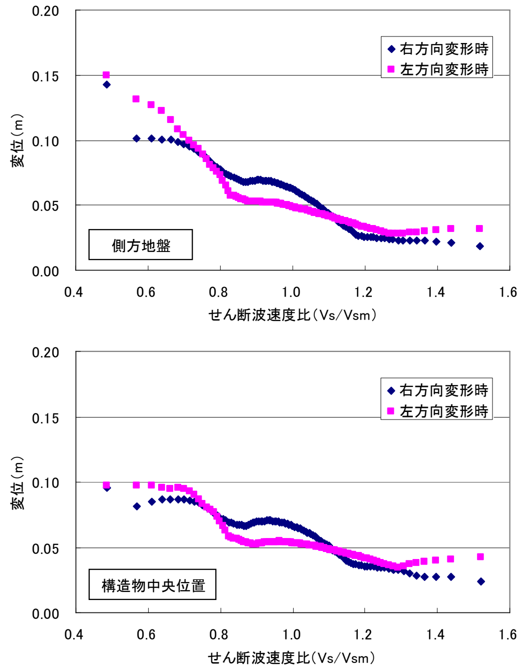

図-17　層間変位の最大値

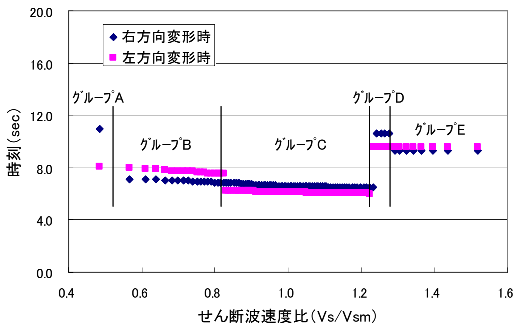

図-15　地表面変位最大時刻（側方地盤）

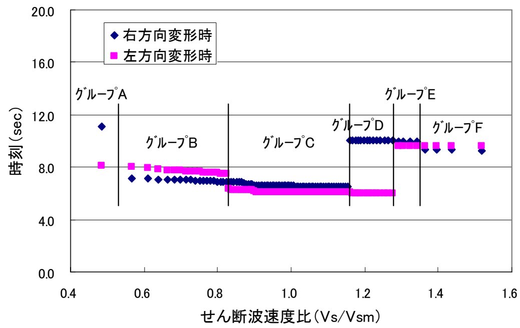

図-18　構造物層間変位最大時刻

3.3　解析結果および考察

すべての解析ケースについて，地盤および構造物の変形量を無次元化したせん断波速度 Vs/Vsm（Vsm は Vs の平均値）ごとに整理した（図-14,17）．

図-14 は，構造物中央位置と構造物から離れた側方地盤における地表面の最大変形量を基盤面からの相対変位量として表している．応答が複雑であるため，地盤が右方向・左方向それぞれの方向に変位したときの最大変位を示した．着目する測線によらず同様の変位挙動を示す結果となっている．また，概ねのところは，Vs が大きくなれば地盤の変形は小さくなっている．すなわち，地盤剛性に直接的に関係する Vs に対して負の相関を示しており，妥当な傾向を示していると考えられる．しかし，詳細には，Vs と最大変位との相関は非線形関係にあり，不自然に屈曲しているところもある．Vs の大きさに応じて変位応答の傾向を分析すると，傾向の異なるいくつかのグループに区分することができる．図-15 は側方地盤における地表面変位が最大となった時刻を方向別にすべてのケースについて示したものである．最大変位の発生時刻に関しても，傾向の異なるいくつかのグループに区分できる．図-16 には，主要なケースの地表面変位の時刻歴を示している．どのケースも測線による地表面変位の差異は見受けられない．最大変位発生時刻に着目すると，グループBに属する Vs/Vsm=0.6 と 0.8，グループ C に属する Vs/Vsm=1.0 と 1.2 のケースでは，時刻歴上の対象とするピークは一致しており，最大変位発生時刻もほぼ同一である．また，グループが異なれば対象とするピークが異なっている．このような状況は図-15 に示すすべてのケースについて確認できた．

地盤震動の時刻歴応答における特定のピークの挙動は，地盤の初期剛性や非線形特性，剛性やひずみの分布状況，入力地震動の強度，周波数特性，位相特性等に密接に関連しており，その発達過程は非常に複雑である．そのため，特定のピーク挙動が一定の傾向を示すケース群においては，地盤の動力学的な特性が類似しているものと考えられる．このような観点から分析すると，図-15 においては，最大変位発生時刻に応じて 5 つのグループに区分され，グループ内のケース群の動力学的な特性は類似しているものと考えられる．グループの境界部では最大変位発生時刻が不連続に変化するが，最大変位発生

