構造工学論文集 Vol.53A(2007 年 3 月)　土木学会

水平２方向の連成を考慮した鋼製橋脚の地震時弾塑性応答解析手法の開発

Development of seismic elasto-plastic response analysis method of steel piers in horizontal 2 directions

永田和寿*，丸山貴史**，　杉浦邦征***，後藤芳顯****
Kazutoshi Nagata, Takashi Maruyama, Kunitomo Sugiura and Yoshiaki Goto

*博士（工学）　名古屋工業大学大学院助教授　工学研究科社会工学専攻（〒466-8555　名古屋市昭和区御器所町）
**東亜システム株式会社（〒480-1131　愛知県愛知郡長久手町長湫野田農 85-1）
*** Ph. D. 京都大学大学院教授　工学研究科社会基盤工学専攻（〒615-8540　京都市西京区京都大学桂）
****工博　名古屋工業大学大学院教授　工学研究科社会工学専攻（〒466-8555　名古屋市昭和区御器所町）

The 1995 Hyogoken-Nanbu Earthquake caused severe damage to civil infrastructures, including buildings, roadways, railways, subways, port facilities and so on. The ground motions observed during the Hyogoken-Nanbu Earthquake were very strong and its intensity of ground acceleration was very large in all three components that are the North-South, East-West and Up-Down components, so that the complex spatial response of structures has been reported. It is strongly recommended that the development of the reliable seismic design methodology should be made based on the full understandings of the spatial behavior of structures subjected to 3D ground motions. A simple mass-spring-dashpot model for evaluating the response of structures subjected to bidirectional ground motions was proposed, wherein the elasto-plastic stiffness was defined based on the strength interaction curve in conjunction with basic principles of the theory of plasticity. The proposed simple model was shown to be capable of accurately predicting the bidirectional response of structures.

Key Words: steel piers, seismic response behavior, horizontal 2 directions
キーワード：鋼製橋脚，地震時応答性状，水平 2 方向

1. はじめに

現行の道路橋示方書・同解説Ｖ耐震設計編[1]では，水平面内の地震時挙動に対して任意方向の慣性力は水平2方向の慣性力の作用として表すことができ，これら2方向の慣性力を独立に作用させてよいと規定されている．そのため，鋼製橋脚の耐震性は，一般に橋軸方向と橋軸直角方向の地震波の１方向入力に対してそれぞれ独立して耐震性が照査されている．

しかし，実際の地震波は３方向の成分を有しているため，鋼製橋脚に要求される耐震性を確実に照査するためには地震波のこれらの成分の連成を考慮した検討が必要である[2]．1995年に起きた兵庫県南部地震では，鋼製橋脚も甚大な被害を被ったが，構造物の３次元的な挙動による被害が多数報告されており[3]，この３次元的な実現象を正確に把握することが，合理的な耐震設計法を確立する上で重要である．鋼製橋脚に関しては従来積極的な研究が行われ，震災後も更に研究が深められ，合理的な耐震設計法は確立されつつある[4]．しかし，地震波の多方向入力による鋼製橋脚の弾塑性応答性状に関しては未解明の部分が多く，その解明が求められている．

そこで，多方向成分の地震波を同時に受けた場合の鋼製橋脚の弾塑性挙動に関して，水平面内における鋼製柱の静的な繰り返し載荷実験や弾塑性有限変位解析により詳細に検討した研究が行われた[5),6),7)]．また，曲げせん断変形とSt．Vennantのねじりを考慮したTimoshenko立体はり要素を用いたファイバーモデルに基づく精緻な動的複合非線形解析やハイブリッド実験により鋼製橋脚の３次元挙動に関する研究が行われた[8]．さらに，兵庫県三木市に防災科学技術研究所の実大３次元震動破壊実験施設（E-ディフェンス）が建設され，構造物の３次元挙動の解明に関して有益な成果を上げつつある[9]．

このように鋼製橋脚の３次元地震応答性状は徐々に明らかにされており，本研究においてもこれまでに水平2方向に地震力を受ける角形鋼製橋脚の弾塑性応答性状に関する研究[10]により，京都大学において開発された３次元構造物試験装置[11]を用いた１方向および水平2方向地震動に対する鋼製橋脚のハイブリッド地震応答実験を実施し，水平2方向に地震力を受けた際の弾塑性応答性状について詳細に検討を行った．さらに，塑性力学の分野で用

いられている構成則のアナロジーを適用し，水平2方向の連成を考慮した2自由度の１質点ーバネモデルによる，塑性勾配のない完全弾塑性型の断面力構成則を用いた鋼製橋脚の弾塑性応答解析手法を提案し，その簡易解析手法の有効性を確認した.

塑性勾配を考慮した構成則のアナロジーを適用した断面力構成則による解析手法では塑性に伴う力学現象を完全に表現できず，加工硬化や軟化の塑性勾配を有する水平2方向の連成を考慮した弾塑性応答性状を完全に求めることはできない．しかし，構造物の巨視的な挙動を追跡するために，構造部材の復元力特性を定式化することの重要性は，有限要素法等に代表されるような微視的な解析方法が進歩しても構造物の応答性状を把握するための有力な手段である[12]．そこで，本研究ではこの構成則のアナロジーを用いた水平2方向の連成を考慮した硬化による塑性２次勾配を有する2自由度の１質点ーバネモデルの弾塑性応答解析手法による解析の妥当性と適用限界について検討することを目的とした．本論文では，すでに２方向の連成を考慮した定式化が行われている完全弾塑性型の剛性マトリックスの定式化に加え，塑性２次勾配を考慮した等方硬化則および移動硬化則による剛性マトリックスの定式化を行い，それらの剛性マトリックスを用いた水平2方向に地震力を受ける鋼製橋脚の弾塑性応答解析を実施し，検討を行っている.

