

橋梁遠隔モニタリングシステムによる鋼ランガートラス橋の 固有振動数の推移観測

Observation of natural frequency of a steel langer truss bridge by the remote monitoring system

奥松俊博*, 岡林隆敏**, 田代大樹***, 要谷貴則****, Jawaid Bashir AHMAD***

Toshihiro OKUMATSU, Takatoshi OKABAYASHI, Daiki TASHIRO, Takanori KANAMEYA, Jawaid Bashir AHMAD

*工修, 長崎大学助手, 工学部社会開発工学科 (〒852-8521 長崎市文教町 1-14)

**工博, 長崎大学教授, 工学部社会開発工学科 (〒852-8521 長崎市文教町 1-14)

*** 長崎大学大学院生産科学研究科 (〒852-8521 長崎市文教町 1-14)

****工修, 株式会社インフォマティクス (〒212-8554 川崎市幸区大宮町 1310)

Automated remote monitoring system would be effective for the management of infrastructures and high accurate structural identification is indispensable to recognize the level of structural deterioration by change of natural frequency. In this study, we developed the remote monitoring system by mobile communication system and AR model-based structural vibration-estimation method. The system was installed to the Kabashima Bridge, an existing steel langer truss bridge in service in Nagasaki. This paper shows the abstract of the system and long term bridge monitoring results.

Key Words: structural health monitoring, remote monitoring, mobile communication, ambient vibration, AR model

キーワード: 健全度診断, 遠隔モニタリング, 移動体通信, 常時微動, AR モデル

1. はじめに

高度経済成長期に建設された多くの社会資本ストックの維持管理問題に対処するため, 様々な分野で新しい技術の開発やシステムづくりがなされている^{1~3)}. 橋梁構造物の維持管理に対しては, 従来, 目視点検が実施されてきている. 実際に技術者が変状や劣化損傷状況を確認できるため信頼性は高いと言えるが, 診断を行うためには, 実務に基づく経験的な知識を蓄積しておく必要がある. 少子化や労働人口の減少, あるいは公共投資額の削減などの社会的背景から, 経験的な知識を蓄積する機会は従来と比較して少なくなっており, それをどう補完するかが課題である. 計測装置など新技術の開発により, より客観性を有する構造物診断が可能になっているが, 業務として実際に現地に赴く必要があるため, コストおよび効率の面での業務改善効果は大きくはない. よって構造物の維持管理を行うためには, 効率的で信頼性のある方法を確立する必要がある.

本研究では, 橋梁構造物の振動特性に着目して健全度診断を行う方法の開発を目的とした. 固有振動数やモードまた減衰などを高精度に推定するため, 構造同定理論の確立に関する研究が行われている^{4~8)}. 老朽化あるい

は損傷が発生した橋梁は, 剛性低下により固有振動数が低下する傾向にあることを前提にして, 著者らも, AR モデル, ARMA モデル, および曲線適合による 2 段階推定法による構造同定手法^{9~11)}を開発し, 数値解析と実験の両面からその評価を行ってきた. これらの手法により室内実験により損傷発生時の固有振動数の変化を高精度に検出できることを検証している¹²⁾. その一方で, 維持管理業務の効率化のため, 携帯電話機能による遠隔モニタリング技術など IT 技術を積極的に利用した研究開発¹³⁾を行ってきた.

両者を融合し実橋梁の振動特性をモニタリングしているが, 実際の橋梁維持管理を考慮すると, 長期のモニタリングを実施し季節的な固有振動数の変動を予め評価しておく必要がある. 損傷・劣化が橋梁全体系の振動特性に影響を及ぼす以前に, 気温の季節変動などの環境要因が振動数変化に与える影響も無視できないと考えられるからである. 維持管理や健全度診断を実現するための橋梁振動特性の長期モニタリング^{4,14~17)}が行われており, 有用なデータが蓄積されている. しかし, 高温多湿な設置環境や電源確保など, 計測システム設置および運用上の課題について言及した論文は少なく, そのような問題点や対策についての検討が必要と考える.

橋梁の固有振動数の変化から、橋梁ヘルスマニタリングを行うことが将来的な目標であるが、本研究では環境要因が橋梁の振動数の変化に及ぼす影響について明確にする。同時に長期に渡る橋梁構造物の維持管理を目的とした遠隔モニタリングシステムを開発するため、計測・通信・解析・記録に関する過程を自動化しシステム化を図る。固有振動数の微小な振動数の変化を検出するため、本研究ではARモデルによる振動数推定法¹⁰⁾を適用した。

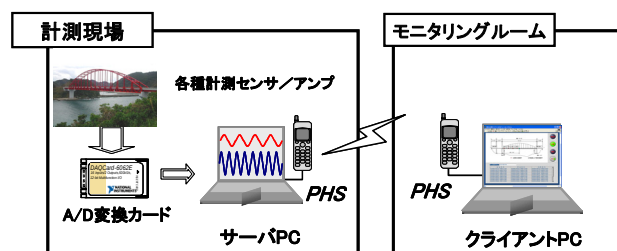


図-1 遠隔モニタリングシステムの概要

2. 橋梁振動遠隔モニタリングシステム

2.1 橋梁振動遠隔モニタリングの構築

橋梁構造物の維持管理を目的とする場合、各地に分散する対象構造物を一括集中管理する体制を構築することが望ましい。また、橋梁振動遠隔モニタリングを実施する場合、計測対象構造物と管理事務所の間に通信回線を設ける必要がある。光ファイバケーブル等の高速通信網の整備が都市域を中心に進みつつあるが、山間部にある橋梁や離島架橋については、その利用は実質困難である。その一方で携帯電話やPHSは、通信エリアの拡大や通信速度の高速化、また通信コストの低価格化が進み、情報ネットワークを確立するために有効な手段となった。さらにMicrosoft Windows MobileをOSとするスマートフォン（多機能型携帯電話）の市場導入(2005年末)により、遠隔モニタリングを中心とする情報ネットワークの構築、また計測結果の解析およびリアルタイム表示を実現可能とするなど、維持管理業務の効率化に貢献するものと考えられる。