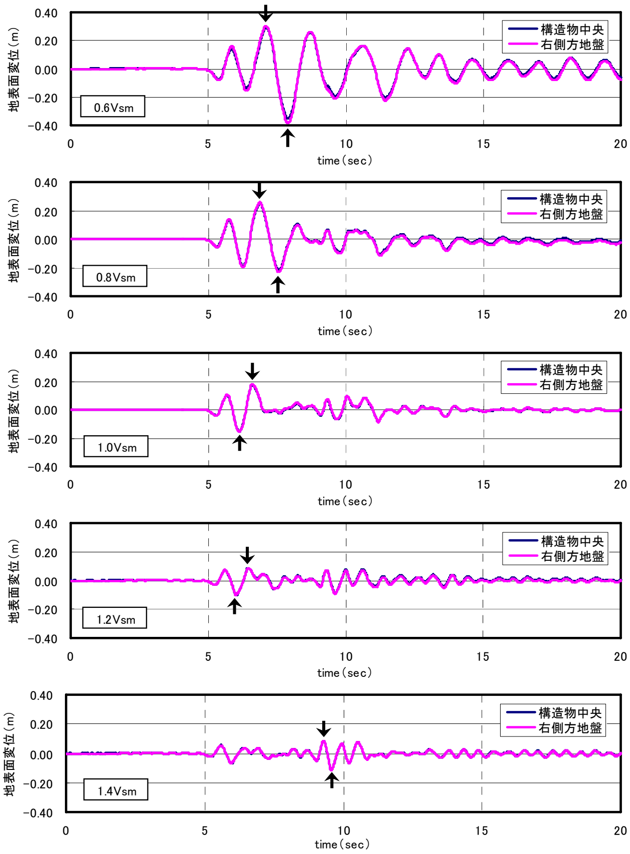

図-16　地表面変位の時刻歴

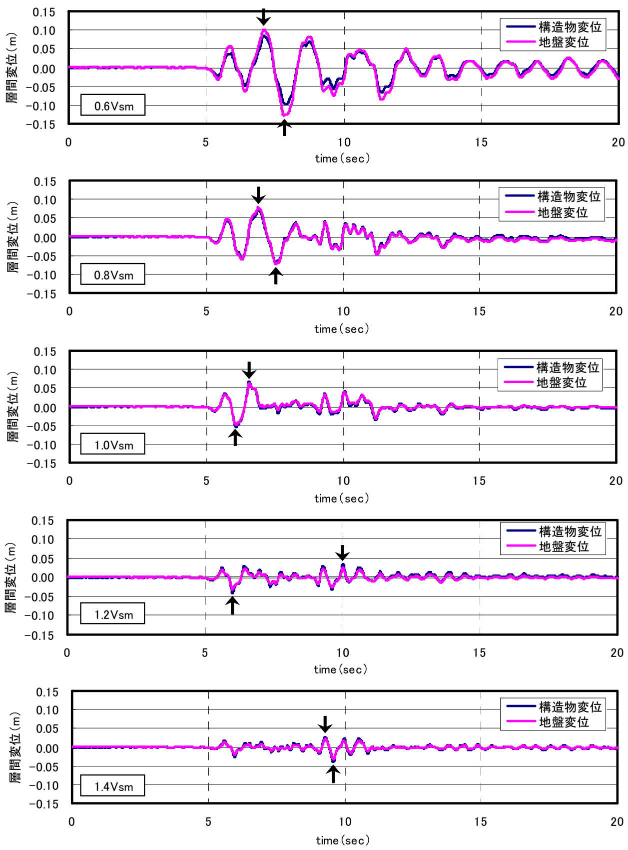

図-19　層間変位の時刻歴

時刻は異なるものの，これらのピークの最大値は概ね同等であるために，境界部近傍で特性が極端に変化するというものでもない．例えば，グループ D においても動力学的な特性が徐々に変化すると考えるのが適当と考えられる．結局のところ，図-14 の地表面変位の Vs に対する傾向の変化は，図-15 のように最大変位を示すピークが異なり，各々のピークの発達過程が異なるがために生ずるものと考えられる．

図-17～19 は，構造物の層間変位量（頂底版間の水平相対変位量）や構造物の埋設位置と同一深度における側方地盤の変形量の最大値についての評価を表している．基本的には地表面変位の場合と同様な傾向を示しているが，構造物が表層部分の中間深度に位置しており，地表面付近に比べこの付近の深度の地盤変形のモードが変動し易いことから，地表面変位よりも応答の傾向が多少複雑になっている．とくに，図-17 では Vs が小さい領域（Vs/Vsm≦0.7）において，地盤変位と構造物変位の傾向が異なっている．この原因としては，地盤剛性が構造物剛性に比べて小さいこと，表層地盤の深部では非線形性により剛性が低下すること，等により底版直下の地盤の剛性が小さく変形が集中したことが考えられる．その結果として，浅い位置にある構造物の層間変位は小さくなったものと考えられる．

以上のように，地盤のせん断波速度 Vs と最大変位応答との相関については，時刻歴応答上の最大応答を示すピーク挙動の影響を受けることがわかった．これは，想定される地盤剛性の変動量の大小にもかかわるところではあるが，本論のように剛性変動量が大きい場合には，ピークの大小が逆転し着目すべきピークが変わり得るので，結果的に変位応答の傾向が大きく変化する可能性がある．すなわち，著しい非線形性を示す可能性がある．逆に，変動量が小さい場合には特定のピークに着目した評価となるので，変位応答の傾向が安定し，非線形性は比較的小さくなるものと考えられる．

3.4　応答の確率分布

構造物の損傷確率を評価する観点から，応答変形量を限界変形量により除することにより，安全裕度として表現して図-17 を図-20 のように再整理した．安全裕度が 1 に満たない場合は破壊と判定される．限界変形量としては，指針類[4]に示される限界層間変形角 0.01 に対応する変形量を用いた．なお，構造物の変形の向きの区別なく，最大変位による安全裕度を示した．

このモンテカルロ解析の結果を基に，層間変形角の安全裕度に関するヒストグラムを作成した（図-21）．若干非対称となっており，最頻値における頻度が突出し尖度の大きな分布形状である．変動因子としての地盤 Vs は正規分布を想定しており対称分布形状であることから，Vs と層間変形角の安全裕度の相関が非線形であることが，確率分布が非対称化した直接的な原因と考えられる．