2. 解析概要

2.1 モデル化と運動方程式

本研究では，水平２方向に地震力を受ける鋼製橋脚の弾塑性応答性状を解明するため，その動的特性を１質点と２方向のバネとダッシュポットでモデル化した．この２自由度系の運動方程式を式(1)に示す.

$$M\ddot{X} + C\dot{X} + F = -M\ddot{Z} \tag{1}$$

ここで,

$$M = \begin{pmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{pmatrix} ,\quad C = \begin{pmatrix} c_x & 0 \\ 0 & c_y \end{pmatrix} ,\quad F = \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \end{pmatrix}$$

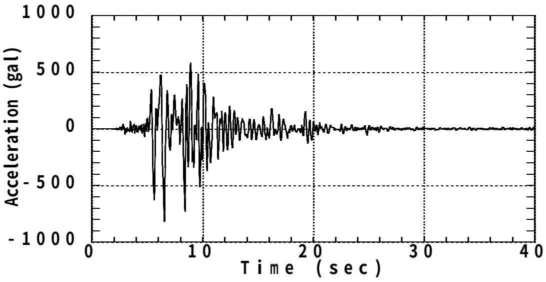
$$\ddot{X} = \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{pmatrix},\quad \dot{X} = \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix},\quad \ddot{Z} = \begin{pmatrix} \ddot{z}_x \\ \ddot{z}_y \end{pmatrix}$$

$\ddot{X}$，$\dot{X}$，$\ddot{Z}$ は地表に対する上部構造重心位置の水平２方向における相対加速度, 相対速度, 入力地震加速度であり，M，C，F は質量マトリックス，減衰マトリックス，復元力マトリックスである．ここで，添字 x と添字 y はそれぞれ橋脚の X 方向および Y 方向に関する変数を表している. 表-1 に応答解析に用いた実構造物における構造諸元を示す．鋼製橋脚の X 方向と Y 方向の固有周期は，それぞれ 0.855sec，1.17sec である．減衰マトリックスは解析において式(1)に示すように X 方向と Y 方向で独立とし，減衰係数は表-1 の諸元を用いて，$2h\sqrt{km}$ により算出した.

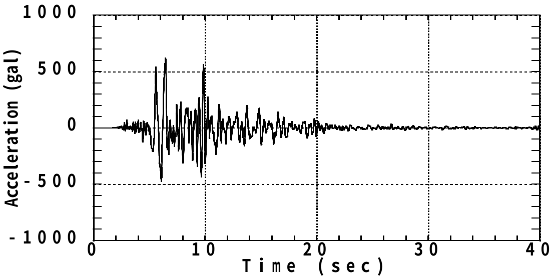
2.2 時刻歴応答解析と入力地震波形

表-1 構造諸元

	単位	X 方向	Y 方向
質量 m	ton	1,179	
減衰定数 h	-	0.02	
弾性剛性 k	kN/mm	63.74	33.88



(a)NS 成分



(b)EW 成分

図-1 神戸海洋気象台で観測された波形
（本解析では 15 秒間入力）

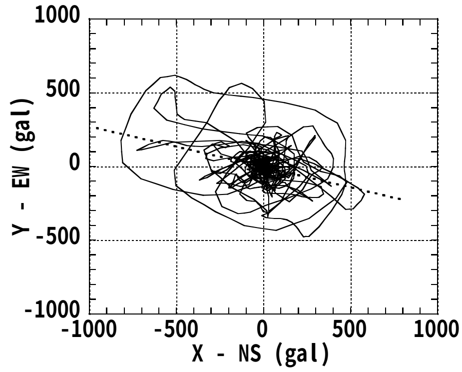


図-2 X-Y 平面における入力加速度の軌跡

時刻歴応答解析は Newmark のβ法（β=1/6）を用い，塑性力学の分野で用いられている構成則のアナロジーを適用した水平２方向の連成を考慮した弾塑性剛性マトリックスを逐次更新しながら，弾塑性応答解析を行った．本研究では兵庫県南部地震時に神戸海洋気象台で観測された NS 成分および EW 成分の加速度をそれぞれ X 方向と Y 方向に入力した. これらの時刻歴波形および X-Y 平面の軌跡をそれぞれ図-1 および図-2 に示す. 図-1 よりこの地震の主要動は 15 秒程度でほぼ収まるため，本解析では初めの 15 秒用いた時刻歴応答解析を行った．また,

図-2 より鋼製橋脚は時々刻々様々な方向から地震動を受けていることがわかる．これら地震波のデータ間隔が 0.02sec であるが，これらのデータを線形補間し，剛性変化点での計算精度を向上させるため，積分時間間隔を 0.002sec とした．

3. ２方向の連成を考慮した弾塑性剛性マトリックスの定式化

3.1 解析手法の概要

式(1)において復元力の増分ΔFは，次式で表すことができる．

$$\Delta F = \begin{Bmatrix} \Delta F_x \\ \Delta F_y \end{Bmatrix} = K \cdot \Delta X = K \cdot \begin{Bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{Bmatrix} \tag{2}$$

ここで，Kは剛性マトリックスであり，Δx，Δyはそれぞれの方向の増分変位である．弾性範囲内においては，2 方向の相互作用が生じないため，非対角項はゼロである．したがって，

$$K_e = \begin{bmatrix} K_x & 0 \\ 0 & K_y \end{bmatrix} \tag{3}$$

と表すことができるが，塑性領域においては 2 方向の相互作用が生じるため，剛性マトリックスは式(3)とは異なる．ここで，降伏曲面の関数を G, 2 方向の初期降伏復元力を F_{x0}, F_{y0}とし，塑性時における剛性マトリックス K_p を求める必要がある．塑性剛性マトリックスの定式化を行う上で，応力とひずみの関係の構成則のアナロジーを復元力と変位に置き換えて定式化を行うと，式(4)が誘導できる．

$$G = \left(\frac{F_x}{F_{x0}}\right)^{\gamma} + \left(\frac{F_y}{F_{y0}}\right)^{\gamma} - \phi^{\gamma} \tag{4}$$

本研究では，γ=2 として塑性領域における剛性マトリックスを誘導した．ここで，φは降伏曲面の拡大を表す関数であり，以下に完全弾塑性型，等方硬化則および移動硬化則による定式化を示す．

