

## 事前の主観的情報が劣化予測結果のベイズ更新に及ぼす影響

The Effects of Prior Subjective Information to Bayesian Updating Results of Deterioration Prediction

貝戸清之\*, 杉崎光一\*\*, 小林潔司\*\*\*

Kiyoyuki KAITO, Koichi SUGISAKI and Kiyoshi KOBAYASHI

\* 博(工) 株式会社ビーエムシー (〒261-7125 千葉県美浜区中瀬 2-6 WBG マリブウエスト 25 階)

\*\* 経済学修士 株式会社ビーエムシー (〒261-7125 千葉県美浜区中瀬 2-6 WBG マリブウエスト 25 階)

\*\*\* 工博 京都大学経営管理大学院 (〒606-8501 京都市左京区吉田本町)

As for the asset management of existing infrastructures, making a decision objectively for repair timings is an important issue, and the statistic deterioration prediction based-upon visual inspection data evaluated by multi-staged ratings will be one of the efficient way. However, most of infrastructure managers do not possess enough inspection data to carry out the statistic deterioration prediction with high accuracy. This study addresses a Bayesian updating methodology which can provides the prior estimates of the deterioration process by the expert's subjective and empirical judgments at the early stages, and revises them sequentially based on the additional data obtained through inspections. The proposed method is applied to the actual visual inspection data for painting deterioration of steel girders to verify the effects of the prior subjective information to Bayesian updating results of deterioration prediction.

*Key Words: Statistic Deterioration Prediction, Bayesian Updating, Prior Subjective Information  
Deterioration Rates, Visual Inspection*

キーワード: 統計的劣化予測, ベイズ更新, 事前の主観的情報, 劣化速度, 目視検査

### 1. はじめに

社会基盤施設に対するアセットマネジメントを実践する上で、ライフサイクル費用評価は、補修戦略の決定に多大な影響を及ぼす基幹技術である。とりわけ、永続的に供用され、かつ機能向上が予定されていない社会基盤施設に対しては、ライフサイクル費用評価の結果が補修戦略の意思決定に直結する<sup>1)</sup>。ライフサイクル費用の評価については、割引現在価値法<sup>2)</sup>を中心とするトータル費用の最小化、あるいは年間の平均費用の最小化<sup>3)</sup>を目的とする評価手法に大別することができ、豊富な研究蓄積がある<sup>2)-6)</sup>。さらに、ライフサイクル費用評価において補修タイミングを決定するための劣化予測手法に関しても研究が蓄積されており、近年著者らも目視検査データに基づく統計的劣化予測手法を提案してきた<sup>7)-11)</sup>。統計的手法は、膨大な劣化情報から劣化過程の背後に存在する規則性をモデル化する手法であり、管理対象とする社会基盤施設全体の平均的な劣化現象の把握を目的とする場合に適用される。

現在、社会基盤施設の検査では、非破壊検査技術<sup>12)</sup>、定量的診断技術や各種センサーを用いたモニタリング技術<sup>13)</sup>が著しく発展し、これらが数多く試行的に適用されている。しかしながら、膨大な数の社会基盤施設に対する画一的な検査を目的とする一次検査では、検査に要する時間と

費用面から依然として目視検査が主体的な役割を果たしている。目視検査データは、検査員が目視を通して社会基盤施設の健全度を多段階の数値等によってレーティング評価したものである。これらのレーティングは、検査員が社会基盤施設の置かれる使用条件や環境条件も加味した上での現状評価である。したがって、目視検査データを用いた統計的手法による劣化予測結果は、検査員が直感的に捉えている実際の劣化現象と整合性が高い。また、統計的劣化予測手法は、台帳と検査業務で獲得できる情報のみを利用して劣化予測を行う。そのため、別途現場で作業負担を強いることがないという実用性の高さにも特徴がある。一方で、統計的手法の問題点としては、1) 情報量不足、2) サンプル欠損、3) 測定誤差という3つの要因によって生じる予測精度(モデルの推定精度)の低下をあげることができる。このうち、本研究では1) 情報量不足に焦点を当てて、以降の議論を進める。

統計的劣化予測のうち、最も少ない情報量で高い推定精度を確保可能な手法として、マルコフ劣化ハザードモデルの非集計的手法<sup>9)</sup>がある。しかしながら、この場合であっても、推定には2,000個程度の目視検査データが必要となることが指摘されており、これ以外の手法では一般的に数千から数万個の目視検査データが必要となる<sup>8)</sup>。現状で統計的劣化予測手法の適用を阻む要因はこの点である。実際

に、十分な推定精度を確保できるほど、データの蓄積がある管理者は極めて少ないと考えられる。この点については、情報量が乏しい初期段階においては、蓄積情報に加えて専門技術者の経験や実績に基づいた先験的情報を与え、以後の情報の蓄積に応じて、劣化予測結果を逐次更新することが可能な方法論を構築しておくことが望ましい。

以上の問題意識の下、本研究では、統計的劣化予測結果をベイズ更新する手法を提案する。ベイズ更新を行うことにより、専門技術者による主観的情報と、数少ない劣化情報とを融合させることが可能となり、情報量不足に起因する予測精度の低下問題を克服することができる。なお、具体的な統計的劣化予測手法としては、同一構造物に対して実施された2回の目視検査データから算出される劣化速度に着目した予測手法<sup>7)</sup>を用いることとする。以下、2)で本研究の基本的な考え方を述べる。3)では、劣化速度に基づく統計的劣化予測手法の概要とベイズ更新について詳細を説明する。4)では、鋼桁の塗膜劣化に対する目視検査データを用いた劣化予測を通して、特に事前の主観的情報がベイズ更新結果に及ぼす影響について実証的に検証する。

## 2. 本研究の基本的な考え方

### 2.1. 目視検査データと劣化予測

社会基盤施設に対する非破壊検査技術<sup>12)</sup>、定量的診断技術や各種センサーを用いたモニタリング技術<sup>13)</sup>の開発が盛んに行われている。しかしながら、とりわけ橋梁のような大型構造物では、検査の簡便さ、迅速性および費用面から一次検査においては、目視が主体的な役割を果たしている。目視検査では、構造物管理者により評価基準は異なるものの、一般的には数値やアルファベット等を用いたレーティングによって健全度を評価する。前述したモニタリング技術等の急速な発展の背景には、少子高齢化による人材不足を見越した効率的な維持管理体制の構築や、定性的判断・評価から定量的判断・評価への移行を目指した動きがあるものと推察されるが、社会基盤施設に対する検査は今後も当面は目視が主体となることが予想できる。

一方、構造部材の劣化予測手法に関する研究は数多く蓄積されてきたが、実用段階まで到達した研究はわずかである。これは劣化予測が手法論の構築や劣化メカニズムの解明に偏重し過ぎ、劣化予測に必要な情報と実務で獲得できる情報との間に大きな乖離が存在したためと考えられる。劣化予測に必要な情報を獲得するために、検査の枠組みそのものが見直されることがないならば、現状の維持管理体制を踏襲した上で、そこから獲得される情報に基づいた劣化予測手法を構築することが肝要である。

### 2.2. 統計的劣化予測手法

目視検査データに基づく統計的劣化予測手法は数多く提案されているが、劣化過程の不確実性に対する考慮の有無、さらには推定方法が集計的であるか、非集計的であるか、に分類することができる。ここで、集計的手法とは社