本論文は、PHSを利用して計測現場と管理事務所の間に通信ネットワークを確立し、実橋梁の動態観測による維持管理を目的としたものである。対象橋梁は、長崎市の最南端に架設されている樺島大橋とした。橋梁の常時微動を連続計測することにより、振動波形および固有振動数の振動特性の変化を、常時モニタリングできるシステムを構築する。

2.2 橋梁振動遠隔モニタリングシステムの概要

振動計で検出した計測現場の常時微動データの一部を、一定時間ごとに遠隔地の管理事務所（モニタリングルーム）に転送することにより、管理事務所における固有振動数の常時モニタリングを実現する。サーバPCは計測およびデータ送信用として、またクライアントPCはデータ受信および解析用としての機能を有するものである。遠隔モニタリングシステムの概要を図-1に示す。また、サーバPCとクライアントPC間のデータ転送および解析の流れを図-2示す。この流れに基づいて計測制御用のプログラムを仮想計測器ソフトウェアLabVIEW¹⁸⁾で作成した。表-1に橋梁振動遠隔モニタリングシステムの構成機器を示す。次項にサーバPC、クライアントPCの機能について記す。

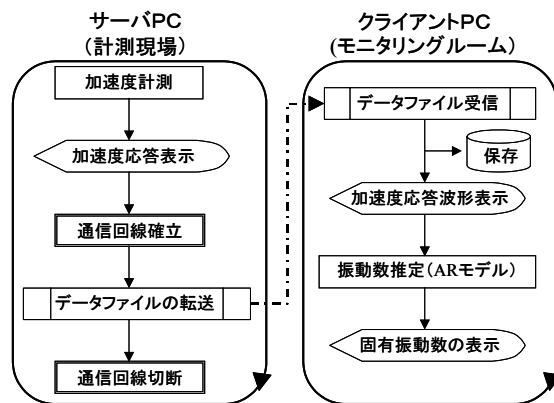


図-2 計測およびデータ転送の流れ

表-1 システム構成機器

機器	型式	備考
加速度センサ	707LF (TEAC)	低周波型電圧出力タイプ
圧電型加速度計用アンプ	SA-611 (TEAC)	感度: 10(mV/m/s ²) 周波数応答: 0.2~8kHz
BNC端子台	BNC-2110 (NI)	アナログ入力ch数: 8
A/D変換器	DAQ Card-6062E (NI)	アナログ入力ch数: 16, 分解能: 12bit
サーバPC	Tornado8000 (AKIA)	OS: MS Windows 2000 Professional SP4 CPU: Pentium4, RAM: 256MB
クライアントPC① (ノート型)	VGN-A61B (SONY)	OS: MS Windows XP Home Edition SP2 CPU: Pentium M (1.6GHz), RAM: 1GB
クライアントPC② (ハンドヘルド型)	VGN-UX50 (SONY)	OS: MS Windows XP Home Edition SP2 CPU: U1300 (800MHz), RAM: 512MB
データ通信機器 (PHS)	CH-S203C/TD (SII)	64kbps通信 (PIAFS), CFカードタイプ (Willcom: TwoLink Data使用)

2.3 サーバPCの機能

計測現場に設置する計測システムは、表-1に示すように、対象橋梁の常時微動を検知するための加速度センサ、加速度センサ用アンプ、A/D変換カード、また得られたデータを収録するためのノート型PCから構成される。本PCは管理事務所に常時微動データを送るためのデータサーバとして機能する。サーバPCと遠隔地の管理事務所に設置したクライアントPCの間には、PHSによるPPP(Point to Point Protocol)接続を適用した。通信速度は最大64kbpsである。常時微動データの収録に際し、サンプリング周波数100Hz、最大8chの入力が可能なシステムを構築した。加速度センサで検出した常時微動データは、サーバPC内に一時的に保存され、一部のデータを一定時間ごとにクライアントPCに送信する。使用したサーバPCおよびデータ通信カードを図-3に、また計測