3.2 完全弾塑性による定式化

はじめに，加工硬化を考えない完全弾塑性の剛性マトリックスの定式化の流れを示す．

変形＝弾性変形（Δx^e，Δy^e）＋塑性変形（Δx^p，Δy^p）

であるから，

$$\Delta x^e = \Delta x - \Delta x^p \quad , \quad \Delta y^e = \Delta y - \Delta y^p \tag{5a, b}$$

完全弾塑性型モデルにおいては，復元力は弾性変形によって求まり，増分復元力は以下のように求められる．

$$\Delta F_x = K_x\left(\Delta x - \Delta x^p\right), \Delta F_y = K_y\left(\Delta y - \Delta y^p\right) \tag{6a,b}$$

塑性変形Δx^p，Δy^p は降伏曲面の法線方向に生じる塑性流れ則により求められる．降伏曲面の関数をG，F_{x0}，F_{y0} を初期降伏復元力として，

$$G = \bar{F}^2 - \phi^2 = \left(\frac{F_x}{F_{x0}}\right)^2 + \left(\frac{F_y}{F_{y0}}\right)^2 - \phi^2 \tag{7}$$

$$\bar{F} = \sqrt{\left(\frac{F_x}{F_{x0}}\right)^2 + \left(\frac{F_y}{F_{y0}}\right)^2} \tag{8}$$

$$\Delta x^p = \Delta\lambda \frac{\partial G}{\partial F_x} \quad , \quad \Delta y^p = \Delta\lambda \frac{\partial G}{\partial F_y} \tag{9}$$

式（9）を式（6a,b）に代入すると，

$$\Delta F_x = K_x\left(\Delta x - \Delta\lambda \frac{\partial G}{\partial F_x}\right),$$

$$\Delta F_y = K_y\left(\Delta y - \Delta\lambda \frac{\partial G}{\partial F_y}\right) \tag{10a, b}$$

となる．

塑性状態では，常に$G = 0$であるから，

$$\Delta G = \frac{\partial G}{\partial F_x}\Delta F_x + \frac{\partial G}{\partial F_y}\Delta F_y + \frac{\partial G}{\partial \phi}\Delta\phi = 0 \tag{11}$$

ここで，$\phi = 1$ と仮定し，この仮定の下で，剛性マトリックスを求める．

$$\Delta G = \frac{\partial G}{\partial F_x}\Delta F_x + \frac{\partial G}{\partial F_y}\Delta F_y = 0 \tag{12}$$

式（10a, b）を式（12）に代入すると，

$$\begin{aligned} \Delta G = &\frac{\partial G}{\partial F_x}K_x\left(\Delta x - \Delta\lambda \frac{\partial G}{\partial F_x}\right) \\ &+ \frac{\partial G}{\partial F_y}K_y\left(\Delta y - \Delta\lambda \frac{\partial G}{\partial F_y}\right) = 0 \end{aligned} \tag{13}$$

整理して，

$$\begin{aligned} &\frac{\partial G}{\partial F_x}K_x\Delta x + \frac{\partial G}{\partial F_y}K_y\Delta y \\ &-\Delta\lambda\left(\frac{\partial G}{\partial F_x}^2 K_x + \frac{\partial G}{\partial F_y}^2 K_y\right) = 0 \end{aligned} \tag{14}$$

したがって，

$$\Delta\lambda = \frac{\frac{\partial G}{\partial F_x}K_x\Delta x + \frac{\partial G}{\partial F_y}K_y\Delta y}{\frac{\partial G}{\partial F_x}^2 K_x + \frac{\partial G}{\partial F_y}^2 K_y} = \frac{\frac{\partial G}{\partial F_x}K_x}{\frac{\partial G}{\partial F_x}^2 K_x + \frac{\partial G}{\partial F_y}^2 K_y}\Delta x + \frac{\frac{\partial G}{\partial F_y}K_y}{\frac{\partial G}{\partial F_x}^2 K_x + \frac{\partial G}{\partial F_y}^2 K_y}\Delta y \qquad (15)$$

式（15）を式（10a, b）に代入すると，

$$\Delta F_x = \left(\frac{\left(\frac{\partial G}{\partial F_y}\right)^2 K_x K_y}{\frac{\partial G}{\partial F_x}^2 K_x + \frac{\partial G}{\partial F_y}^2 K_y} \right)\Delta x + \left(-\frac{\frac{\partial G}{\partial F_x}\frac{\partial G}{\partial F_y}K_x K_y}{\frac{\partial G}{\partial F_x}^2 K_x + \frac{\partial G}{\partial F_y}^2 K_y} \right)\Delta y \qquad (16)$$

同様に，

$$\Delta F_y = \left(-\frac{\frac{\partial G}{\partial F_x}\frac{\partial G}{\partial F_y}K_x K_y}{\frac{\partial G}{\partial F_x}^2 K_x + \frac{\partial G}{\partial F_y}^2 K_y} \right)\Delta x + \left(\frac{\left(\frac{\partial G}{\partial F_x}\right)^2 K_x K_y}{\frac{\partial G}{\partial F_x}^2 K_x + \frac{\partial G}{\partial F_y}^2 K_y} \right)\Delta y \qquad (17)$$

式（7）において，$\phi = 1$ と仮定しているので，

$$\frac{\partial G}{\partial F_x} = \frac{2F_x}{F_{x0}^2} \quad , \quad \frac{\partial G}{\partial F_y} = \frac{2F_y}{F_{y0}^2} \qquad (18a,b)$$

式（18a,b）を式（16），式（17）に代入してこれらをマトリックス表示すると，

$$\begin{Bmatrix} \Delta F_x \\ \Delta F_y \end{Bmatrix} = \frac{K_x K_y}{\frac{2F_x^2}{F_{x0}^4}K_x + \frac{2F_y^2}{F_{y0}^4}K_y} \cdot \begin{bmatrix} \frac{2F_y^2}{F_{y0}^4} & -\frac{F_x F_y}{F_{x0}^2 F_{y0}^2} \\ -\frac{F_x F_y}{F_{x0}^2 F_{y0}^2} & \frac{2F_x^2}{F_{x0}^4} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{Bmatrix} \qquad (19)$$