会基盤施設群の全ての目視検査データを集計して何らかの平均化操作によりマクロ的な劣化を予測する手法を指す。一方、非集計的手法は、個々の社会基盤施設に対する目視検査データのみを用い、個々の特性を反映したミクロ的な劣化を予測する手法である。

不確実性を考慮しない確定論的手法の事例としては、Yanev, B.<sup>14)</sup>、貝戸ら<sup>7)</sup>の研究がある。Yanev, B.はニューヨーク市(以下、NY市と略記)の橋梁に対する目視検査データ(7段階のレーティング評価)から橋梁の劣化曲線を算出した。しかし、同時に、本手法では橋梁の過去における完全な検査履歴を把握していなければ、劣化予測結果が実際の劣化よりも緩やかになってしまうことも示した。この適用限界に関しては、その他の文献においても同様の報告がなされている<sup>15)</sup>。一方、貝戸らは同一橋梁に対する2回の目視検査データから得られる劣化速度に着目して、橋梁の平均劣化曲線を算出する手法を提案している<sup>10)</sup>。この方法の利点は過去の検査履歴が不明な場合であっても2回の目視検査データが得られていれば、前述の適用限界を克服した劣化予測が可能な点にある。

集計的にマルコフ推移確率を推定する一般的な方法は、サンプルの単純数え上げ<sup>16)17)</sup>である。例えば、武山等<sup>16)</sup>は、舗装の供用性指標として用いられていたPSI(連続値)を5段階の離散値に定義し直した上で、交通量別にマルコフ推移確率を推定している。しかしながら、これらの研究では目視検査間隔が全て均一であるという理想的な状態を暗に仮定している。これに対して、杉崎等<sup>8)</sup>は検査間隔の不均一性を考慮したマルコフ推移確率の推定方法を提案し、実データを用いた比較検討から検査間隔の不均一性を単純に無視できないことを示している。一方、マルコフ推移確率の非集計的手法としては、ハザードモデル<sup>18)19)</sup>を用いた研究がある。Michalani and Madanat<sup>20)</sup>は、2つの隣接するレーティングのみを対象として、マルコフ推移確率を指数ハザードモデルを用いて表現する方法を提案した。これとは独立に、津田等<sup>9)</sup>は、2つ以上の任意のレーティング間における推移状態を表現する多段階指数ハザードモデルを開発し、マルコフ推移確率を算出する一般的な方法を提案している。さらに、青木等<sup>11)</sup>は、劣化過程が過去の履歴に依存するような非斉次マルコフ過程に着目して、多段階ワイブル劣化ハザードモデルを用いた時間依存型の劣化予測手法を構築している。これらのハザード劣化モデルの利点は、各施設の固有の構造特性、環境条件や検査間隔の不均一性を考慮した、土木施設個々の劣化曲線を評価できる点にある。さらに、個々の予測結果に対して平均化処理を施すことにより、対象とする施設全体の平均的な劣化予測結果を得ることができる。

統計的手法は、物理的手法とは異なり劣化メカニズムを解明することなく、劣化過程の背後に存在する規則性を統計処理によりモデル化する点に特徴があり、マクロレベルで劣化特性を捉えるためには有用な方法である。また、モデルの汎用性と柔軟性に優れることから、実用性も極めて高い。しかしながら、統計的手法によって土木施設の劣化を予測する際には、1)情報量不足、2)サンプル欠損、3)

測定誤差という 3 つ要因によって生じ得る推定精度の低下に留意しなければならない。

このうち、情報量不足に関しては、集計的手法を適用する際に劣化モデルの推定精度を確保するためには数千、数万という膨大な目視検査データの蓄積が、また非集計的手法でも 2,000 程度のデータの蓄積が必要になると指摘されている<sup>89)</sup>。この問題点を克服するために、津田ら<sup>21)</sup>、貝戸・小林<sup>22)</sup>は、目視検査データの蓄積が十分でない初期段階においては専門技術者の先験情報と限定的な目視検査データを融合した形で予測結果を与え、データの蓄積とともに逐次予測結果を更新可能なワイブル劣化ハザードモデルとマルコフ劣化ハザードモデルのベイズ推定法をそれぞれ提案している。さらに実証分析を通して、正しい初期情報を与えることで 1 オーダー以上情報量を低減しても十分な推定精度を確保できることを示唆した。津田ら、貝戸・小林の提案した手法は、後の 3.2. で述べるように、推定対象となる未知パラメータの事前・事後分布を共役分布族に限定しない汎用的、かつ精度の高いベイズ推定法である。しかしながら、①共役分布族を仮定しないために解析的な取り扱いができない、②ベイズ更新をする際には過去の全蓄積情報をストックしておく必要がある、という欠点も有する。本研究では、上記の 2 つのベイズ推定法よりも推定精度が劣ることは認識しながらも、事前情報がベイズ更新結果に与える影響を解析的に分析することを目的として、未知パラメータの事前分布として共役分布族を仮定したベイズ更新法を提案する。したがって、適用する劣化予測手法についても、最も単純な統計的劣化予測手法である、劣化速度に着目した確定論的手法を採用することとする。

なお、サンプル欠損は、劣化が進行した社会基盤施設に対して補修が行われ、健全度が低いレーティング情報が欠損することにより、劣化予測結果にバイアスが生じる問題である。サンプル欠損に関しては、すでに非集計的手法に対する小林ら<sup>23)</sup>の研究がある。また、3 つ目の課題である、目視検査データに含まれる測定誤差に関しては、推定対象となるパラメータに確率誤差項を考慮した混合分布モデルとして測定誤差を表現することが可能であるが、別の機会に改めて発表したいと考えている。

### 2.3. ベイズ推定の必要性

ベイズ統計学<sup>24) 25)</sup>は、対象とする事象が生起する確率を推定するにあたり、専門技術者が事前に保有している情報、知識、経験等を活用し、事象を定義する未知パラメータの事前分布を主観的に決定する立場に立つ。ベイズ推定法では事前情報を積極的に活用できるために、サンプルが少ない場合にも未知パラメータの推定を行うことが可能であり、より多くの未知パラメータをモデルに採用することも可能となる。また、標本の追加に対しても容易にモデルを更新できるという優れた特徴を持っている。

現実のアセットマネジメントでは、過去の検査データの蓄積が十分ではなく、専門技術者の経験的判断に基づいて、劣化予測モデルを暫定的に設定せざるを得ない場合が少

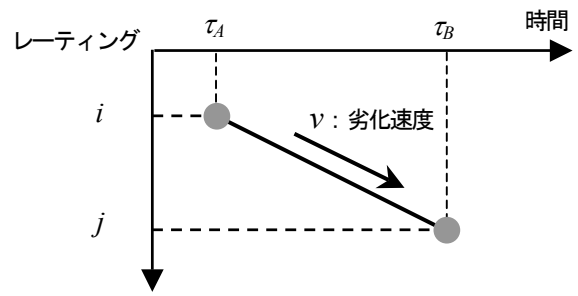


図-1. 目視検査データと劣化速度

なくない。また、社会基盤施設によっては、新しい技術や新材料の導入、または基準類の改定により、過去の劣化過程に関する情報が全く蓄積されていない場合もある。このような場合、個々の類似の施設を対象として作成した劣化予測モデルを、初期モデルとして暫定的に用いることも 1 つの方法である。あるいは、技術者の経験情報に基づいて、主観的に劣化予測モデルを設定せざるを得ない場合もある。いずれの場合にせよ、目視検査データが蓄積されていない段階で作成した初期モデルはあくまでも暫定的モデルであり、新しい検査データが利用可能になった段階で劣化予測モデルを逐次更新していく必要がある。ベイズ推定法を用いることにより、先験的な事前情報の有効利用、追加的データに基づいたモデルの更新を統一的な枠組みの中で実施することが可能となる。さらに、データが蓄積されるに従って、初期モデルを推定する際に用いた経験的判断の影響力が次第に薄れていき、長期的には客観的データに基づいて推定した劣化予測モデルに収束するという望ましい特性がある。また、このようなモデルの更新過程において、モデルの信頼性を統一的に評価するための分析的枠組みを提供するという利点を有している。