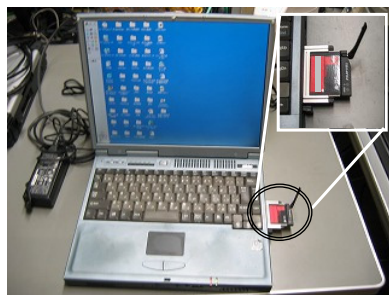


図-3 サーバ PC およびデータ通信カード



a) ノート型 PC



b) ハンドヘルド型 PC

図-5 クライアント PC

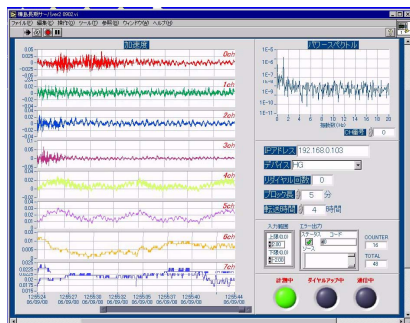
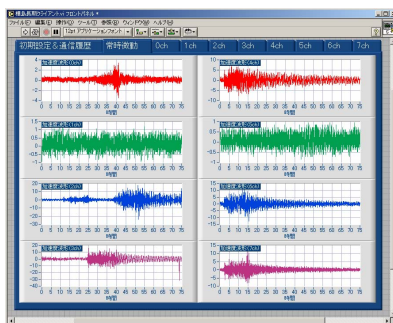
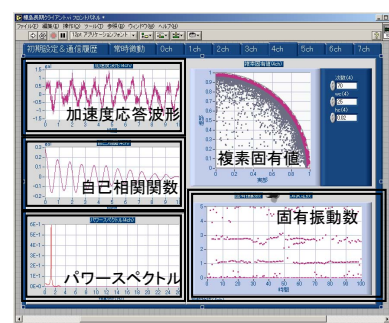


図-4 計測プログラム (サーバ PC)



a) 常時微動表示画面



b) 解析結果表示画面

図-6 計測プログラム (クライアント PC)

プログラムのフロントパネルを図-4 に示す。常時微動波形およびパワースペクトルが表示され、クライアント PC から任意に通信接続することにより、閲覧可能である。

2.4 クライアント PC の機能

1) クライアント PC の概要

クライアント PC は、上記のサーバ PC から送信されてきた常時微動データを受信し、解析および表示を行うための機能を有する。よって基本的な構成は、PC とデータ受信用の通信カードのみとなる。本システムではサーバとクライアントを 1 対 1 対応としており、通常はクライアント PC を管理事務所のモニタリングルームに設置した状態としている。モニタリングルームに常設する場合、多くの情報を効率よく確認できるよう、画面サイズおよび表示量を大きくするよう留意する必要がある。本計測では、ノート PC の中でも情報表示量が多い 17 型 WXGA+ (1440×900 ドット) の機種を適用した。図-5 a) はモニタリングルームに設置したクライアント PC である。大画面および高精細であるため複数のウィンドウを一度に表示できるなど、視覚的に情報把握したい場合には有効となる。その一方で、社会的な背景から、効率的に維持管理業務を実現できる環境を構築していくことが必要となる。例えば、担当技術者が屋外や出先にいるときでも、必要に応じて情報にアクセスできるユビキタス環境を構築することが望ましい。携帯電話画面を用いた遠隔モニタリングシステム¹³⁾をこれまでに開発してい

るが、その当時の携帯電話の画面サイズは 120×120 ドット程度であったこと、また携帯電話器（デバイス）自体の能力から、開発したシステムの機能はデータベースへのアクセスと必要最小の情報表示程度であった。技術発展に伴う PC デバイスのダウンサイジングと高機能化により、PC によるユビキタス環境の構築が実現可能である。図-5 b)にクライアント PC として使用したハンドヘルド型 PC (Windows XP Home Edition 搭載)を示す。表示画面は 4.5 型と小さいが WSVGA (1024×600 ドット) の解像度を有し、また振動解析を行うために十分な計算能力を有するため、移動型のクライアント PC として適用した。

2) AR モデルによる固有振動数推定

固有振動数の推定には AR モデル^{10,12,19,20)}を適用した。AR モデルによる振動特性推定の過程については付録に示した。まず常時微動データをもとに自己相関関数を計算し、AR モデル過程により AR モデルの係数パラメータ (付録 式(14)) を同定する。このとき AR モデルの次数 p を予め設定しておく必要がある。設定値については 3.3 に記す。AR モデルの特性方程式 (付録 式(18)) の解と振動数の関係より、構造系の固有振動数が求められる。

図-6 はクライアント PC 上の計測プログラム (フロントパネル) を示したものである。図-6 a)は受信した常時微動波形を表示したものである。図-6 b)は解析結果であり、画面左側には加速度応答波形、自己相関関数、パワースペクトルが表示されている。また画面右側には AR

モデルの特性方程式の解，および推定された固有振動数の軌跡が表示される．このように固有振動数を時系列表示することで，その変化を視覚的にとらえることができる．統計処理を施すことにより，固有振動数の長期的変化の評価が可能となる．

3. 実橋梁における橋梁振動遠隔モニタリング

橋梁構造物は，老朽化や損傷発生により全体剛性の低下へとつながり，その結果として固有振動数が低下する傾向にあると考えられる．しかし物理的な損傷劣化のみが振動特性に影響する以前に，気温や湿度などの外的環境要因によっても微小な変動が生じることが予想される．振動特性の変化から健全度診断を行うためには，予め外的環境要因が構造系の振動特性に与える影響について評価しておく必要がある．橋梁構造物の振動特性の変動について参照する資料は少ないため，そのような基礎データの蓄積も本研究の目的としている．

本研究では，前章に示した橋梁振動遠隔モニタリングシステムの実橋梁への適用とともに，固有振動数の年間変動に関する基礎データの蓄積を目的として，供用中の鋼ランガートラス橋の常時微動連続計測を行った．2006年1月から同年9月までに実施した断続的な計測結果から，年間変動について検討を行う．

3.1 対象橋梁

対象橋梁は樺島大橋（長崎市野母崎町）である．樺島大橋は橋長 227m（主径間 152m），鋼重 677t，4 主桁の下路式ランガートラス橋（RC 床版）である．完工年は 1985 年で架設後 20 年を迎える渡海橋であり，常時潮風の影響を受ける環境下にあるため，維持管理の必要性が高い橋梁として位置づけられる．遠隔モニタリングを行う管理事務所は，樺島大橋から約 25km 離れた長崎大学工学部とした．対象橋梁と長崎大学との位置関係を図-7 に，樺島大橋の外観を図-8 に示す．また 2 次元 FEM 解析で得られた樺島大橋の固有振動モードおよび固有振動数，また実測固有振動数²¹⁾を図-9 に示す．