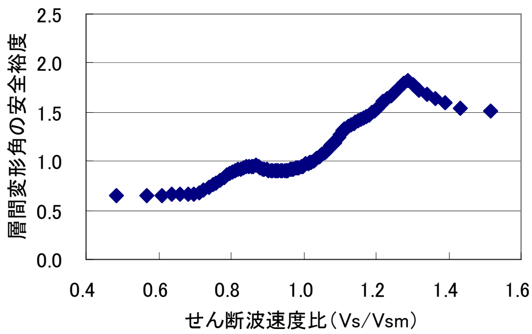

図-20　安全裕度の解析値分布

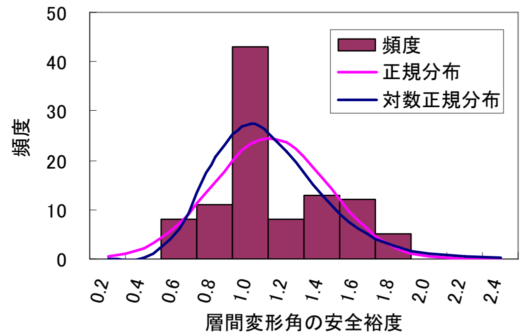

図-21　安全裕度の解析値の確率分布

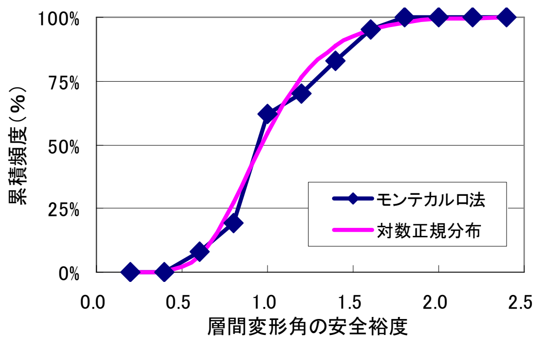

図-22　安全裕度の解析値の累積頻度曲線

これは，非線形系の場合に見受けられる一般的な傾向の典型的な事例と考えられる．また，尖度が大きくなったことの原因は，せん断波速度 Vs の中央値（Vs/Vsm=1.0）と停留点（Vs/Vsm=0.95 付近の応答の極値点）が近接していることが挙げられる．すなわち，抽出された標本数が多いことに加えて, Vs の中央値付近では系が共振状態に近く（図-9），著しい非線形性の影響により安全裕度の極小値が平準化されていることである．一般に非線形性を有する地盤が共振状態に近い場合には，応答の極値は平準化する傾向にある．極値が平準化される程度は，地盤条件や地震動の特性により変わり得るので，その挙動は複雑に推移するものと考えられる．

モンテカルロ解析で得られた基本統計量（平均値，分散等）を用いて，実務で多用される確率分布である正規分布と対数正規分布を重ねると，分布範囲が適切に表現され，分布形状も概ね再現できているようにも思われる．非対称性を考慮すると対数正規分布の方が適合しているように思われる．最頻値における突出したピークについては，この最大頻度が条件により変わり易い数値であることを考慮すると，これをもって精度に関する議論をすることには限界があると考えられる．累積頻度曲線により評価すると（図-22），モンテカルロ解析による累積頻度曲線と対数正規分布の累積頻度曲線は，概ね一致していることが確認できる．

4. 実用的評価法による確率分布 [8)]

ここでは，実務における損傷確率評価を前提として，数ケース程度の演算により確率分布の基本統計量を推定する．基本的には 1 次近似 2 次モーメント法（FOSM 法）[19)]に基づく実用的な評価手法である．この手法は，変動する因子と構造物応答の相関が線形であることを前提としている．ところが，本論の構造物応答は非線形挙動が著しく，3.章の検討のように地盤のせん断波速度 Vs と構造物変形の相関において顕著な非線形性が認められた．個々のケースの応答は非線形であっても，いくつかのケースを連ねた場合にその因子と応答の相関関係は線形化する必要がある．相関関係を線形化するには工夫が必要であり，評価精度に直接的に影響するものである．ここでは，従来からの FOSM 法による評価だけではなく，非線形相関を線形化するいくつかの実用的評価法を用いて，基本統計量を推定するものである．

4.1　1 次近似 2 次モーメント法（FOSM 法）の概要

FOSM 法は，応答が微分可能な連続関数で与えられる場合，それをテイラー展開して，その 1 次項までを考慮し，確率変数の 2 次までのモーメントである平均値・分散を算定するものである．そして，これらを利用して応答の確率分布を推定することができる．以下にその概要を述べる．

振動系の応答 g が確率変数 $X=\{x_1,x_2,\cdots,x_n\}$ の関数であるとすると，確率変数の平均値 $\bar{X}=\{\bar{x}_1,\bar{x}_2,\cdots,\bar{x}_n\}$ におけるテイラー展開は次式で与えられる．

$$g(X) = g(\bar{X})+\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial g}{\partial x_i}\right)_{\bar{X}}(x_i-\bar{x}_i) + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{\partial^2 g}{\partial x_i \partial x_j}\right)_{\bar{X}}(x_i-\bar{x}_i)(x_j-\bar{x}_j)+\cdots \tag{1}$$

ここで，大文字はベクトルを，記号ーは平均値を示す．(1)式の 2 次以降の項を省略すれば，$g(X)$ は次のようになる．

$$g(X)=g(\bar{X})+\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial g}{\partial x_i}\right)_{\bar{X}}(x_i-\bar{x}_i) \tag{2}$$

また，平均値と分散は次式で与えられる．

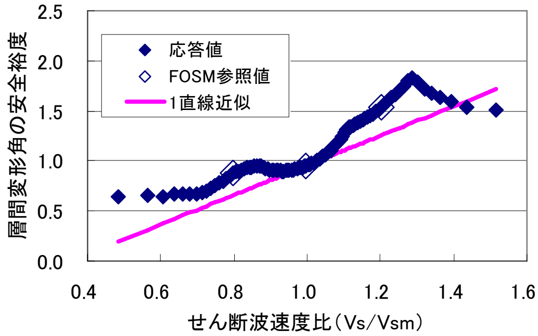

図-23　従来の FOSM 法における応答の近似

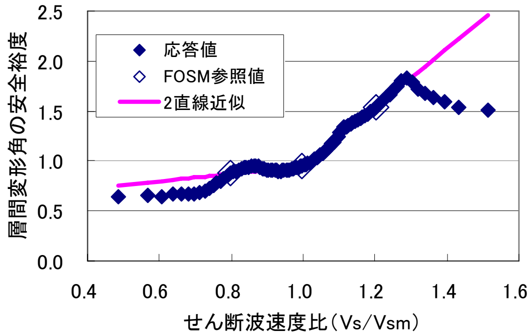

図-24　非線形性を考慮した FOSM 法での応答の近似

表-3　従来の FOSM 法による基本統計量

因子情報	地盤 Vs 統計量	平均値	200 m/sec		
		標準偏差	40 m/sec		
		変動係数	0.20		
	因子の変動範囲		±１σ		
2次モーメント法	因子の入力値 X		−１σ	m	＋１σ
	耐震指標の解析値 g(X)		0.8733	0.9528	1.5392
	勾配情報	∂g/∂Xi	1.66483		
		σi･∂g/∂Xi	0.33297		
		重み	1.0		
	耐震指標の基本統計量	平均値	0.9528（-0.1096）※		
		標準偏差	0.3330（0.3394）※		
		変動係数	0.3495		