## 3. 劣化予測手法のベイズ更新手法

### 3.1. 劣化速度に着目した劣化予測手法

#### (1) 劣化速度の算出

社会基盤施設に対する目視検査の結果が、離散的に  $J$  段階のレーティングで評価されるケースを考えよう。任意時点で目視検査が実施され、当該部材の健全度が状態変数  $\tau_A$  として表されているものとしよう。状態変数  $h(\tau_A)$  はカレンダー上の実時刻  $\tau_A$  での目視検査結果であり、このときのレーティング評価が  $i$  ( $i=1, 2, \dots, J$ ) であれば、 $h(\tau_A)=i$  となる。なお、当該部材は、 $h(\tau_A)=1$  の時は新設状態であり最も健全度が高く、 $h(\tau_A)=J$  のときは使用限界とする。

いま、ある社会基盤施設に対して時点  $\tau_A$  と時点  $\tau_B$  で目視検査が実施されているものとする。それぞれの時点で獲得されたレーティングが  $i$  と  $j$  であったとすると、状態変数を用いて  $h(\tau_A)=i$  および  $h(\tau_B)=j$  と記述することができる。ただし、補修が実施されない限りレーティングは回復しないので、 $i \leq j$  が成立する。図-1 はこの状態を概念的に示

したものである。このとき、劣化速度  $v$  は、時点  $\tau_A$  と時点  $\tau_B$  の間で一定であると仮定すると、レーティングの時間的変化率

$$v = \frac{\{h(\tau_B) = j\} - \{h(\tau_A) = i\}}{\tau_B - \tau_A} \quad (1)$$

として表現することができる。劣化速度に対しては、 $i \leq j$  であるので、必然的に  $v \geq 0$  が成立する。なお、2 時点間で劣化速度が一定であると仮定できない場合には、劣化速度の時間依存性を考慮する必要がある。しかしながら、本研究で対象とする、耐用年数が 50 年～100 年の社会基盤施設において、通常の 1～2 年の目視検査間隔 ( $\tau_B - \tau_A$ ) は、劣化速度一定の仮定を満足し得ると考える。

## (2) 期待劣化パスの算出

目視検査の結果、総数を  $M$  個の検査サンプルが得られたとしよう。検査サンプルの  $m$  ( $m=1,2,\dots,M$ ) の情報  $e^m$  を次のように表す。

$$e^m = \{h(\tau_A^m) = i^m, h(\tau_B^m) = j^m, v^m\} \quad (2)$$

また、初回のレーティング  $h(\tau_A^m) = i^m$  が  $i$  に属する検査サンプルの総数を  $M_i$  ( $1 \leq i \leq J$ ,  $\sum_{i=1}^J M_i = M$ ) とする。このとき、初回のレーティングが  $i$  に属する検査サンプル  $e_i^k$  ( $k=1,2,\dots,M_i$ ) の劣化速度  $v_i^k$  の平均値は、

$$\bar{v}_i = \sum_{k=1}^{M_i} v_i^k / M_i \quad (3)$$

となる。これを平均劣化速度と呼ぶ。レーティング  $i$  から次段階のレーティング  $i+1$  までの距離を  $L_i$  (この場合には、 $L_i = (i+1) - i = 1$ ) と定義すれば、式(3)で与えられる平均劣化速度  $\bar{v}_i$  と、レーティング間距離  $L_i$  を用いて、レーティング  $i$  から  $i+1$  に到達するまでの平均時間を次式で表現することができる。

$$\bar{t}_i = L_i / \bar{v}_i \quad (1 \leq i \leq J-1) \quad (4)$$

したがって、最終的にレーティング 1 から  $J$  に至るまでの期待寿命は、各レーティングを通過する平均時間  $\bar{t}_i$  の総和となる。また、これを図示することで期待劣化パスが得られる (図-2)。

$$\bar{T} = \sum_{i=1}^{J-1} \bar{t}_i \quad (5)$$

本手法の利点は、2 回の目視検査を通して、レーティングと検査間隔に関する情報を獲得することができれば、期待寿命と期待劣化パスを算出できる点にある。過去の劣化経路や補修・補強履歴を把握する必要はなく、 $v \geq 0$  となる目視検査サンプルのみを採用すれば良い。

## 3.2. 劣化予測結果のベイズ更新

### (1) ベイズの定理

議論を単純化するために、目視検査データのうち、初回

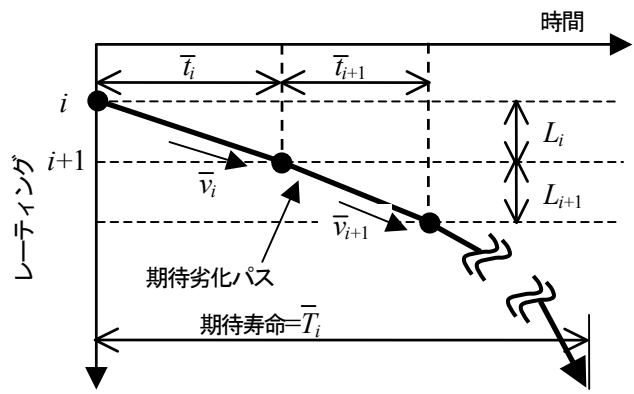


図-2. 期待劣化パス

のレーティングが  $i$  に属するケース、すなわち検査サンプル  $e_i^k$  ( $k=1,2,\dots,M_i$ ) のみに着目する。本研究においては、劣化予測の精度は、式(3)で与えられる劣化速度  $v_i^k$  の平均値  $\bar{v}_i$  の推定精度に依存している。当然ながら、劣化速度のサンプル数  $M_i$  が増加するにつれ、推定精度は向上するが、現状ではある程度の推定精度を確保できるだけの検査サンプルが蓄積されていることは稀である。そこで、劣化速度をある確率分布に従う確率変数  $V$  であると考え、その確率分布から抽出された観測値が  $v = (v_i^1, v_i^2, \dots, v_i^{M_i})$  であるとする。このとき、以下に説明するベイズの定理を利用して検査サンプルの不足を専門技術者の主観的情報により補う方法を提案する。