3.2 計測装置の設置

図-10 に示す樺島大橋一般図の▲印で示した位置に，計 4ch 分の加速度センサを設置し（橋長 1/2 地点より Ch-0 ～Ch-4 と設定），常時微動（鉛直方向）の加速度を計測する．設置位置は外側主桁下フランジが横桁の上フランジと連結する箇所であり，図-11a)に示すように固定設置した．Ch-0 および Ch-3 のセンサの設置状況を図-11b)，c)に示す．加速度センサからサーバ PC までは同軸ケーブルによる有線接続とした．サーバ PC および加速度センサ用アンプはプラスチック製の容器に収納して，図-10 の■印の位置（橋長 1/2 地点）の検査路脇に固定設置した（図-12a）．サーバ PC および加速度計用アンプの収



図-7 対象橋梁架設位置

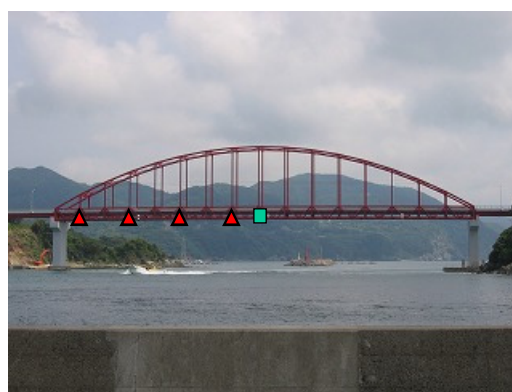


図-8 樺島大橋

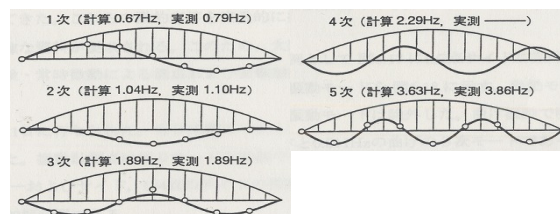


図-9 樺島大橋の固有振動モードおよび固有振動数²¹⁾

納状況を図-12b)，c)に示す．また同場所には計測装置に供給する電源(AC100V)を設置している．その供給源は本橋北西側の取付道路付近の分電盤である．

3.3 自動計測

樺島大橋の鉛直方向の加速度 4ch 分を，サンプリング周波数 100Hz でデータ収録を行った．長崎大学から樺島大橋の動態観測を行うため，本計測では PHS による 1 対 1 のデータ通信により遠隔モニタリングを行った．継続的に橋梁維持管理を行うためには，常時，計測データを観測できる体制を構築することが望ましいが，現場で記録したすべてのデータを管理事務所へ転送するためには，多額の通信コストを要することになる．そのため本計測

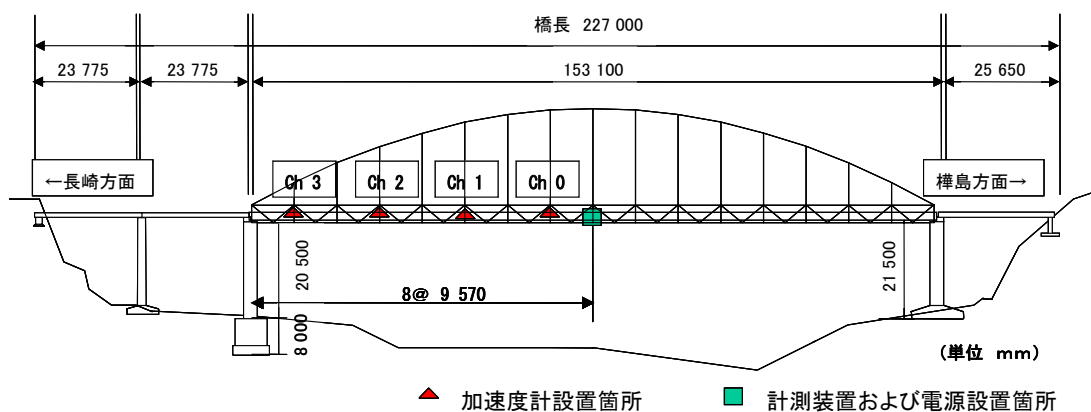
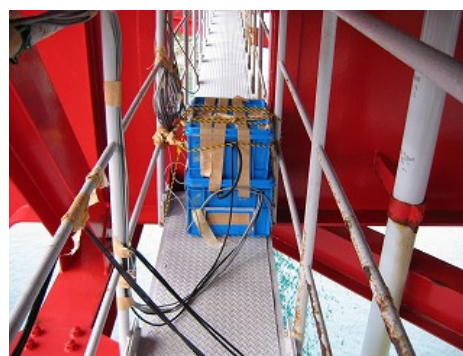