※ 対数平均，対数標準偏差を表す

表-4　2 直線近似による基本統計量

因子情報	地盤 Vs の統計量	平均値	200 m/sec		
		標準偏差	40 m/sec		
		変動係数	0.20		
	因子の変動範囲		±１σ		
2次モーメント法	因子の入力値 X		−１σ	m	＋１σ
	耐震指標の解析値 g(X)		0.8733	0.9528	1.5392
	勾配情報	∂g/∂Xi	0.3976	2.9321	
		σi･∂g/∂Xi	0.0795	0.5864	
		重み	0.5	0.5	
	耐震指標の基本統計量	平均値	1.2063（0.1508）※		
		標準偏差	0.3330（0.2710）※		
		変動係数	0.2760		

※ 対数平均，対数標準偏差を表す

$$E[g]=g(\overline{X}) \tag{3}$$

$$Var[g]=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{\partial g}{\partial x_i}\right)_{\overline{X}}\left(\frac{\partial g}{\partial x_j}\right)_{\overline{X}}Cov[x_i,x_j] \tag{4}$$

ここに，$Cov[x_i,x_j]$ は確率変数 x_i と x_j の共分散である．x_i と x_j が独立の場合，i≠j の共分散は 0 となるので，その場合には応答 g の分散は以下のように表される．

$$Var[g]=\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial g}{\partial x_i}\right)_{\overline{X}}^{2}\cdot\sigma_i^2 \tag{5}$$

ここに，σ_i は各因子の標準偏差を表し $\sigma_i^2=Cov[x_i,x_i]$ である．各々の因子の変動に対して，(3)式，(5)式を用いて基本統計量を推定する．なお，(5)式における偏微係数の算定においては，平均値±1σの区間における差分近似を行った．このようにして得られた 2 次までのモーメントを表-3 に示す．

4.2　非線形相関の 2 直線近似

地盤のせん断波速度 Vs と構造物変形との相関関係に認められる非線形性を考慮する場合，簡単に 2 直線に近似することが考えられる．大鳥らは，確率変数の平均値における 2 次までのテイラー展開により，2 直線による近似方法を定式化している[9]．その考え方に基づき多少の修正を加えて以下のように定式化した．

振動系の応答 g の確率変数の平均値 $\overline{X}=\{\bar{x}_1,\bar{x}_2,\cdots,\bar{x}_n\}$ におけるテイラー展開で2次までを考慮すると，(1)式より，

$$\begin{aligned}g(X)\ &=g(\overline{X})+\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial g}{\partial x_i}\right)_{\overline{X}}(x_i-\bar{x}_i)\\&+\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{\partial^2 g}{\partial x_i\partial x_j}\right)_{\overline{X}}(x_i-\bar{x}_i)(x_j-\bar{x}_j)\end{aligned} \tag{6}$$

上式の平均値をとると，

$$\begin{aligned}E[g]\ &=g(\overline{X})+\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial^2 g}{\partial x_i^2}\right)_{\overline{X}}\cdot\sigma_i^2\\&+\sum_{i=1}^{n-1}\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{\partial^2 g}{\partial x_i\partial x_j}\right)_{\overline{X}}Cov[x_i,x_j]\end{aligned} \tag{7}$$

x_i と x_j が独立の場合，i≠j の共分散 $Cov[x_i,x_j]$ は 0 となるので，その場合には以下のように表される．

$$E[g]=g(\overline{X})+\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial^2 g}{\partial x_i^2}\right)_{\overline{X}}\cdot\sigma_i^2 \tag{8}$$

ここで，中央差分法による式の展開を参考にして，2 次の微係数を以下のように仮定する．

$$\left(\frac{\partial^2 g}{\partial x_i^2}\right)_{\overline{X}}=\frac{g_i^+-2g(\overline{X})+g_i^-}{\sigma_i^2} \tag{9}$$

ただし，$g_i^{\pm}=f(\bar{x}_1,\bar{x}_2,\cdots,\bar{x}_i\pm\sigma_i,\cdots,\bar{x}_n)$

これを(8)式に代入すると, g の平均値は, 以下のようになる.

$$E[g]=g(\overline{X})+\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\{g_i^+-2g(\overline{X})+g_i^-\} \tag{10}$$

(10)式によると，$g(X)$ が線形でない場合には，確率変数の平均値 $\bar{X}$ において2次の微係数に相当する第2項が0 ではなく，応答の平均値は $g(\bar{X})$ に一致しないことに注意する必要がある．また，分散については，(10)式を用いて以下のように導出することができる．

$$
\begin{aligned}
Var[g] &= E\left[(g(X)-E[g])^2\right] \\
&= E\left[(g(X)-g(\bar{X}))^2\right] \\
&\quad -\sum_{i=1}^{n}\{g_i^+ - 2g(\bar{X}) + g_i^-\}E\left[(g(X)-g(\bar{X}))\right] \\
&\quad +\frac{1}{4}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\{g_i^+ - 2g(\bar{X}) + g_i^-\}\{g_j^+ - 2g(\bar{X}) + g_j^-\} \qquad (11)
\end{aligned}
$$