以上より，完全弾塑性型による塑性剛性マトリックスが導出された．

3.3 等方硬化則による定式化

加工硬化を考慮し，硬化にともない降伏曲面（弾性域）が広がる等方硬化則による塑性時剛性マトリックスの定式化を示す．

増分復元力 ΔF は，図-3 のように増分弾性変位に弾性の剛性マトリックスを掛けたものとして表すことができ，また式（9）と同じく塑性流れ則を考慮すると，

$$\begin{Bmatrix} \Delta F_x \\ \Delta F_y \end{Bmatrix} = K^e \begin{Bmatrix} \Delta x^p \\ \Delta y^p \end{Bmatrix} = K^e \begin{Bmatrix} \Delta x - \Delta x^e \\ \Delta y - \Delta y^e \end{Bmatrix} = K^e \begin{Bmatrix} \Delta x - \Delta\lambda \frac{\partial G}{\partial F_x} \\ \Delta y - \Delta\lambda \frac{\partial G}{\partial F_y} \end{Bmatrix} \qquad (20)$$

降伏曲面の関数 G を，

$$G = \bar{F}^2 - \phi^2 = \left(\frac{F_x}{F_{x0}}\right)^2 + \left(\frac{F_y}{F_{y0}}\right)^2 - \phi^2 \qquad (21)$$

ただし，

$$\bar{F} = \sqrt{\left(\frac{F_x}{F_{x0}}\right)^2 + \left(\frac{F_y}{F_{y0}}\right)^2} \qquad (22)$$

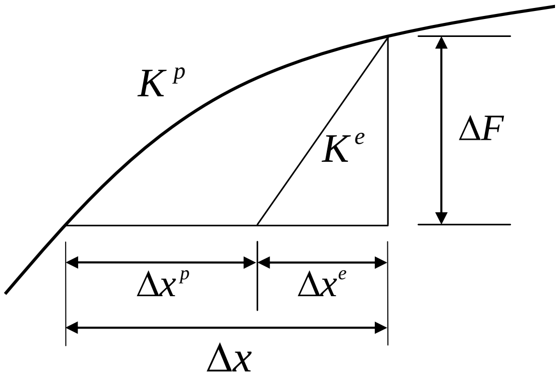


図-3　加工硬化を考慮した場合の増分復元力

とする．図-4 のように降伏曲面が広がる条件として関数ϕを考える．

$$\phi = k\overline{dp} + 1 \tag{23}$$

ただし，

$$\overline{dp} = \sum \sqrt{\left(\frac{\Delta x^p}{x_0}\right)^2 + \left(\frac{\Delta y^p}{y_0}\right)^2},$$

$$k = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{K_x^p}{K_x^e} + \frac{K_y^p}{K_y^e}\right) \tag{24a, b}$$

とする．ここで$\overline{dp}$は相当累積塑性変位であり，x_0，y_0はそれぞれX，Y方向の降伏変位である．塑性状態では，常に$G = 0$であるから，

$$\Delta G = \frac{\partial G}{\partial F_x}\Delta F_x + \frac{\partial G}{\partial F_y}\Delta F_y + \frac{\partial G}{\partial \phi}\frac{\partial \phi}{\partial \overline{dp}}\Delta\overline{dp}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\partial G}{\partial F_x}K_x\left(\Delta x - \Delta\lambda\frac{\partial G}{\partial F_x}\right) \\ &\quad + \frac{\partial G}{\partial F_y}K_y\left(\Delta y - \Delta\lambda\frac{\partial G}{\partial F_y}\right) \\ &\quad + \frac{\partial G}{\partial \phi}\frac{\partial \phi}{\partial \overline{dp}}\sqrt{\left(\frac{\frac{\partial G}{\partial F_x}}{x_0}\right)^2 + \left(\frac{\frac{\partial G}{\partial F_y}}{y_0}\right)^2} \cdot \Delta\lambda = 0 \end{aligned} \tag{25}$$

したがって，

$$\Delta\lambda = \frac{\frac{\partial G}{\partial F_x}K_x^e\Delta x + \frac{\partial G}{\partial F_y}K_y^e\Delta y}{H} \tag{26}$$

ただし，

$$H = \left(\frac{\partial G}{\partial F_x}\right)^2 K_x^e + \left(\frac{\partial G}{\partial F_y}\right)^2 K_y^e - \frac{\partial G}{\partial \phi}\frac{\partial \phi}{\partial \overline{dp}}\sqrt{\left(\frac{\frac{\partial G}{\partial F_x}}{x_0}\right)^2 + \left(\frac{\frac{\partial G}{\partial F_y}}{y_0}\right)^2} \tag{27}$$

式（26）を式（20）に代入すると，

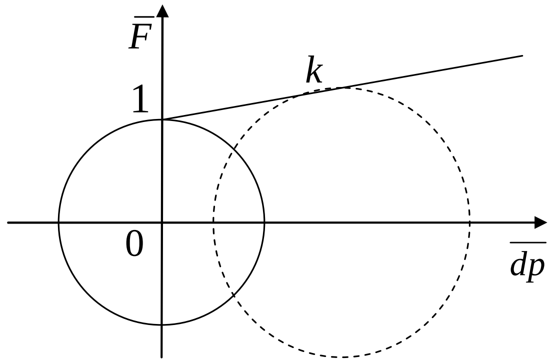


図-4　降伏曲面の広がり方

$$\Delta F_x = K_x^e\left(\Delta x - \frac{\frac{\partial G}{\partial F_x}K_x^e\Delta x + \frac{\partial G}{\partial F_y}K_y^e\Delta y}{H}\frac{\partial G}{\partial F_x}\right) \tag{28}$$

$$\Delta F_y = K_y^e\left(\Delta y - \frac{\frac{\partial G}{\partial F_x}K_x^e\Delta x + \frac{\partial G}{\partial F_y}K_y^e\Delta y}{H}\frac{\partial G}{\partial F_y}\right) \tag{29}$$