図-10 樺島大橋一般図および計測機器設置状況



a) 設置状況



a) 設置状況



b) Ch_0



c) Ch_3

図-11 加速度センサ設置状況



b) PC 収納状況



c) 加速度計用アンプ収納状況

図-12 計測装置設置状況

では、加速度データの転送を4時間ごとに行ない、比較的少量のデータから、定期的に固有振動数を算出するシステムとした。加速度応答は、5分間/chのデータを一回区分とし、各区分の最大振幅を算出する。データの転送を4時間毎に行い、設定時間間隔の中で最大振幅を有する5分間のデータ区分を転送の対象とする。よって6回/日のデータ転送が行われ、30分間/ch/日のデータがクライアントPCに蓄積することになる。因みに1回当たりの通信で送信するデータ容量は約1.5MBである。この加速度応答をもとに、30秒間を一回区分として固有振動数をARモデルにより算出する。ここでARモデルの次数(付録式(18))は経験的数値^{10,12)}を考慮して $p=60$ とした。図-13は携帯型PCで計測結果をモニタリングしている状況である。このように屋外でも手軽に計測情報を得ることが可能である。



図-13 計測結果モニタリング状況
(クライアントPC：ハンドヘルド型)

4. 振動数推定結果

4.1 固有振動数の推定軌跡

計測開始初期の2006年1月中旬から2006年9月初旬の約8ヶ月間断続的に計測した結果を示す。計測は4箇

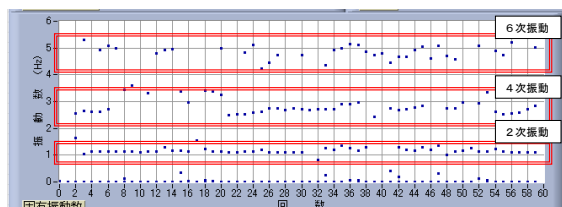


図-14 固有振動数

所で行ったが、ここでは固有振動数の推定が比較的明確であった Ch-0 における解析結果について示すこととする。加速度センサで検知した各 Ch の加速度応答は 10～15gal 程度であった。なお計測期間中、橋梁本体に影響を及ぼすような地震の発生、また交通事故等による橋体への損傷発生は確認されていない。また 1 年以内の期間に急激な劣化や損傷が生じることは考えにくいので、計測期間中の橋梁健全度は一定と仮定している。

図-14 は、Ch-0 で計測した常時微動をもとに、AR モデルで算出した 1 日分の固有振動数の軌跡（全体時間：30 分）である。縦軸は振動数、横軸は推定回数を示す。30 秒につき 1 回の固有振動数を算出するよう設定しているので、1 日あたり計 60 回分の固有振動数が算出される。図より 1Hz、3Hz、5Hz 付近に固有振動数が存在することが分かる。1 Hz および 3Hz 付近の固有振動数は図-9 における 2 次モード、4 次モードに相当すると推定できる。5Hz 付近の固有振動数は、かつて実施した計測結果¹⁾より 6 次振動モードに相当することを確認している。1 次モード（約 0.8Hz）をはじめ、その他のモードが観測できなかった理由は、センサ設置位置（Ch-0）が該当モードの節に近い位置であったためであると考えられる。

長期計測による固有振動数の変動を捉えるためには、明確に推定できる振動次数に着目する必要があるため、これらの固有振動数について抽出し、その経時的な変化について検討を行う。

4.2 固有振動数の経時変化

図-15 は対象期間の固有振動数を 1Hz、3Hz、5Hz 付近について抽出し、プロットしたものである。各データは、加速度応答 30 秒間（サンプリング周期：0.01sec）を 1 回区分として推定した固有振動数を、1 日ごとに平均処理したものである。ここで各振動数平均値の算出の際、予め設定した帯域幅内にある値を対象とした。各次振動数の帯域幅は、隣接する振動数および計測結果のばらつき具合を考慮し、2 次で±0.4Hz、4・6 次で±0.7Hz とした。また同図には、計測現場から約 4km とほど近い距離にある気象庁アメダス観測地点（野母崎：図-7）で記録した気温データ（日平均値）についても示した。計測期間中、電源供給上の問題、また計測装置収納箱内の熱による影響により、計測システムが稼動していない時期が生じた。そのため、1/11～2/6（冬季）、3/30～4/19（早春期）、5/27～6/25（晩春期）、8/29～9/7（夏期）の 4

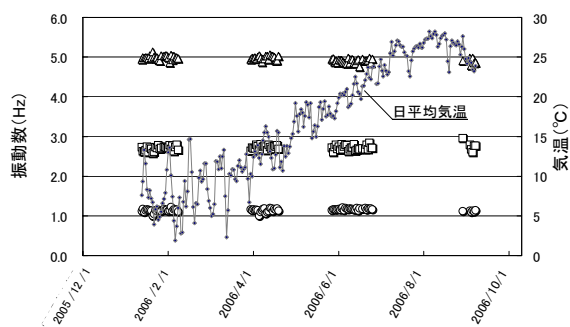
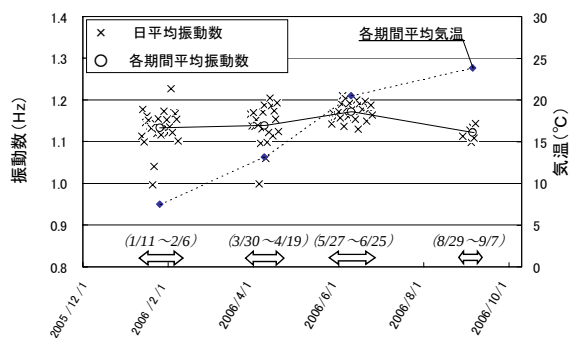
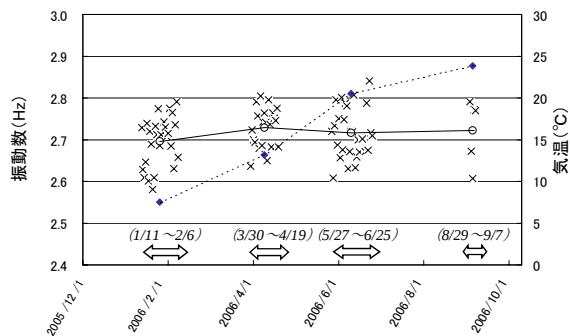