ここで，(10)式において，$g(X)$ を $(g(X)-g(\bar{X}))^2$ 等に置換することにより，(11)式は次のように表される．

$$
\begin{aligned}
Var[g] &= \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\left\{(g_i^+ - g(\bar{X}))^2 + (g_i^- - g(\bar{X}))^2\right\} \\
&\quad -\frac{1}{4}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\{g_i^+ - 2g(\bar{X}) + g_i^-\}\{g_j^+ - 2g(\bar{X}) + g_j^-\}
\end{aligned} \qquad (12)
$$

文献[9]では，等価線形解析手法に基づく評価を想定しており，応答の平均値の評価に非線形性の影響が顕著とはならず，(11)式の第1式において，便宜的に $E[g]$ を $g(\bar{X})$ と仮定してもあまり誤差を生じなかった．今回は，非線形解析手法に基づく評価を前提としており，非線形性の影響が顕著になると考えられるので，上記のような定式化とした．このようにして得られた2次までのモーメントを表-4 に示す．

4.3 非線形相関の曲線近似

非線形相関を曲線近似することにより，2 次モーメント法を適用することが試みられている[20]．この近似された曲線は媒介関数（媒介変数）と呼ばれている．以下，媒介関数（媒介変数）を用いた曲線近似法の概要を示す．

媒介関数として確率変数 x_i の関数 $\nu_i(x_i)$ を考えて，次式のように媒介関数に関する1次テイラー展開をとる．

$$
\begin{aligned}
g(X) &= g(\bar{X}) + \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial g}{\partial \nu_i}\right)_{\nu_i(\bar{x}_i)}(\nu_i(x_i)-\nu_i(\bar{x}_i)) \\
&= g(\bar{X}) + \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{d\nu_i}{dx_i}\right)_{\bar{x}_i}^{-1}\left(\frac{\partial g}{\partial x_i}\right)_{\bar{X}}(\nu_i(x_i)-\nu_i(\bar{x}_i)) \qquad (13)
\end{aligned}
$$

(13)式より，媒介関数 $\nu_i(x_i)$ は，確率変数 x_i で一階微分可能な関数でなければならない．この媒介関数 $\nu_i(x_i)$ は，一般に x_i の線形関数ではないが，(13)式そのものは媒介関数 $\nu_i(x_i)$ の線形結合で表されている．このような意味で，(13)式による近似は媒介関数（媒介変数）1 次近似と呼ばれている．

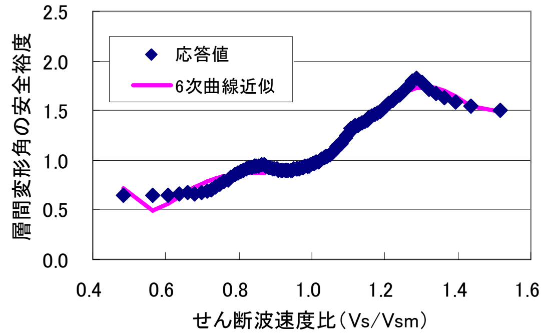

図-25　高次曲線による応答の近似

表-5　6 次曲線近似による基本統計量

因子情報	地盤 Vs の統計量	平均値	200 m/sec
		標準偏差	40 m/sec
		変動係数	0.20
2次モーメント法	耐震指標の基本統計量	平均値	1.1085（0.0641）※
		標準偏差	0.3154（0.2790）※
		変動係数	0.2846

※ 対数平均，対数標準偏差を表す

各確率変数の媒介関数 $\nu_i(x_i)$ が決定されれば，振動系の応答 g の平均値と分散は以下のように求めることができる．なお，$f_X(x_1, x_2, \cdots, x_n)$ は確率変数 x_i の確率密度関数である．

$$
\begin{aligned}
E[g] &= \bar{g} \\
&= g(\bar{X}) + \iint\cdots\int_{-\infty}^{+\infty}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{d\nu_i}{dx_i}\right)_{\bar{x}_i}^{-1}\left(\frac{\partial g}{\partial x_i}\right)_{\bar{X}}\{\nu_i(x_i)-\nu_i(\bar{x}_i)\} \\
&\qquad \times f_X(x_1, x_2, \cdots, x_n)dx_1dx_2\cdots dx_n \\
&= g(\bar{X}) + \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{d\nu_i}{dx_i}\right)_{\bar{x}_i}^{-1}\left(\frac{\partial g}{\partial x_i}\right)_{\bar{X}}\int_{-\infty}^{+\infty}\{\nu_i(x_i)-\nu_i(\bar{x}_i)\}f_{Xi}(x_i)dx_i
\end{aligned} \qquad (14)
$$

$\nu_i(x_i)$ が線形ではないために第 2 項が 0 とはならない．また，応答 g の分散は，以下のように求められる．

$$
\begin{aligned}
Var[g] &= E\left[\{g(X)-\bar{g}\}^2\right] \\
&= E\left[\left\{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{d\nu_i}{dx_i}\right)_{\bar{x}_i}^{-1}\left(\frac{\partial g}{\partial x_i}\right)_{\bar{X}}\{\nu_i(x_i)-\nu_i(\bar{x}_i)\}\right\}^2\right] - \{\bar{g}-g(\bar{X})\}^2 \\
&= \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{d\nu_i}{dx_i}\right)_{\bar{x}_i}^{-2}\left(\frac{\partial g}{\partial x_i}\right)_{\bar{X}}^{2}\int_{-\infty}^{+\infty}\{\nu_i(x_i)-\nu_i(\bar{x}_i)\}^2 f_{Xi}(x_i)dx_i \\
&\quad + 2\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=i+1}^{n}\left(\frac{d\nu_i}{dx_i}\right)_{\bar{x}_i}^{-1}\left(\frac{\partial g}{\partial x_i}\right)_{\bar{X}}\left(\frac{d\nu_j}{dx_j}\right)_{\bar{x}_j}^{-1}\left(\frac{\partial g}{\partial x_j}\right)_{\bar{X}} \\
&\quad \times\int\int_{-\infty}^{+\infty}\{\nu_i(x_i)-\nu_i(\bar{x}_i)\}\{\nu_j(x_j)-\nu_j(\bar{x}_j)\}f_{Xi,Xj}(x_i,x_j)dx_idx_j \\
&\quad -\{\bar{g}-g(\bar{X})\}^2
\end{aligned} \qquad (15)
$$