式（28），式（29）をマトリックス表示すると，

$$\begin{Bmatrix}\Delta F_x \\ \Delta F_y\end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_x^e - \dfrac{\left(\frac{\partial G}{\partial F_x}K_x^e\right)^2}{H} & -\dfrac{\frac{\partial G}{\partial F_x}K_x^e + \frac{\partial G}{\partial F_y}K_y^e}{H} \\ -\dfrac{\frac{\partial G}{\partial F_x}K_x^e + \frac{\partial G}{\partial F_y}K_y^e}{H} & K_y^e - \dfrac{\left(\frac{\partial G}{\partial F_y}K_y^e\right)^2}{H} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix}\Delta x \\ \Delta y\end{Bmatrix} \tag{30}$$

なお，

$$\frac{\partial G}{\partial F_x} = \frac{2F_x}{F_{x0}{}^2}, \quad \frac{\partial G}{\partial F_y} = \frac{2F_y}{F_{y0}{}^2}, \quad \frac{\partial G}{\partial \phi} = -2\phi,$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial \overline{dp}} = k \tag{31a, b, c, d}$$

以上より，等方硬化則による塑性剛性マトリックスが導出された．

3.4　移動硬化則による定式化

加工硬化を考慮し，硬化にともなう降伏曲面（弾性域）が移動する移動硬化則による塑性剛性マトリックスの定式化を示す．

増分復元力は式（20）と同じく，

$$\begin{Bmatrix}\Delta F_x\\ \Delta F_y\end{Bmatrix}=K^e\begin{Bmatrix}\Delta x^p\\ \Delta y^p\end{Bmatrix}=K^e\begin{Bmatrix}\Delta x-\Delta x^e\\ \Delta y-\Delta y^e\end{Bmatrix}$$

$$=K^e\begin{Bmatrix}\Delta x-\Delta\lambda\dfrac{\partial G}{\partial F_x}\\ \Delta y-\Delta\lambda\dfrac{\partial G}{\partial F_y}\end{Bmatrix}\qquad(32)$$

と表すことができる．降伏曲面の関数G を

$$G=\bar{F}^2-\phi^2=\left(\frac{F_x}{F_{x0}}-C_x\right)^2+\left(\frac{F_y}{F_{y0}}-C_y\right)^2-\phi^2\qquad(33)$$

ただし，

$$\bar{F}=\sqrt{\left(\frac{F_x}{F_{x0}}-C_x\right)^2+\left(\frac{F_y}{F_{y0}}-C_y\right)^2}\qquad(34)$$

とする．ここで，C_x，C_y は降伏曲面の中心であり，降伏曲面は広がらないため$\phi=1$である．そして，図-5 のように降伏曲面が移動する関数を考える．移動する方向は降伏曲面の法線方向である Prager の理論を用いる．

$$\Delta C_x=C\Delta x^p=C\cdot\Delta\lambda\frac{\partial G}{\partial F_x},$$

$$\Delta C_y=C\Delta y^p=C\cdot\Delta\lambda\frac{\partial G}{\partial F_y}\qquad(35)$$

ただし，C は硬化係数である．塑性状態では，常に$G=0$であるから，

$$\Delta G=\frac{\partial G}{\partial F_x}\Delta F_x+\frac{\partial G}{\partial F_y}\Delta F_y+\frac{\partial G}{\partial C_x}\Delta C_x+\frac{\partial G}{\partial C_y}\Delta C_y$$

$$=\frac{\partial G}{\partial F_x}K_x^e\left(\Delta x-\Delta\lambda\frac{\partial G}{\partial F_x}\right)$$

$$+\frac{\partial G}{\partial F_y}K_y^e\left(\Delta y-\Delta\lambda\frac{\partial G}{\partial F_y}\right)$$

$$+\frac{\partial G}{\partial C_x}C\cdot\Delta\lambda\frac{\partial G}{\partial F_x}+\frac{\partial G}{\partial C_y}C\cdot\Delta\lambda\frac{\partial G}{\partial F_y}=0\qquad(36)$$

したがって，

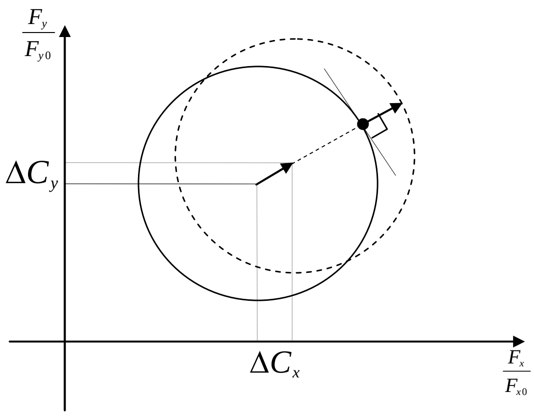


図-5　加工硬化を考慮した場合の増分復元力

$$\Delta\lambda=\frac{\dfrac{\partial G}{\partial F_x}K_x^e\Delta x+\dfrac{\partial G}{\partial F_y}K_y^e\Delta y}{H}\qquad(37)$$

ただし，

$$H=\left(\frac{\partial G}{\partial F_x}\right)^2K_x^e+\left(\frac{\partial G}{\partial F_y}\right)^2K_y^e$$

$$-\frac{\partial G}{\partial C_x}\frac{\partial G}{\partial F_x}C-\frac{\partial G}{\partial C_y}\frac{\partial G}{\partial F_y}C\qquad(38)$$

ここで，式（37）を式（32）に代入すると，

$$\Delta F_x=K_x^e\left(\Delta x-\frac{\dfrac{\partial G}{\partial F_x}K_x^e\Delta x+\dfrac{\partial G}{\partial F_y}K_y^e\Delta y}{H}\frac{\partial G}{\partial F_x}\right)\qquad(39)$$

$$\Delta F_y=K_y^e\left(\Delta y-\frac{\dfrac{\partial G}{\partial F_x}K_x^e\Delta x+\dfrac{\partial G}{\partial F_y}K_y^e\Delta y}{H}\frac{\partial G}{\partial F_y}\right)\qquad(40)$$