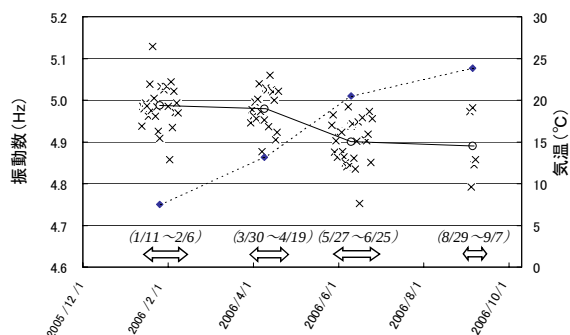
図-15 固有振動数の推移



a) 2 次振動数の推移



b) 4 次振動数の推移



c) 6 次振動数の推移

図-16 各次固有振動数の推移

表-2 固有振動数の推移（単位：Hz）

計測期間 (サンプル日数)	1/11～2/6 (26)	3/30～4/19 (21)	5/27～6/25 (28)	8/29～9/7 (5)
2次	1.134	1.139	1.172	1.123
4次	2.696	2.729	2.716	2.722
6次	4.987	4.980	4.901	4.890

期に分類して固有振動数の変動についてまとめることとした。ここに各期間におけるデータサンプル日数は 26 日, 21 日, 28 日, 5 日であった。固有振動数の変動状況を明確に表示するために, 各次の表示振動数範囲を小さくし, 低次から順に表示したものが図-16 a)~c)である。表示振動数範囲は 0.6Hz とした。図中の×印は日平均振動数, ○印は各期間平均振動数である。また同図には, 図-15 に示した気温データをもとに, 各期間の気温平均値の推移について示した。平均気温は計測開始時の 7 度付近から計測終期の 24 度付近へと約 17 度上昇したことが確認できる。各次振動数平均値を各期に分けて表示したものを表-2 に示す。

図-16 a)の 2 次振動に着目すると, 冬季から夏季への季節変化による影響はほとんどないことが分かる。この傾向は, 図-16 b)の 4 次振動についても同様であった。図-16 c)の 6 次振動については, 早春期から晩春季にかけて約 0.1 Hz の振動数の低下が見られた。この期間における外気温は 6~7 度程度上昇している。夏季の計測サンプル数は少ないため信頼度は低くなるが, 同様の数値を示していることが分かる。冬季から春季また夏季へと季節が変化することにより, 橋梁本体の各部材また支承の拘束条件に変化が生じたことが理由として挙げられる。詳細な検討は今後の課題とするが, 鋼材の材料特性の変化, 伸びによる影響, 各部材への熱応力の発生に伴うひずみ等が複合的に影響し, 全体剛性が微小ながら低下したことが原因であると考えられる。

一連の結果は, 1 月~9 月の冬季~夏季に至る期間中に計測した常時微動データをもとに固有振動数を算出し, 経時的変動を評価したものである。一連の計測では, 7~8 月の盛夏期における計測データが欠損していること, また秋季~冬季にかけての計測を実施していないため, 十分とは言えないが, 本計測結果から, 橋梁構造物の固有振動数が季節的に変動することを確認した。またその影響は低次より高次のほうが顕著であった。よって固有振動数の変化から健全度診断を行う場合には, 季節変動による影響を予め考慮しておく必要がある。引き続き計測を行い, その傾向を明らかにする必要があると考える。

5. まとめ

従来, 橋梁の長期モニタリングにより経時的な振動特性の変化について検証した例は少なく, 振動特性に着目した健全度診断の判断材料となる基礎資料が不足していた。そこで本研究では, 開発した構造物振動数モニタリングシステムを用いて, 構造物振動数の長期計測を実施し, 環境変化に伴う振動数の経時変化を明らかにした。振動数の変化から構造物の健全度状態を評価するためには, 温度変化についても考慮する必要があることがわかった。本論文をまとめると以下ようになる。

(1) AR モデルに基づく構造物振動特性推定システム, および移動体通信を用いた長期モニタリングシステムを開

発し, 実橋梁に適用した。管理事務所でのモニタリングに加え, 屋外でも手軽に計測情報を得るシステムとして実現した。

(2) 鋼ランガートラス橋の常時微動観測で得られた固有振動数の変動についての評価を行った。鋼ランガートラス橋の季節的な変動は, 低次に比べ高次に影響することを示唆する結果を得た。

(3) 振動数の変化から橋梁構造物の健全度評価を行うためには, 温度等の環境計測を同時に観測し, その影響を評価しておくことが必要であることを示した。

本研究では, 開発した遠隔モニタリングシステムを用いて実橋梁の固有振動数の観測を行った。今後は, 橋体温度等の計測項目を追加することにより, より詳細な検討をする必要があると考える。また計測システムについては耐久性と信頼性を高めていく必要がある。振動数が近接する場合に対応するため, 振動数の高精度推定が可能な構造同定法の適用についても検討していきたい。

最後に, 樺島大橋の計測に関してご協力を賜りました長崎県土木部の関係各位に謝意を表します。

付録 AR モデルによる振動特性推定

1 運動方程式の離散表示

m 自由度系の運動方程式は,

$$M\ddot{\mathbf{y}}(t) + C\dot{\mathbf{y}}(t) + K\mathbf{y}(t) = \mathbf{f}(t) \quad (1)$$