確率変数が互いに独立であるとすると，同時確率密度関

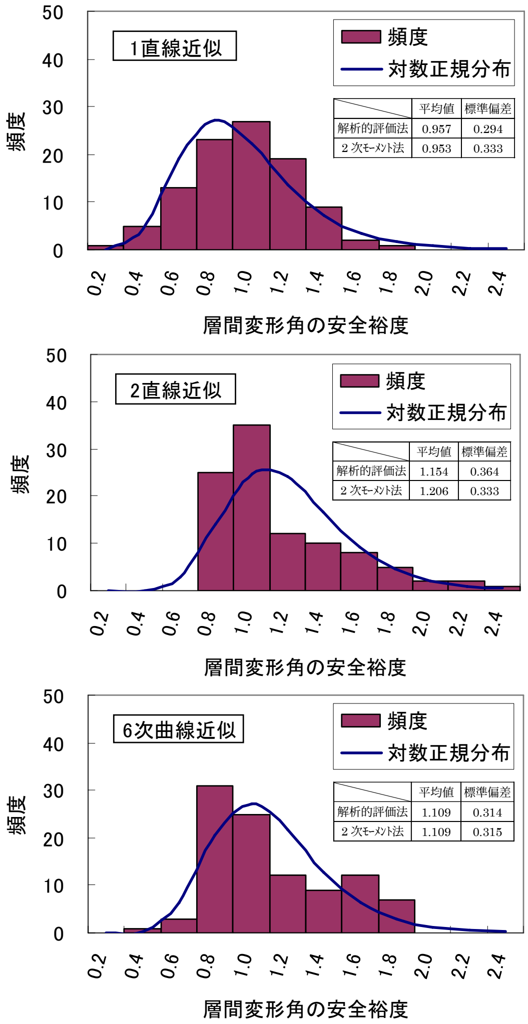

図-26　基本統計量と頻度分布

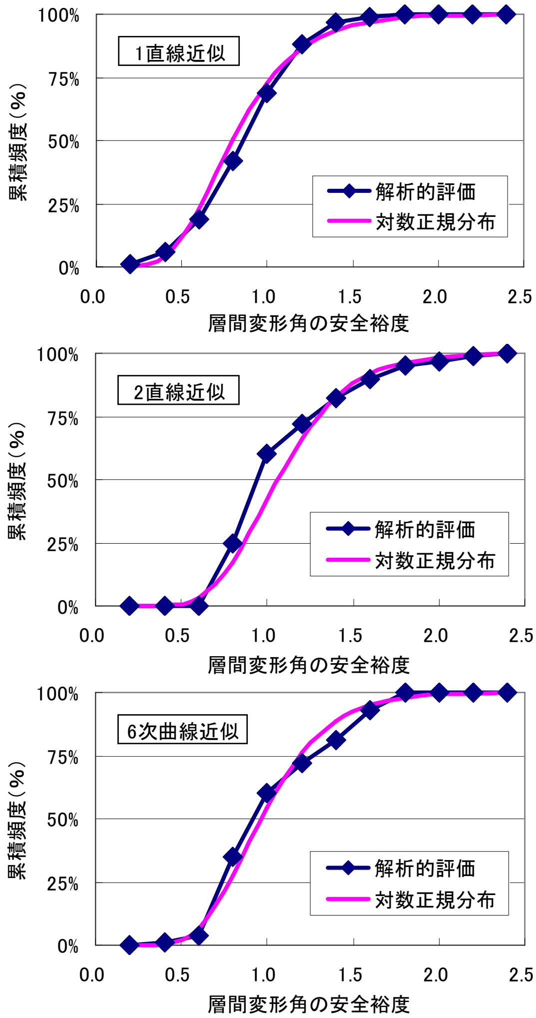

図-27　累積頻度曲線

数は分離できて，分散は次式で与えられる．

$$
\begin{aligned}
Var[g] &= \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{d\nu_i}{dx_i}\right)_{\bar{x}_i}^{-2}\left(\frac{\partial g}{\partial x_i}\right)_{\bar{X}}^{2}\int_{-\infty}^{+\infty}\{\nu_i(x_i)-\nu_i(\bar{x}_i)\}^2 f_{Xi}(x_i)dx_i \\
&+2\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=i+1}^{n}\left(\frac{d\nu_i}{dx_i}\right)_{\bar{x}_i}^{-1}\left(\frac{\partial g}{\partial x_i}\right)_{\bar{X}}\int_{-\infty}^{+\infty}\{\nu_i(x_i)-\nu_i(\bar{x}_i)\}f_{Xi}(x_i)dx_i \\
&\times\left(\frac{d\nu_j}{dx_j}\right)_{\bar{x}_j}^{-1}\left(\frac{\partial g}{\partial x_j}\right)_{\bar{X}}\int_{-\infty}^{+\infty}\{\nu_j(x_j)-\nu_j(\bar{x}_j)\}f_{Xj}(x_j)dx_j \\
&-\{\bar{g}-g(\bar{X})\}^2
\end{aligned}
\tag{16}
$$

このような考え方に基づき，非線形相関を6次曲線により近似した場合の2次までのモーメントを表-5に示す．

5. 確率分布の比較検討

モンテカルロ解析と実用的評価法による確率分布の算出法について整理すると以下のようになる．モンテカルロ解析の場合には，多数の標本値である応答値を直接的に統計処理してヒストグラムを作成し，確率分布が算出される．実用的評価法の場合には，①少数の標本値から因子と応答の相関を示す関係式（以下，媒介関数）を推定し，②その関係式に基づいて期待値や分散等の基本統計量を算出し，③仮定した確率分布形状にその基本統計量をあてがうことにより確率分布が算出される．