ベイズ統計学では、観測可能な変数 (観測データ) と、未知パラメータの間には基本的な差異はなく、全て確率変数であると考え<sup>26)</sup>。今回の場合では、観測データが劣化速度であり、未知パラメータが劣化速度の確率分布を特徴付ける母数である。観測データを  $v$ 、未知パラメータを  $\theta$  としよう。興味の対象は観測データを得た後の事後分布の確率密度関数  $\pi(\theta | v)$  であり、全てのベイズ推定の目的である。事後分布の確率密度関数は、条件付確率の定義より、

$$\pi(\theta | v) = \frac{f(\theta, v)}{f(v)} \quad (6)$$

と表すことができる。  $f(\theta, v)$  は、  $\theta$  と  $v$  の同時分布であり、さらに  $f(\theta, v)$  は、

$$f(\theta, v) = f(v, \theta) = f(v | \theta)\pi(\theta) \quad (7)$$

と展開することができる。式中、  $f(v | \theta)$  は未知パラメータで定義される確率分布から観測データ  $(v_i^1, v_i^2, \dots, v_i^{M_i})$  が抽出される条件付き同時確率密度関数、つまり尤度を表している。また、  $\pi(\theta)$  は未知パラメータに関する事前分布 (観測データが得られる前という意味での事前) の確率密度関数である。さらに、式(6)の  $f(v)$  は同時分布  $f(\theta, v)$  の  $v$  に関する周辺分布の確率密度関数で、

$$f(v) = \int_{\Theta} f(v | \theta)\pi(\theta)d\theta \quad (8)$$

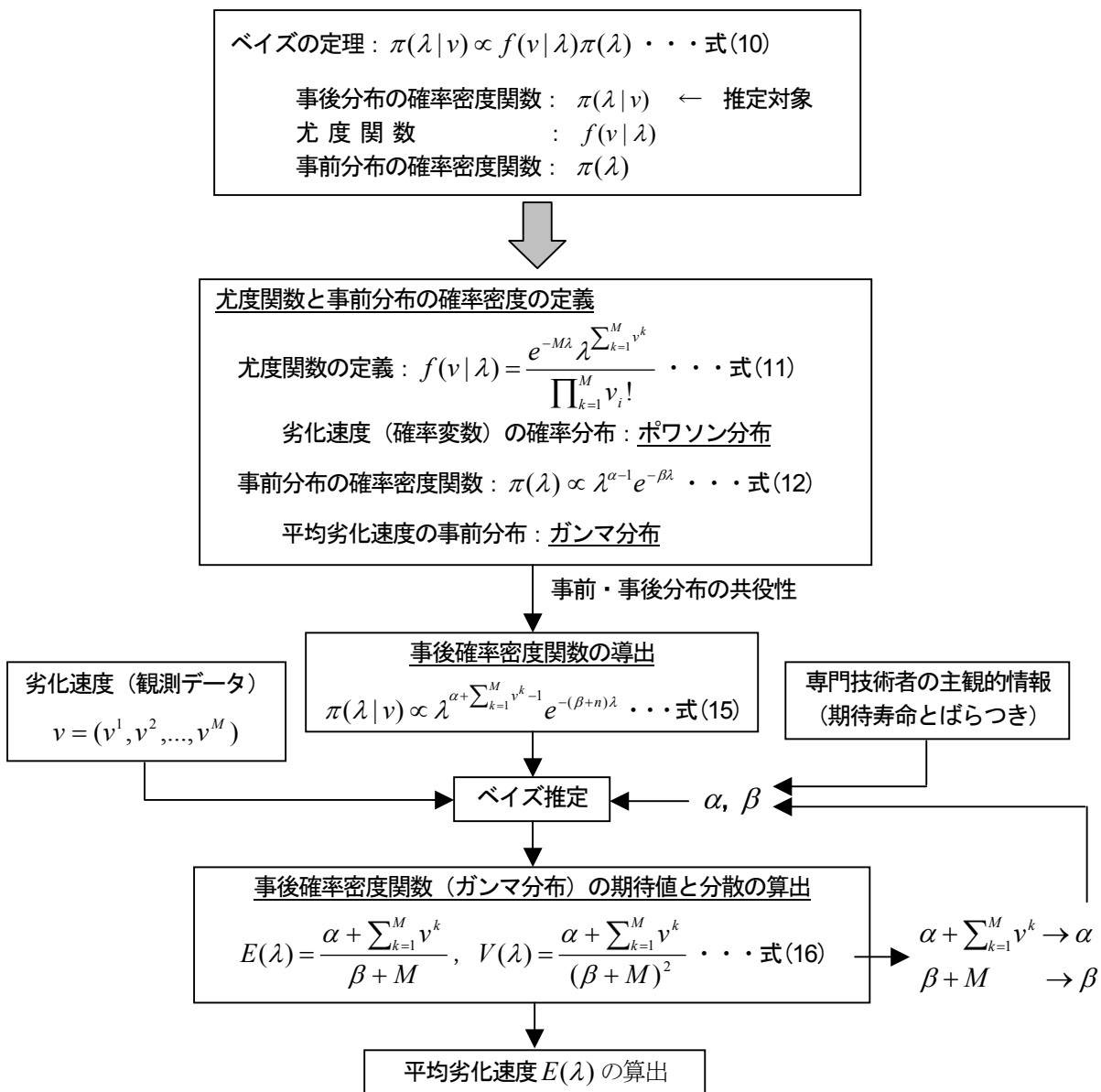


図3. 劣化速度のベイズ更新のフロー

となる。ただし、 $\Theta$ は $\theta$ の定義域を示す。式(7)(8)を考慮して、式(6)を再記すると、

$$\pi(\theta | v) = \frac{f(v | \theta)\pi(\theta)}{\int f(v | \theta)\pi(\theta)d\theta} \quad (9)$$

が得られる。これがベイズの定理である。ただし、分母は、 $\theta$ の範囲に関して分子を積分して得られる  $f(v)$  であり、基準化定数と呼ばれる。基準化定数は $\theta$ に依存しないことからこの項を無視して、式(9)のベイズの定理を簡略的に次式で表すこともできる。

$$\pi(\theta | v) \propto f(v | \theta)\pi(\theta) \quad (10)$$

ベイズの定理は、未知パラメータの事後分布の確率密度関数  $\pi(\theta | v)$  が、尤度  $f(v | \theta)$  と、未知パラメータの事前分布  $\pi(\theta)$  を用いて推定できるということを意味して

いる。したがって、観測可能な確率変数 (劣化速度)  $V$  の確率分布  $f(V | \theta)$  を特定し、その確率分布の未知パラメータ  $\theta$  が属する確率密度関数  $\pi(\theta)$  を事前分布として与えることができれば、 $\pi(\theta | v)$  を推定することができる。このとき、 $f(V | \theta)$  と  $\pi(\theta)$  の設定に専門技術者の主観的情報を積極的に活用することができる。以上より、4.で検証するように、正しい事前情報を与えることで劣化予測に必要なサンプル数を軽減させることが可能となり、アセットマネジメントの効率化に資することが期待できる。しかしながら、一方で、誤った事前情報を与えると、劣化予測の非効率性を生じさせる欠点も持ち合わせている点は留意しなければならない。

## (2) 共役分布族を用いたベイズ更新

本節においても、初回のレーティングが  $i$  である検査サ

ンプルのみを考える。劣化予測に際して、専門技術者が事前に与えることができる情報は、レーティング  $i$  から  $i+1$  に平均的に何年で劣化するか、またその平均劣化年数はどれくらいばらつくか、であろう。このことは、式(4)を考慮すると、劣化速度  $v = (v_i^1, v_i^2, \dots, v_i^M)$  の平均値と、平均値のばらつきに関する情報を事前に与えることと等価である（以下、記述を簡略化するために、 $v_i$ ,  $M_i$  の下添え字  $i$  は省略する）。