式（39），式（40）をマトリックス表示すると，

$$\begin{Bmatrix}\Delta F_x\\ \Delta F_y\end{Bmatrix}=\begin{bmatrix}K_x^e-\dfrac{\left(\dfrac{\partial G}{\partial F_x}K_x^e\right)^2}{H} & -\dfrac{\dfrac{\partial G}{\partial F_x}K_x^e+\dfrac{\partial G}{\partial F_y}K_y^e}{H}\\ -\dfrac{\dfrac{\partial G}{\partial F_x}K_x^e+\dfrac{\partial G}{\partial F_y}K_y^e}{H} & K_y^e-\dfrac{\left(\dfrac{\partial G}{\partial F_y}K_y^e\right)^2}{H}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\Delta x\\ \Delta y\end{Bmatrix}$$

（41）

なお，

$$\frac{\partial G}{\partial F_x}=\left(\frac{2F_x}{F_{x0}{}^2}-2C_x\frac{1}{F_{x0}}\right)\ ,\ \frac{\partial G}{\partial F_y}=\left(\frac{2F_y}{F_{y0}{}^2}-2C_y\frac{1}{F_{y0}}\right),$$

$$\frac{\partial G}{\partial C_x}=\left(-2\frac{F_x}{F_{x0}}+2C_x\right)\ ,\ \frac{\partial G}{\partial C_y}=\left(-2\frac{F_y}{F_{y0}}+2C_y\right)$$

（42a, b, c, d）

より，

$$\frac{\partial G}{\partial C_x}=-F_{x0}\frac{\partial G}{\partial F_x}\ ,\ \frac{\partial G}{\partial C_y}=-F_{y0}\frac{\partial G}{\partial F_y} \tag{43}$$

ここで，例えば X 方向の 1 方向のみを考える場合，塑性時剛性マトリックスは式（41）の式（1,1）が K_x^p になるので，式（43）とあわせて考えて，

$$K_x^e-\frac{\left(\frac{\partial G}{\partial F_x}K_x^e\right)^2}{H}$$

$$=K_x^e-\frac{\left(\frac{\partial G}{\partial F_x}K_x^e\right)^2}{\left(\frac{\partial G}{\partial F_x}\right)^2K_x^e+\frac{\partial G}{\partial F_x}\cdot F_{x0}\frac{\partial G}{\partial F_x}C} \tag{44}$$

$$=\frac{K_x^{e2}}{K_x^e+F_{x0}C}=K_x^p$$

したがって，

$$C=\frac{K_x^e\left(K_x^e-K_x^p\right)}{K_x^pF_{x0}} \tag{45}$$

となる．Y 方向にも同様のことが成り立つので，

$$C=\frac{K_y^e\left(K_y^e-K_y^p\right)}{K_y^pF_{y0}} \tag{46}$$

ここで，硬化係数 C は 2 方向の平均とすると，

$$C=\frac{1}{2}\left(\frac{K_x^e\left(K_x^e-K_x^p\right)}{K_x^pF_{x0}}+\frac{K_y^e\left(K_y^e-K_y^p\right)}{K_y^pF_{y0}}\right) \tag{47}$$

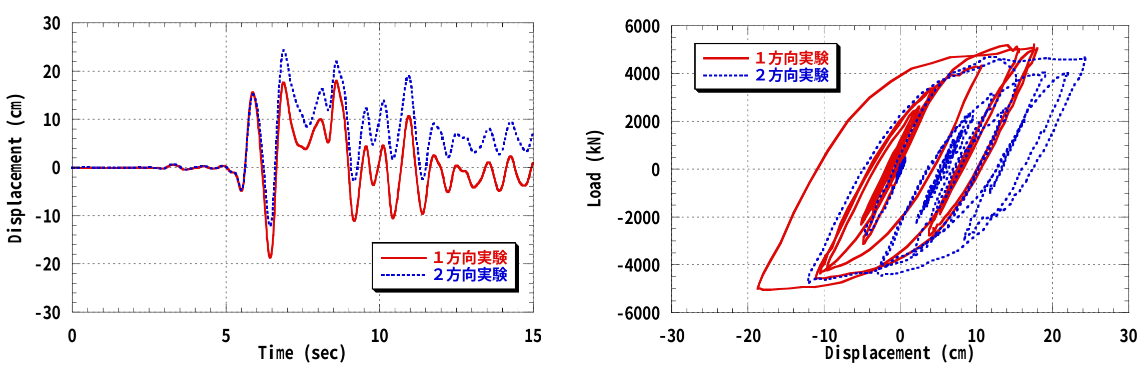
以上より，移動硬化則による塑性剛性マトリックスが導出された．

4. 解析結果および考察

京都大学にて行われた 2 方向ハイブリッド実験結果 [10] と本研究で開発された手法により解析した結果を比較し，本手法の妥当性について考察を行う．なお，実験供試体は角部が丸められた薄肉矩形断面の鋼製中空柱であり，幅 150mm，高さ 100mm，板厚 4.21mm，柱基部から水平載荷位置まで 853.2mm，柱基部からダイヤフラムまでの位置 144.5mm と 289mm，ヤング係数 208Gpa，ポアソン比 0.283，降伏応力 395Mpa である．本解析を行うにあたり，断面の強軸方向を X 軸とし，弱軸方向を Y 軸とした．本手法では塑性勾配 K^p を与える必要があるため，弾性勾配 K^e を 0%，5%，10%と変化させた応答解析を行った．その結果，実験結果に最も近い解析結果が得られたのは塑性勾配を弾性勾配の 5%とした解析であった．以下ではその塑性勾配を用いた解析結果を示す．