このうち，①の媒介関数の推定については，最小二乗近似の決定係数等の指標により標本値との適合度についての確認が可能である．ところが，②基本統計量の算定方法や，③確率分布形状の設定方法については，その妥当性を確認しておく必要がある．以下では，このような算出手順に関わる問題点を考慮して，確率分布に関する比較検討を行うものである．

5.1　2次モーメント算定法に関する検証

応答の基本統計量を求める算定手法は，4.章にて記述した通りであり，基本的にはFOSM法に基づくものである．ここでは，算定手法の妥当性を確認するため，4.章で近似された安全裕度の関数（媒介関数）に対して解析的評価法を適用して基本統計量を算出し，4.章で求めた諸量に基づく確率分布についての比較検討を行う．

図-26には，各種媒介関数に対する解析的評価の結果

として，基本統計量とヒストグラムを示している．モンテカルロ解析による安全裕度の解析値との比較も想定して，3.章と同様の層別サンプリングを行っている．また，図-26 には，各種 2 次モーメント算定法により得られた基本統計量とこれを用いた対数正規分布の確率密度関数も示している．両者の基本統計量や分布形状は概ね整合がとれている．ただし，1 直線近似の応答の平均値が他の手法よりも多少小さめに評価されていることには留意する必要がある．図-27 には，ヒストグラムや確率密度関数から累積頻度曲線を描いたものであるが，解析的評価の結果として得られた累積頻度曲線と 2 次モーメント法により得られたそれはよく整合している．

以上より，因子と応答の相関関係を表す媒介関数を対象とした場合，媒介関数が線形である場合だけではなく，非線形である場合においても，その影響を考慮した 2 次モーメント算定法を用いることで，概ね適切な基本統計量が算定できることが確認でき，このような 2 次モーメント算定法が妥当であることが確認された．

5.2　確率分布に関する検証

モンテカルロ解析による安全裕度の解析値に関する確率分布や媒介関数に基づく確率分布について，累積頻度曲線に基づき考察する．

図-28 には，モンテカルロ解析による安全裕度の解析値や各種媒介関数に対する解析的評価結果としてのヒストグラムより得られた累積頻度曲線を表している．1 直線近似の場合を除き，各種媒介関数に基づく累積頻度曲線は，モンテカルロ解析によるそれと概ね一致している．1 直線近似の場合は，相関の非線形性により応答の平均値がシフトする現象を適切に評価できないことが，このような結果をもたらしたものと考えられる．また，実務設計での適用を考えて，各種 2 次モーメント算定法による基本統計量を用いた対数正規分布について，累積分布関数を描くと図-29 のようになる．各種曲線の傾向は，図-28 と同様に，1 直線近似以外の累積分布曲線はモンテカルロ解析のそれと概ね一致する結果となった．

以上より，因子と応答の相関の非線形性を適切に考慮する必要があること，これを考慮した 2 次モーメント算定法により得られた基本統計量を用いることで地中構造物の応答の確率分布を適切に評価できること，が示されたと考えられる．とくに本論の事例に関する限りでは，非線形性を 2 直線で近似すれば，モンテカルロ解析に基づく確率分布と実用的には遜色のない精度で評価し得ることも明らかになった．

6.　おわりに

本論では，1 次近似 2 次モーメント法（FOSM 法）に基づく実用的評価法を用いて推定した地中構造物の地

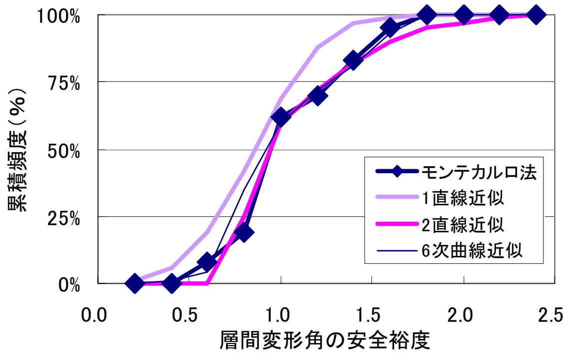

図-28　解析的評価法による累積頻度曲線

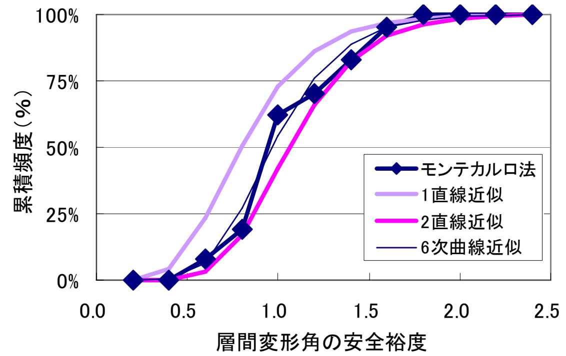

図-29　実用的評価法による累積頻度曲線

震時応答に関する確率分布の精度を把握することを目的として，兵庫県南部地震により被災した神戸高速鉄道大開駅を対象として，地盤・構造物連成系の非線形地震応答解析によるモンテカルロ解析を実施した．その結果，ケース・スタディーの範囲内ではあるが，以下のことが明らかになった．

（1）地盤剛性を大きく変化させたケース群を想定したが，地中構造物の変形は概ね地盤変形に追随する挙動となり，最大変位応答は地盤剛性とは概ね負の相関を示し，妥当な傾向が得られた．しかし，詳細には応答の非線形性は著しく，最大変位応答の傾向が急に変化するところもあった．このような状況は，時刻歴応答上で最大変位を示すピークがケース間で異なる場合に生じていた．各々のピークは発達過程が異なるので，これが最大変位応答の傾向に影響したものと考えられる．