平均劣化速度を前節のベイズの定理に従って逐次更新する方法を具体的に説明する。なお、図-3 には、読者の便宜をはかるために、本節で提案するベイズ更新のフローを示すので併せて参照されたい。はじめに、劣化速度（観測データ）の確率分布として、ポワソン分布を仮定する。この理由は、①ポワソン分布が1つの未知パラメータ  $\lambda$  で定義することができるので取り扱いが容易であること、②ポワソン分布の期待値と分散がその  $\lambda$  に一致すること、③事前分布としてガンマ分布を採用すると分布の共役性により事後分布もガンマ分布として記述できること、があげられる。3.1.で説明したように、提案手法では平均劣化速度を算出することができれば、劣化予測が可能となる。したがって、今回のケースでは、ベイズ更新を行うことの興味の対象は平均劣化速度であり、劣化速度がポワソン分布から抽出された観測データとして扱える場合には、劣化速度の平均値はポワソン分布の期待値  $\lambda$  に他ならない。

ポワソン分布から劣化速度が独立に  $M$  個抽出されたという条件付き同時確率密度関数、すなわち尤度は、

$$\begin{aligned} f(v|\lambda) &= f(v^1, v^2, \dots, v^M | \lambda) \\ &= f(v^1 | \lambda) f(v^2 | \lambda) \dots f(v^M | \lambda) \\ &= \prod_{k=1}^M f(v^k | \lambda) = \prod_{k=1}^M \frac{e^{-\lambda} \lambda^{v^k}}{v^k!} \quad (11) \\ &= \frac{e^{-M\lambda} \lambda^{\sum_{k=1}^M v^k}}{\prod_{k=1}^M v_i!} \end{aligned}$$

として与えられる。ただし、ポワソン分布は離散分布であるので、確率変数は0以上の整数値を取る。したがって、劣化速度  $v$  は10倍して四捨五入した値を採用し、 $\lambda$  に関しても10倍した値を用いることとする。

また、未知パラメータ  $\lambda$  の事前分布がガンマ分布に従うと仮定すると、ガンマ分布（平均劣化速度の分布）の確率密度関数は、

$$\pi(\lambda) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \beta^\alpha \lambda^{\alpha-1} e^{-\beta\lambda} \quad \lambda, \alpha, \beta > 0 \quad (12)$$

となる。上式中、 $\alpha$  と  $\beta$  はガンマ分布を定義するパラメータである。いま、 $\alpha$  と  $\beta$  はともに既知であると考えれば、ガンマ分布は、

$$\pi(\lambda) \propto \lambda^{\alpha-1} e^{-\beta\lambda} \quad (13)$$

と記述できる。また、ガンマ分布の期待値と分散は、

表-1. 判定基準

健全度	状態
1	良好
2	許容範囲
3	潜在的な危険(構造物)
4	潜在的な危険(利用者)
5	崩壊

1 23.2%	2 43.5%	3 10.2%	4 20.9%	5 2.2%
------------	------------	------------	------------	-----------

図-4. レーティング比率

$$E(\lambda) = \alpha\beta^{-1}, \quad V(\lambda) = \alpha\beta^{-2} \quad (14)$$

である。

式(10)のベイズの定理に式(11)と式(12)を代入すると、未知パラメータ  $\lambda$  の事後分布の確率密度関数は、

$$\begin{aligned} \pi(\lambda|v) &\propto f(v|\lambda)\pi(\lambda) \\ &\propto \left\{ \frac{e^{-M\lambda} \lambda^{\sum_{k=1}^M v^k}}{\prod_{k=1}^M v^k!} \right\} \left\{ \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \beta^\alpha \lambda^{\alpha-1} e^{-\beta\lambda} \right\} \\ &\propto \left\{ e^{-M\lambda} \lambda^{\sum_{k=1}^M v^k} \right\} \left\{ \lambda^{\alpha-1} e^{-\beta\lambda} \right\} \quad (15) \\ &\propto \lambda^{\alpha + \sum_{k=1}^M v^k - 1} e^{-(\beta + M)\lambda} \\ &\propto \lambda^{\alpha'-1} e^{-\beta'\lambda} \end{aligned}$$

$$(\alpha' = \alpha + \sum_{k=1}^M v^k, \quad \beta' = \beta + M)$$

として表される。式(13)と式(15)の比較から明らかのように、未知パラメータの事後分布は、尤度にポワソン分布、未知パラメータの事前分布にガンマ分布を設定すると、事前分布と同じガンマ分布になる。事前分布と事後分布が同じ分布族になるような事前分布を共役分布族といい、事前分布が共役分布である場合には、事後分布の解析的な取り扱いが可能になる。以上より、観測データ  $v = (v^1, v^2, \dots, v^M)$  が獲得された条件の下での平均劣化速度の分布はガンマ分布  $G(\alpha', \beta')$  に従い、その期待値および分散は、

$$E(\lambda) = \frac{\alpha + \sum_{k=1}^M v^k}{\beta + M}, \quad V(\lambda) = \frac{\alpha + \sum_{k=1}^M v^k}{(\beta + M)^2} \quad (16)$$

与えられる。上式より、サンプル数  $M$  が増加するに従って、事前情報 ( $\alpha, \beta$ ) の影響が薄れていくことが理解できる。また、継続的に目視検査が実施され、劣化速度（観測データ）が新規に蓄積された場合には、前回の推定結果を今回の事前情報として置き換え ( $\alpha' \rightarrow \alpha, \beta' \rightarrow \beta$ )、再び上記の手順でベイズ推定を実施すればよい。以上のよ

うに、観測データの蓄積により逐次推定を行うことを本研究ではベイズ更新と呼ぶ。

なお、共役でない事前分布と事後分布を有する場合には、マルコフ連鎖モンテカルロ法<sup>26),27)</sup>を適用した、数値シミュレーションによりベイズ推定を行うことが可能である。

#### 4. 適用事例

##### 4.1. 適用事例の概要

鋼桁の塗膜劣化に対する目視検査データを用いて、3. で提案した手法の妥当性を検証する。目視検査を通して獲得されるレーティングは、塗膜劣化の表面積率を基準として、1 から 5 までの整数値で評価されたものである。レーティングの物理的な意味は、塗膜劣化という尺度で測った鋼桁の健全状態に対応し、数値が大きくなるほど劣化が進行していることを示す。ただし、腐食が確認された場合には、レーティングは自動的に 4、もしくは 5 となる。

適用事例は、以上のような目視検査体制の下、総数約 3,500 の鋼桁ウェブを対象として 1987 年から実施されている。今回の解析においては、6,683 個の劣化速度サンプルが得られた。なお、全てのレーティングの比率を図 4 に示す。レーティング 1 と 2 が総数の約 70% を占め、全体傾向としては塗膜が健全な状態に保たれていることがわかる。

##### 4.2. 劣化予測結果

はじめに、3.1 で述べた劣化速度に着目した統計的手法により塗膜劣化の予測を行う。算出した劣化期待値パスを図 5 に示す。期待寿命は 22 年、95%信頼下限で 7 年となった。ただし、期待寿命は式(5)により算出した。一方、95%信頼下限については、

$$v_i(\alpha) = \arg \max_{v_i^*} \left\{ \frac{\#(v_i^m \leq v_i^*, m \in M_i)}{M_i} \leq \alpha \right\} \quad (17)$$