で与えられる。ここに $\mathbf{y}(t)$, $\mathbf{f}(t)$ は m 次元の変位ベクトルと外力ベクトルである。また $\mathbf{M}$, $\mathbf{C}$ および $\mathbf{K}$ はそれぞれ, 質量行列, 減衰行列および剛性行列である。減衰を比例減衰系と仮定すると, 非減衰系の振動モード行列 $\Phi(m \times m)$ により, $\mathbf{M}$, $\mathbf{C}$, $\mathbf{K}$ は対角化され, 振動モード行列 Φ と基準座標行列 $\mathbf{q}(t)$ により運動方程式(1)は次のように表される。

$$\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{H}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{\Omega}\mathbf{q} = \Phi^T \mathbf{f}(t) \quad (2-1)$$

$$\mathbf{y}(t) = \Phi \mathbf{q}(t) \quad (2-2)$$

ここに $\mathbf{q}(t)$ は m 次元ベクトルである。

状態変数を

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{q}(t) \\ \dot{\mathbf{q}}(t) \end{bmatrix} \quad (3)$$

で定義すると, 基準座標で表された運動方程式は状態方程式として,

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{f}(t) \quad (4-1)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \quad (4-2)$$

で表される。ここに各係数行列は,

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{\Omega} & -\mathbf{H} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \Phi^T \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = [\Phi \quad \mathbf{0}] \quad (5)$$

である。ここで $2m=n$ と示すと, $\mathbf{x}(t)$ は n 次元ベクトル, $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$ はそれぞれ, $(n \times n)$, $(n \times m)$, $(m \times n)$ 行列である。連続系の運動方程式を Δt で離散化すると,

$$\mathbf{x}_{k+1} = \hat{\mathbf{A}}\mathbf{x}_k + \hat{\mathbf{B}}\mathbf{f}_k \quad (6-1)$$

$$\mathbf{y}_k = \hat{\mathbf{C}}\mathbf{x}_k \quad (6-2)$$

となる．ここに $\mathbf{x}_k$, $\mathbf{f}_k$ および $\mathbf{y}_k$ は, それぞれ $t=t_k$ のときの $\mathbf{x}(t)$, $\mathbf{f}(t)$ および $\mathbf{y}(t)$ を表す． $\hat{\mathbf{A}}$, $\hat{\mathbf{B}}$ および $\hat{\mathbf{C}}$ は, 以下で表される．

$$\hat{\mathbf{A}} = e^{\mathbf{A}\Delta t}, \hat{\mathbf{B}} = \mathbf{A}^{-1}(\mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t} - \mathbf{I})\mathbf{B}, \hat{\mathbf{C}} = \mathbf{C} \quad (7)$$

2 ARMA モデルへの変換

1 入力 1 出力の系を考える．つまり状態方程式(6)の外力ベクトル $\mathbf{f}_k$ の代わりに f_k , 出力ベクトル $\mathbf{y}_k$ の代わりに y_k を考えると, 可観測行列は次式で構成される．

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{C}} \\ \hat{\mathbf{C}}\hat{\mathbf{A}} \\ \vdots \\ \hat{\mathbf{C}}\hat{\mathbf{A}}^{n-1} \end{bmatrix} \quad (8)$$

ここに, $\text{rank}[\mathbf{Q}] = n$ のとき式(6)の系は可観測となる．可観測行列 $\mathbf{Q}$ により $\mathbf{x}_k$ を可観測変換し, さらに操作を行うことにより ARMA モデルが得られる．

$$y(k) = -\sum_{s=1}^{n-1} a_s y(k-s) + \sum_{s=1}^{n-1} b_s f(k-s) \quad (9)$$

ここに a_s , b_s は行列 $\hat{\mathbf{A}}$, $\hat{\mathbf{B}}$ の各要素である．これらを導く一連の過程については, 既報 10), 12) を参照されたい．

3 AR モデルによる振動特性推定

ARMA モデルは次数 ∞ の AR モデルと等価であると考えられるので, 比較的次数の大きな AR モデルで ARMA モデルを近似する．

$$y(k) + \sum_{s=1}^p a_s y(k-s) = e(k) \quad (10)$$

観測データの時系列から以下に示す AR モデルの係数を同定し, 系の振動特性を推定することができる．

この AR モデルの係数 $a_1 \sim a_p$ は, 測定値である標本時系列 $y(k)$ ($k=0 \sim N$) により同定する．時系列 $y(k)$ の値を, 過去のデータ $y(k-1) \sim y(k-p)$ を用いた予測モデルで構成する．ここに $e(k)$ は外力を表す．予測値 $\hat{y}(k)$ を

$$\hat{y}(k) = -\sum_{s=1}^p \hat{a}_s y(k-s) \quad (11)$$

で表現したときの推定誤差 $e(k) = y(k) - \hat{y}(k)$, 推定誤差の二乗平均値 $J = E[e(k)^2]$ を最小にするように AR モデルの係数を決定する．

$$\frac{\partial J}{\partial a_s} = 0 \quad (s=1, \dots, p) \quad (12)$$

この結果, 以下の Yule-Walker 方程式が得られる．

$$\mathbf{R}\mathbf{a} = -\mathbf{r} \quad (13)$$

$\mathbf{a}$ は求める係数ベクトルである．

$$\mathbf{a} = [a_1 \ \dots \ a_p]^T \quad (14)$$

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} R_0 & \dots & \dots & R_{p-1} \\ R_1 & R_0 & & R_{p-2} \\ \vdots & & & \vdots \\ R_{p-1} & \dots & \dots & R_0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{r} = -\begin{bmatrix} R_1 \\ \vdots \\ R_p \end{bmatrix} \quad (15)$$