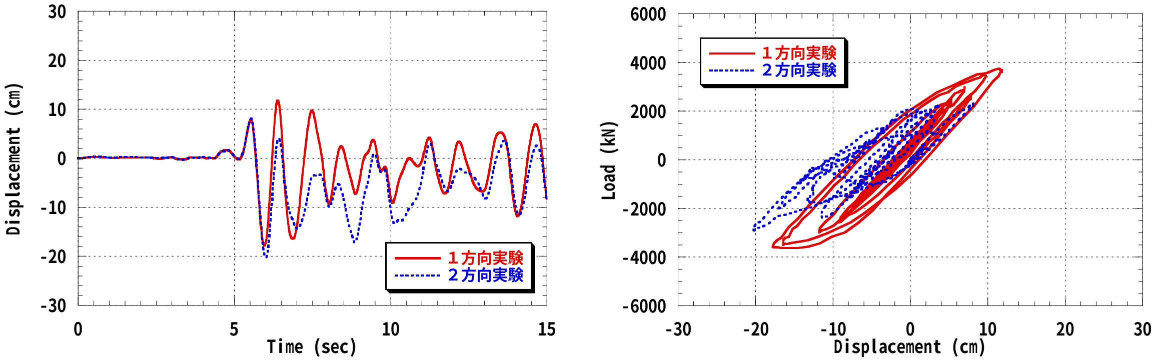
図-6 と図-7 にハイブリッド実験結果の時刻歴応答変位曲線とを水平荷重―水平変位曲線示し，以後図-8 と図-9 に 2 方向の連成を考慮しない解析結果(それぞれの復元力特性はバイリニア)，図-10 と図-11 に完全弾塑性型による定式化を用いた解析結果，図-12 と図-13 に等方硬化則による定式化を用いた解析結果，図-14 と図-15 に移動硬化則による定式化を用いた解析結果を示す．さらに，2 方向の荷重軌跡を図-16 に示す．