より算出した。ただし、式中の arg は右辺を最大にする  $v_i^*$  を指定する記号であり、#は括弧内の論理式を満足する劣化速度の総数である。劣化予測の結果を考察すると、95%信頼下限は、施設管理者が定める現行の塗装周期の下限値とほぼ同じである。したがって、この劣化予測結果は、現在の塗装周期が妥当であることを定量的に説明する根拠の一つとなり得ると言えよう。

図 5 で用いた全ての劣化速度のヒストグラムを図 6 に示す。劣化速度 0.4 付近に 2 番目の小ピークを確認することができる。目視検査記録にはレーティングとともに劣化要因も記されているので、2 番目の小ピークを中心に劣化速度の大きなものに対して、要因分析を行った。その結果、桁端部での漏水に起因する腐食が劣化進展に多大な影響を与えることが判明した。そこで、桁端部での漏水が原因と断定できる目視検査サンプルを抽出し、そのサンプルのみを用いて再度劣化曲線を算出した。図 7 (a) に結果を示すが、95%信頼下限で 6 年、期待寿命でも 12 年足らずで

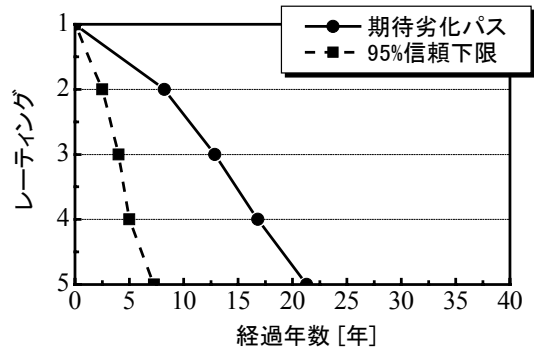


図-5. 塗膜劣化の劣化曲線

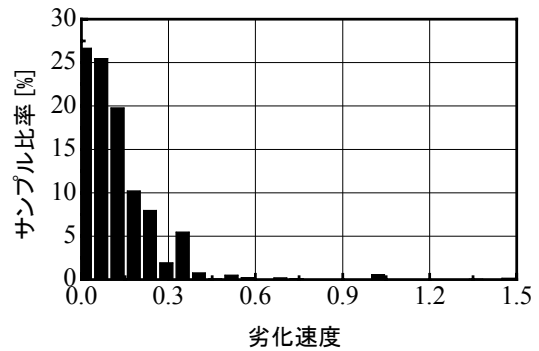
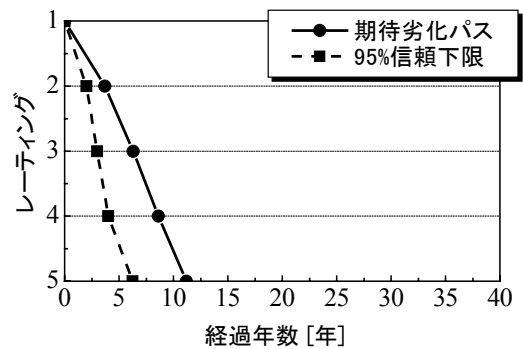
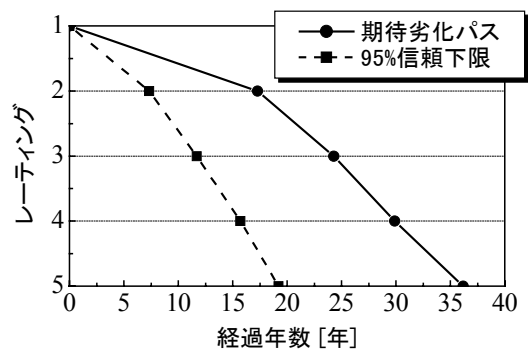


図-6. 劣化速度のヒストグラム



(a) 桁端部での漏水に起因する腐食データ使用



(b) 桁端部での漏水に起因する腐食データ除外

図-7. 塗膜劣化の劣化曲線

塗膜はレーティング 5 の許容限界に達するという結果が得られた。一方、**図-7(b)**は桁端部の漏水に起因する腐食と断定された検査サンプルを除いた残りの全てサンプルを用いて算出した期待劣化パスである。95%信頼下限は19年、期待寿命は36年であり、通常的环境下においては塗膜の耐久性は非常に高いことが期待できる。したがって、**図-7(a)(b)**の比較結果から、桁端部に対して重防食塗装などを実施して、桁端部での漏水に起因する腐食を予防的に防止することができれば、塗装周期を8年(現行の下限値)から20年まで延長できる可能性がある。重防食塗装を実施することで塗装の初期費用は多少かさむが、塗装周期を2.5倍に延長することができるならば、ライフサイクル費用の観点からは、有利になる場合があると考えられる。

### 4.3. ベイズ更新

レーティング*i*から*i+1*へ推移する平均時間 $\bar{t}_i$ を平均劣化速度で表現すると、式(4)となる。専門技術者が過去の経験や知識に基づいて、平均時間の期待値を評価することができれば、式(4)より平均劣化速度の期待値を算出することが可能となる。このとき、**3.2.**で述べたように平均劣化速度 $\lambda$ はベイズ推定の対象であり、ガンマ分布に従う確率変数である。

いま、具体的な平均劣化速度として、 $\hat{\lambda}$ を得たと考えよう。 $\hat{\lambda}$ は、専門技術者が主観的判断により与えたものであっても、目視検査を実施して算出したものであっても構わない。ここで、ガンマ分布に属する平均劣化速度の期待値と分散を、 $\hat{\lambda}$ を用いて、

$$E(\lambda) = \hat{\lambda}, \quad V(\lambda) = \rho \hat{\lambda} \quad (18)$$

と表す。分散は期待値を基準として専門技術者が $\rho$ の値を設定するものとする。この条件の下で、上式と式(14)より、ガンマ分布の母数 $\alpha$ と $\beta$ は、

$$\alpha = \rho^{-1} \hat{\lambda}, \quad \beta = \rho^{-1} \quad (19)$$

と確定する。これにより、事前分布を定義することができ、目視検査で獲得される劣化速度を観測データとする尤度を用いて、ベイズの定理より平均劣化速度の事後分布を推定する。さらに式(16)から劣化速度の期待値をベイズ更新することができる。

塗膜劣化に対する目視検査データのうち、レーティング1に属する劣化速度に再び着目しよう。劣化速度のサンプル数は4,095である。また、このときの平均劣化速度は0.1218であり、 $\hat{\lambda}_b = 0.1218$ をベンチマークとする。事前情報がベイズ更新に及ぼす影響を検証するために、ベンチマークを中心に平均劣化速度と分散を変動させ、それらを事前情報として与える。具体的には、平均劣化速度に対しては $\kappa \hat{\lambda}_b$ として表し、 $\kappa = 0.8, 0.9, 1.0, 1.1, 1.2$ を、分散に対しては $\rho \kappa \hat{\lambda}_b$ として $\rho = 0.01, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5$ を与えた。これらの平均劣化速度と分散の組み合わせを $(\kappa, \rho)$ で表すと、合計24ケースを事前情報として与えたことになる。以上の全24ケースを対象に、獲得した劣化速度の数と、

表-2. ベイズ更新結果 (D50 使用)