ここに R_s は測定データの自己相関関数である．式(13)の解として, AR モデルの係数 $\mathbf{a}$ が得られ, 予測誤差の二乗平均値は以下ようになる．

$$\sigma_e^2 = R_0 + \sum_{s=1}^p a_s R_s \quad (16)$$

時間遅れ演算子を z^{-1} とすると, 式(10)の伝達関数は,

$$y(k) = \frac{1}{1 + \sum_{s=1}^p a_s z^{-s}} e(k) \quad (17)$$

で表され, よって p 次の AR モデルの特性方程式は

$$z^p - a_1 z^{p-1} - \dots - a_p = 0 \quad (18)$$

となる．この根が構造系の固有値 λ_l を示す．離散系の l 次の固有値とモーダルパラメータとの関係は, 時間刻み Δ を用いると以下ようになる．

$$h_l \omega_l = (-1/\Delta) \ln \sqrt{(\lambda'_{\text{Re}})^2 + (\lambda'_{\text{Im}})^2} \quad (19)$$

$$\omega_l \sqrt{1 - h_l^2} = (-1/\Delta) \tan^{-1}(\lambda'_{\text{Im}} / \lambda'_{\text{Re}}) \quad (20)$$

両式より固有円振動数 ω_l と減衰定数 h_l を推定できる．

参考文献

- 1) 土木学会メンテナンス工学連合小委員会：社会基盤メンテナンス工学，東京大学出版会，2004．
- 2) 土木学会構造工学委員会 橋梁振動モニタリング研究小委員会：橋梁振動モニタリングのガイドライン，土木学会，2000．
- 3) Fu-Kuo Chang：Proceeding of the 3rd International Workshop on Structural Health Monitoring -The Demands and Challenges-, Stanford University, Stanford, CA., 2001．
- 4) 阿部雅人, 藤野陽三, 長山智則, 池田憲二：常時微動計測に基づく非比例減衰系の構造同定と長大吊橋への適用例，土木学会論文集，No.689/ I -57, pp.261-274, 2001．
- 5) ZHANG, J., SATO, T.: Non-linear hysteretic structural identification by utilizing on-line support vector regression, 土木学会論文集, Vol.62/No.2, pp.312-322, 2006．
- 6) C.S. Huang and H.L. Lin: Model identification of structures from ambient vibration, free vibration, and seismic response data via a subspace approach, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, vol.30, pp.1857-1878, 2001．
- 7) 星谷勝, 斉藤悦郎：線形多自由度系の動特性の推定，土木学会論文集，No.344/ I -1, pp.261-274, 1984．

- 8) 丸山収, 相沢旬, 星谷勝: ARMA モデルによる既存構造物の動特性の同定, 土木学会論文集, No.416/I-13, pp.439-447, 1990.
- 9) 岡林隆敏, 山森和博, 讃岐康博, 田村太一郎: 近接固有値を有する構造物の振動特性推定, 土木学会論文集, No.633/I-49, pp.93-102, 1999.
- 10) 岡林隆敏, 奥松俊博, 中宮義貴: 常時微動に基づく AR モデルによる構造物振動数の高精度自動推定, 土木学会論文集 No.759/I-67, pp.271-282, 2004.
- 11) 奥松俊博, 岡林隆敏, 房前慎一, 舩原祐樹, 大岩根健吾: 2 段階推定法による橋梁振動特性の高精度自動推定, 構造工学論文集 Vol.52A, pp.227-236, 2006.
- 12) 岡林隆敏, 奥松俊博, 中宮義貴: 高精度自動振動数推定システムによる構造物損傷の検知に関する実験的研究, 構造工学論文集 Vol.51A, pp.479-490, 2005.
- 13) 岡林隆敏, 糸永洋次郎, 木場俊郎, 奥松俊博: 携帯電話インターネット機能による遠隔振動モニタリングシステムの開発, 構造工学論文集 Vol.49A, pp.299-307, 2003.
- 14) Peeters, B., and De Roeck, G.: One-year monitoring of the Z24-Bridge: Environmental effects versus damage events, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.30, pp.149-171, 2001.
- 15) Catbas, F.N., and Aktan, A.E.: Condition and damage assessment: Issues and some promising indices, Journal of Structural Engineering, Vol.128(8), pp.1026-1036, 2002.
- 16) Ren, W.X., Zhao, T., and Harik, I.E.: Experimental and analytical modal analysis of steel arch bridge, Journal of Structural Engineering, Vol.130(7), pp.1022-1031, 2004.
- 17) Cremona, C.: Dynamic monitoring applied to the detection of structural modifications: A high-speed railway bridge study, Progress in Structural Engineering and Materials, Vol.6(3), pp. 147-161, 2004.
- 18) ロバート・ビショップ: LabVIEW プログラミングガイド: アスキー, 2005.
- 19) 中溝高好: 信号解析とシステム同定, コロナ社, 1988.
- 20) 片山 徹: システム同定, 朝倉書店, 2004.
- 21) 岡林隆敏, 原忠彦: 道路橋振動特性推定における衝撃加振法の適用, 構造工学論文集, Vol.34A, pp.731-738, 1988.

(2006 年 9 月 11 日受付)