（2）非線形性の著しい系では，因子のばらつきに対称な確率分布形状を想定しても，応答は非対称な確率分布形状となり易い傾向にあるが，本論においても，地盤せん断波速度 Vs と層間変形角の安全裕度に対して同様な現象が確認された．また，層間変形角の安全裕度の確率分布は尖度が大きくなったが，非線形応答の極値が平準化する傾向にあることを考慮すると，標本が出現し易い平均値が極値点に近接することにより，極値点近傍の出現頻度も大きくなるので，同様な現象は生じ得るものと

考えられる．このような確率分布形状でも，累積頻度等を参照すると，実用的には対数正規分布により概ね近似し得ることが確認された．

（3）著しい非線形性を有する地中構造物であっても，地盤 Vs 等の変動因子と層間変形角等の構造物応答の相関関係の非線形性を適切に考慮すると，各種２次モーメント算定法による基本統計量は，解析的手法による基本統計量にほぼ一致するものであり，各種２次モーメント算定法が概ね妥当であることが確認された．

（4）非線形相関を適切に考慮した実用的な確率評価法を用いることで，非線形性の著しい地中構造物の応答の確率分布を適切に評価できると考えられる．とくに本論の事例では，２直線で近似した確率評価法を用いれば，モンテカルロ解析に基づく確率分布と実用的には遜色のない精度で，概ね適切に評価することが可能であった．また，従来の FOSM 法に基づく評価法では，確率分布を適切に表現できないことも確認された．

検討対象が地震により崩壊した地中構造物の事例であり，非線形性が大きくなる条件が比較的整っているとは考えられるが，限られた事例であるのでその解釈には慎重を期すべきと考えられる．本論における系の特徴としては，簡素化された２層地盤，著しい損傷程度，等が挙げられる．したがって，地盤の層構造の影響，損傷程度に関連した構造物剛性の影響，等について明らかにする必要があると考えられる．また，応答の確率分布形状についても，実用的な分布形状以外の詳細な考察と多くの事例検証が期待される．

謝辞：本研究においては，京都大学　杉浦邦征教授，日本大学　中村晋教授，(独)国土技術政策総合研究所　長尾毅室長，(財)電力中央研究所　大友敬三上席研究員，宮川義範主任研究員には貴重な助言をいただいた．関係各位に深甚な謝意を表する次第である．

参考文献

1) 安藤和博，蛯沢勝三，神野邦彦，伊東　守：地震動下における原子力地下構造物の損傷確率評価，第14回材料・構造信頼性シンポジウム，pp.76～81，1996.6
2) 茂木寛之，瀬下雄一，柳沢　賢，足立正信：RC 地中構造物の破壊モードに対する確率論的耐震安全性評価，コンクリート工学年次論文集，Vol.24，2002.7
3) 吉田郁政，原田光男，福本幸成，鈴木修一，安中正：LCC に基づく地中 RC 構造物の耐震設計に関する研究，構造工学論文集，Vol.47A, pp.267-275，2001.3
4) 土木学会：原子力発電所屋外重要土木構造物の耐震性能照査指針・同マニュアル，2002.5
5) 土木学会：トンネルライブラリー第９号，開削トンネルの耐震設計，1998.10
6) 松本敏克，澤田純男，杉浦邦征，坂田　勉，渡邊英一：空間的ばらつきを有する地盤に埋設された地中 RC 構造物の地震時挙動，構造工学論文集 Vol.52A，pp.1720-1727，2006.3
7) 宮川義範：鉄筋コンクリート製地中構造物の非線形性を考慮した損傷度解析法に関する提案，電力中央研究所報告 U03003，2003.5
8) 松本敏克，澤田純男，大鳥靖樹，坂田　勉，渡邊英一：非線形挙動の著しい地中構造物の地震時損傷確率評価, 構造工学論文集 Vol.52A，pp.1720-1727, 2006.3
9) 大鳥靖樹，村上通章，石川博之，武田智吉：土構造物の地震時信頼性評価システムの構築，第５回構造物の安全性・信頼性に関する国内シンポジウム，2003.11
10) 土木学会：コンクリート技術シリーズ第 49 号，阪神淡路大震災の被害分析に基づくコンクリート構造物の耐震性能照査方法の検証，pp.277-299，2002.12.
11) 矢的照夫，梅原俊夫，青木一二三，中村　晋，江嵜順一，末富岩雄：兵庫県南部地震による神戸高速鉄道･大開駅の被害とその要因分析, 土木学会論文集, No.537, pp.303-320, 1996.4
12) 土木学会：コンクリート標準示方書［構造性能照査編］，2002.3
13) 酒井久和，澤田純男，土岐憲三：ポートアイランドにおける時間領域での基盤入力地震動の推定，土木学会論文集，No.612, pp.373-378，1999.1
14) 日本建築学会：鉄筋コンクリート造建物の靭性保証型耐震設計指針・同解説，1999
15) 松本敏克，澤田純男，大鳥靖樹，渡邊英一：地中 RC 構造物の耐震性能評価における損傷確率の実務的評価法，第５回構造物の安全性・信頼性に関する国内シンポジウム（JCOSSAR 2003）論文集　2003.11
16) 松本敏克，澤田純男，渡邊英一：被災した地中箱型構造物の耐震性能に関わる損傷度評価，構造工学論文集 Vol.51A，pp.1553-1564，2005.4
17) Imai, T.：P-and S-wave velocities of the ground in Japan, Proc. of the 9th Int. Conf. ICSMFE，Vol.2，pp.257-260，1977.
18) 日本建築学会：応用力学シリーズ 6，構造物系の非線形・不確定モデリング，pp.136，1998.12.
19) Cornell，C.A.：A Probability-Based Structural code, Journal of the American Concrete Institute, Vol.66，No. 12，pp.974-985，1969.
20) 岡野　創，日下部　馨，上島照幸：媒介変数１次近似法による不確定な線形地盤の地震応答量の評価　媒介変数１次近似法（その１），日本建築学会構造系論文集　第 490 号，pp.129-138，1996.12

（2006 年 9 月 11 日受付）