平均 分散	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2
0.01	-12.16	-6.69	-0.32	6.79	14.25
0.1	-2.97	-2.19	-0.14	2.57	4.05
0.2	-1.59	-0.96	-0.23	0.87	2.71
0.3	0.70	-0.88	-0.25	1.15	1.26
0.4	-0.29	-0.48	-0.15	0.43	0.79
0.5	0.55	0.43	0.02	0.16	1.57

表-3. ベイズ更新結果 (D500 使用)

平均 分散	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2
0.01	-2.78	-1.66	-0.11	2.05	3.74
0.1	-0.36	-0.30	-0.23	0.34	0.18
0.2	-0.03	0.04	-0.05	0.00	0.28
0.3	-0.18	-0.19	-0.01	0.16	0.24
0.4	-0.06	0.31	-0.10	0.29	0.28
0.5	0.00	-0.17	0.06	-0.18	0.09

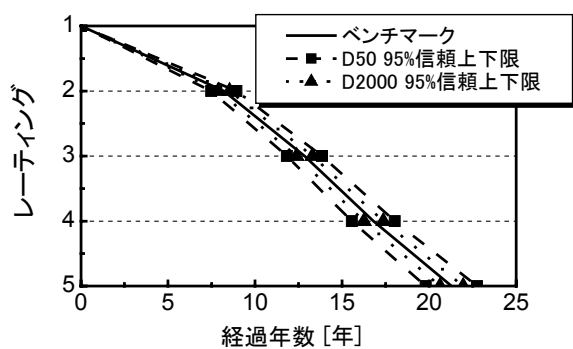
表-4. ベイズ更新結果 (D2000 使用)

平均 分散	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2
0.01	-0.64	-0.43	0.10	0.43	1.16
0.1	-0.01	-0.03	-0.01	0.01	0.05
0.2	0.16	-0.18	-0.06	0.02	-0.02
0.3	-0.02	0.13	0.07	0.18	0.01
0.4	0.11	-0.05	-0.04	0.05	0.01
0.5	0.08	-0.02	-0.06	0.05	0.10

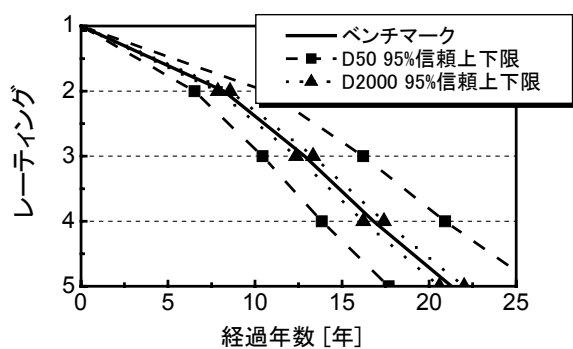
ベイズ更新による平均劣化速度の推移を確認しよう。具体的には、今回獲得された劣化速度に関する全サンプル4,095から無作為復元抽出により50, 500, 2,000の劣化速度を抽出し、擬似データベースD50, D500, D2000を作成する。さらに、この無作為復元抽出を繰り返し、それぞれの擬似データベースを1,000セット作成する。これらに対してベイズ更新を適用して、平均劣化速度を算出する。

ベイズ更新の結果を表-2~表-4に示す。表-2はD50、表-3はD500、表-4はD2000にそれぞれ対応する。表-2においては、平均劣化速度に対してベンチマークを与えた場合( $\kappa = 1.0, \rho = 0.01$ )には、50程度のサンプル数であっても、また分散を大きく(1.0, 0.5)とつても真値から0.5%以内の乖離に留まり、高精度な推定が行われていることがわかる。一方で、ベンチマークから大きく離れた平均劣化速度を事前情報として与えた場合(例えば、(0.8, 0.01) (1.2, 0.01))には、サンプル数が少ないために、事前情報の影響が強く受け、ベンチマークからの乖離が10%以上となるケースも存在する。なお、同表中のグレー部分はベンチマークからの乖離が1%以上のものを示している。つぎに、D500とした場合はD50よりも真値へ収束している傾向を確認することができる。例えば、ベンチ

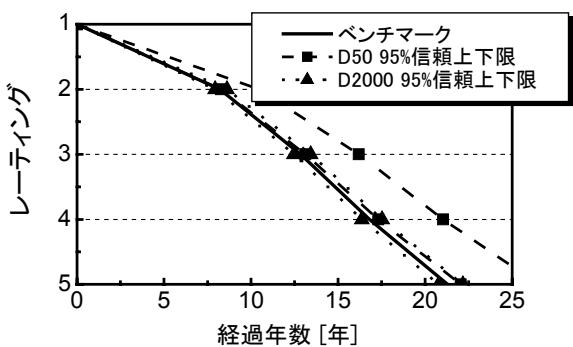




(a) 事前情報  $\kappa = 1.0, \rho = 0.01$  使用



(b) 事前情報  $\kappa = 0.8, \rho = 0.5$  使用



(c) 事前情報  $\kappa = 0.8, \rho = 0.01$  使用

図-8. 塗膜劣化の劣化曲線

マークからは大きく離れてはいるものの分散も大きいケース（誤った事前情報を弱い自信で与えたケース、 $(0.8, 0.5)$ ）はベイズ更新の結果、ベンチマークへ収束している。ところが、誤った事前情報を強い自信で与えたケース（ $0.8, 0.01$ ）では、依然として事前情報の影響を受けて1%以上乖離していることがわかる。さらに、D2000 程度になると、今回の事例ではほとんどのケースで乖離が1%以内に収まることわかる。

以上は、レーティング1に属する劣化速度のみを使用していた。そこで、この検討を拡張して、期待劣化パスへの影響を確認することとする。拡張手順は先述した手順を、レーティング ( $i=1, 2, 3, 4$ ) ごとに適用し、平均劣化速度

と信頼上下限を算出する。D50, D2000 の擬似データベースを用いて算出した期待劣化パスをそれぞれ図-8(a)～(c)に示す。図-8(a)は、ベンチマークを事前情報として与えたケース ( $\kappa=1.0, \rho=0.01$ ) である。劣化速度のサンプル数が50と2,000の95%信頼上下限に大きな差異はなく、少ないサンプルであっても推定精度が高いことがわかる。なお、期待劣化パスはベンチマークと完全に一致したために、表示していない。図-8(b)は、誤った事前情報を弱い自信で与えたケース  $(0.8, 0.5)$  である。この場合にはサンプル数が少ない50程度しか得られていない場合には95%信頼上下限の幅が大きくなるが、期待劣化パスはベンチマークとほぼ同じになる。サンプル数が2,000程度蓄積された段階では、図-8(a)と同程度の推定精度を得ることができる。一方、図-8(c)は、誤った事前情報を強い自信で与えたケース  $(0.8, 0.01)$  である。事前情報として遅い劣化速度を与えたために、擬似データベースD50を使用した場合には95%信頼下限を含め、全ての結果がベンチマークより大きくなっている。サンプルが2,000程度蓄積された時点での推定精度は、図-8(a)(b)と同程度まで回復している。しかしながら、サンプル数が少ない段階で、このような事前情報を与えて推定した期待劣化パスや信頼上下限を用いると、実際の劣化現象の方が予測結果よりも早くなってしまふという点に留意する必要がある。したがって、実用的には、事前情報に自信があるなしに係わらず、分散は大きい値 ( $\rho=0.3, 0.4, 0.5$ ) を設定しておくことが望ましいと言えよう。

## 5. おわりに

目視検査データに基づく統計的劣化予測手法の克服すべき課題の一つとして、情報量不足に起因する推定精度の低下問題がある。本研究では、劣化情報が蓄積されていない場合には、専門技術者の主観情報を事前情報として与え、客観的データの蓄積とともに逐次予測結果の更新を行うことが可能なベイズ更新手法を提案した。提案した手法を、鋼桁の塗膜劣化に対する目視検査データを用いた劣化予測に適用して、事前情報の影響が推定精度に及ぼす影響を確認した。その結果、専門技術者が正しい事前情報を与えたケース ( $\kappa=1.0, \rho=0.01$ ) では、数少ない劣化情報であってもベンチマークとほぼ同程度の精度を確保できることがわかった。一方で、誤った事前情報を強い自信で与えたケース ( $\kappa=0.8, \rho=0.01$ ) では蓄積され情報量によってはベンチマークが95%信頼区間外にはずれてしまうこともあり得る。

現状でアセットマネジメントを遂行するためには、劣化予測手法として統計的手法が採用されるケースも多いと考えられる。しかしながら、多くの構造物管理者では、統計的手法で高精度に劣化予測を行うために十分な目視検査データが蓄積されていないのも実情である。本研究では、1種類の統計的手法に対してベイズ推定法を適用したが、ベイズ推定はその他の手法へも適用が可能である。ベイズ

推定を活用し、有用な事前情報を与えることができれば、劣化予測における情報量不足の問題を解決することが可能となり、アセットマネジメントの効率性が向上することが期待できる。

なお、今回の検証は一つの事例への適用結果に過ぎない。今後の課題としては、より多くの実証分析を重ね、ベイズ推定および更新の課題を抽出して、解決することで有効性と実用性を高めていく必要がある。また、本研究のベイズ推定は事前・事後分布に共役分布族を採用した。実際には、共役分布族として扱えない場合も多い。すでに、津田ら<sup>21)</sup>、貝戸・小林<sup>22)</sup>は共役分布族が存在しないワイブル劣化、マルコフ劣化ハザードモデルのベイズ推定法をMCMC法の一つである、ギブズサンプリング法により試みている。しかしながら、ギブズサンプリング法も条件付事後確率密度関数が対数凹関数でない場合には適用が困難となる。したがって、より汎用性の高いメトロポリス・ヘイスティング法<sup>26)27)</sup>によるベイズ推定法を開発するなど、それぞれの手法の欠点を互いに補間できるように、ベイズ推定ツールを開発しておく必要がある。

## 参考文献

- 1) 小林潔司：分権的ライフサイクル費用評価と集計の効率性，土木学会論文集，No.793/IV-68，pp.59-71，2005。
- 2) 織田澤利守，石原克治，小林潔司，近藤佳史：経済的寿命を考慮した最適修繕政策，土木学会論文集，No.772/IV-65，pp.169-184，2004。
- 3) 貝戸清之，保田敬一，小林潔司，大和田慶：平均費用法に基づいた橋梁部材の最適補修戦略，土木学会論文集，No.801/I-73，pp.83-96，2005。
- 4) 貝戸清之，阿部允，公門和樹，藤野陽三：ストック価値を考慮したトータルコスト最小化に基づく橋梁マネジメント，構造工学論文集，土木学会，Vol.47A，pp.991-998，2001。
- 5) 保田敬一，小林潔司：BMSにおける点検結果と状態推移確率がLCCに及ぼす影響，建設マネジメント論文集，Vol.11，pp.111-122，2004。
- 6) 青木一也，貝戸清之，小林潔司：ライフサイクル費用評価が複数橋梁の劣化・補修過程に及ぼす影響，土木計画学・研究論文集，土木学会，Vol.23，2006。（登載決定）
- 7) 貝戸清之，阿部允，藤野陽三：実測データに基づく構造物の劣化予測，土木学会論文集，No.744/IV-61，pp.29-38，2003。
- 8) 杉崎光一，貝戸清之，小林潔司：目視検査周期の不均一性を考慮した統計的劣化予測手法の構築，構造工学論文集，土木学会，Vol.52A，pp.781-790，2006。
- 9) 津田尚胤，貝戸清之，青木一也，小林潔司：橋梁劣化予測のためのマルコフ推移確率の推定，土木学会論文集，No.801/I-73，pp.68-82，2005。
- 10) 青木一也，山本浩司，小林潔司：劣化予測のためのハザードモデルの推計，土木学会論文集，No.791/VI-67，pp.111-124，2005。
- 11) 青木一也，山本浩司，津田尚胤，小林潔司：多段階ワイブル劣化ハザードモデル，土木学会論文集，No.798/VI-68，pp.125-136，2005。
- 12) 例えば，土木学会メンテナンス工学連合小委員会編：社会基盤メンテナンス工学，東京大学出版会，2004。
- 13) 例えば，Los Alamos National Laboratory: A Review of Structural Health Monitoring Literature: 1996-2001, LA-13976-MS, 2004。
- 14) Yanev, B.: Life-Cycle Performance of Bridge Components in New York City, *Proceedings of Recent Advances in Bridge Engineering*, pp.385-392, 1997。
- 15) 例えば，Abed-Al-Rahim, I.J. and Johnston, D.W.: Bridge Element Deterioration Rates, *Transportation Research Record 1490*, pp.9-18, 1995。
- 16) 武山泰，嶋田洋一，福田正：マルコフ連鎖モデルによるアスファルト舗装の破壊損傷評価システム，土木学会論文集，No.420/V-13，pp.135-141，1990。
- 17) 小牟禮建一，濱田秀則，横田弘，山路徹：RC 橋上部工の塩害による劣化進行モデルの開発，港湾空港技術研究所報告，Vol.41，No.4，pp.3-37，2002。
- 18) Lancaster, T.: *The Econometric Analysis of Transition Data*, Cambridge University Press, 1990。
- 19) Gourieroux, C.: *Econometrics of Qualitative Dependent Variables*, Cambridge University Press, 2000。
- 20) Mishalani, R. and Madanat, S.: Computation of infrastructure transition probabilities using stochastic duration models, *Journal of Infrastructure Systems*, ASCE, Vol.8, No.4, 2002。
- 21) 津田尚胤，貝戸清之，山本浩司，小林潔司：ワイブル劣化ハザードモデルのベイズ推計法，土木学会論文集 F，Vol.62，No.3，pp.473-491，2006。
- 22) 貝戸清之，小林潔司：マルコフ劣化ハザードモデルのベイズ推定，土木学会論文集 A（投稿中）
- 23) 小林潔司，熊田一彦，佐藤正和，岩崎洋一郎，青木一也：サンプル欠損を考慮した舗装劣化予測モデル，土木学会論文集 F（搭載決定）
- 24) 繁柳算男：ベイズ統計入門，東京大学出版会，1985。
- 25) 渡辺洋：ベイズ統計学入門，福村出版，1999。
- 26) 和合肇偏：ベイズ計量経済分析 マルコフ連鎖モンテカルロ法とその応用，東洋経済新報社，2005。
- 27) 伊庭幸人他：統計科学のフロンティア 12 計算統計Ⅱ マルコフ連鎖モンテカルロ法とその周辺，岩波書店，2005。

(2006年9月11日受付)