図-6 と図-7 より 1 方向のみ地震波を作用させた場合と 2 方向



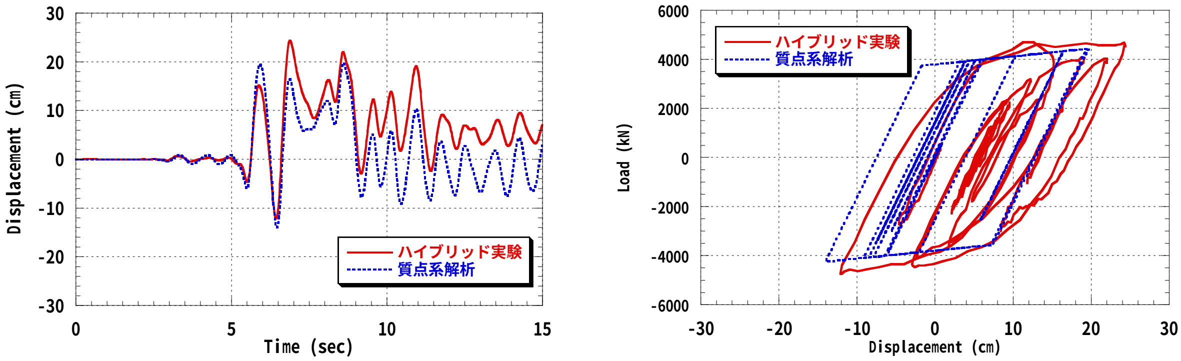
（a）時刻歴応答変位曲線　　（b）水平荷重―水平変位曲線

図-6　1 方向ハイブリッド実験と 2 方向ハイブリッド実験の比較（X 方向）



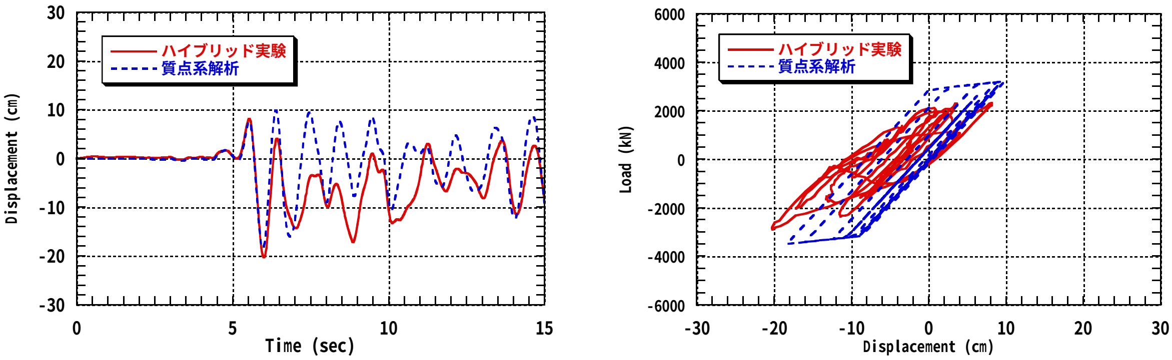
（a）時刻歴応答変位曲線　（b）水平荷重—水平変位曲線

図-7　1方向ハイブリッド実験と2方向ハイブリッド実験の比較（Y 方向）



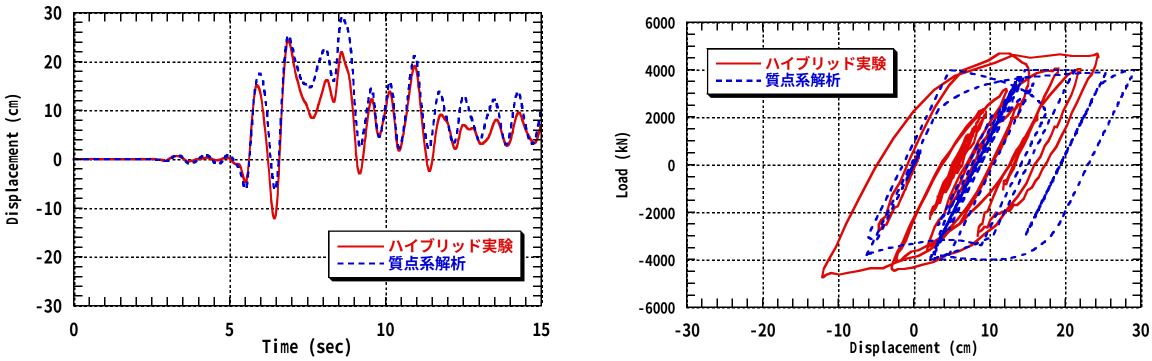
（a）時刻歴応答変位曲線　（b）水平荷重—水平変位曲線

図-8　2方向の連成を考慮しない応答結果（X 方向）



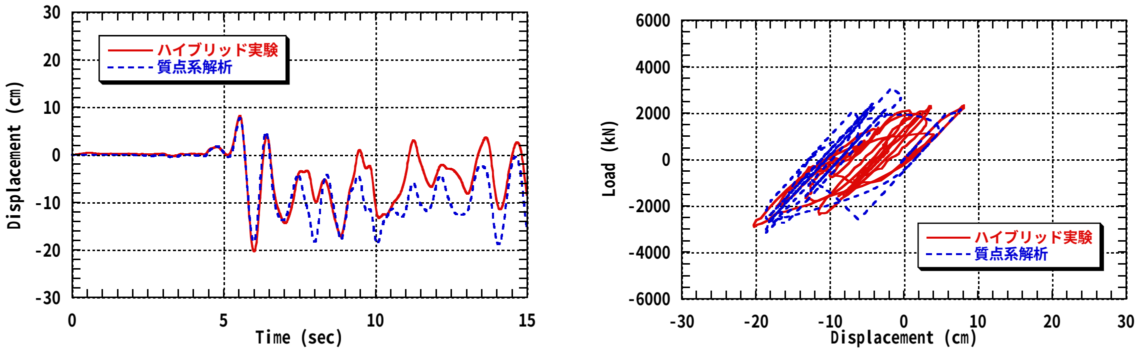
（a）時刻歴応答変位曲線　（b）水平荷重—水平変位曲線

図-9　2方向の連成を考慮しない応答結果（Y 方向）



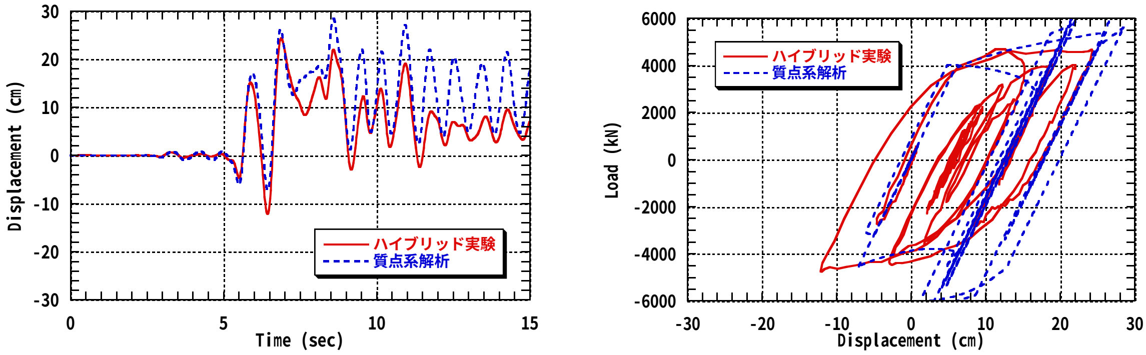
（a）時刻歴応答変位曲線　（b）水平荷重—水平変位曲線

図-10　2方向の連成を考慮した完全弾塑性型の応答結果（X 方向）



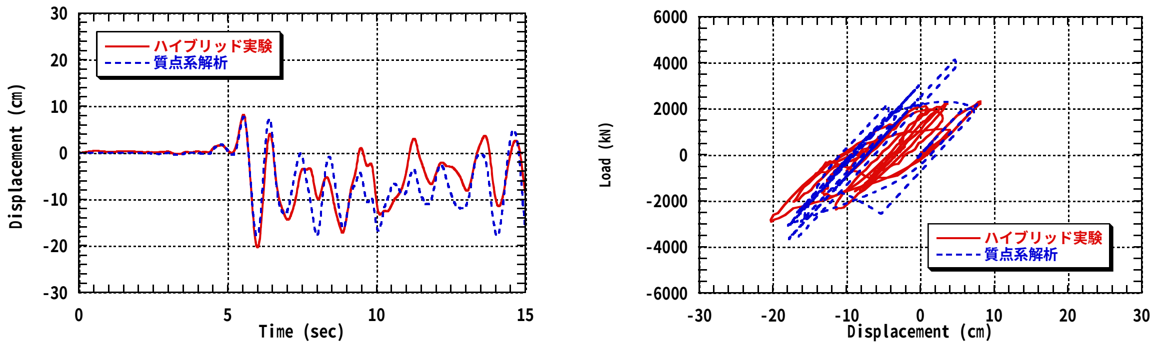
（a）時刻歴応答変位曲線　　（b）水平荷重－水平変位曲線

図-11　2 方向の連成を考慮した完全弾塑性型の応答結果（Y 方向）



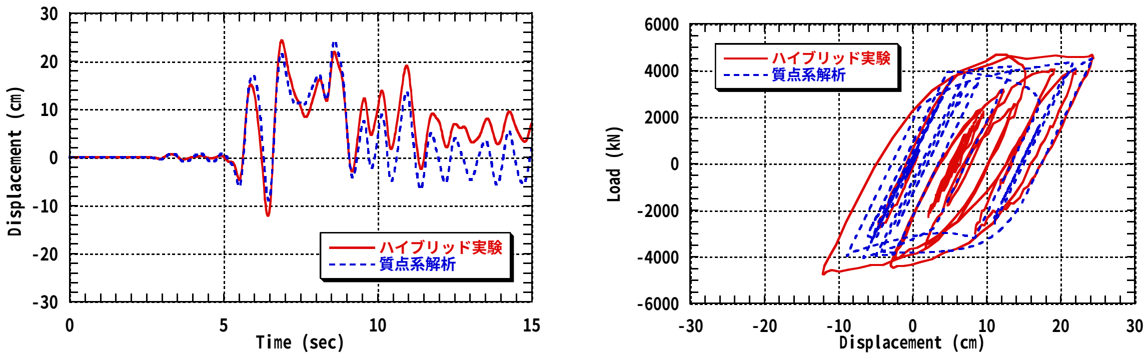
（a）時刻歴応答変位曲線　　（b）水平荷重－水平変位曲線

図-12　2 方向の連成を考慮した等方硬化則の応答結果（X 方向）



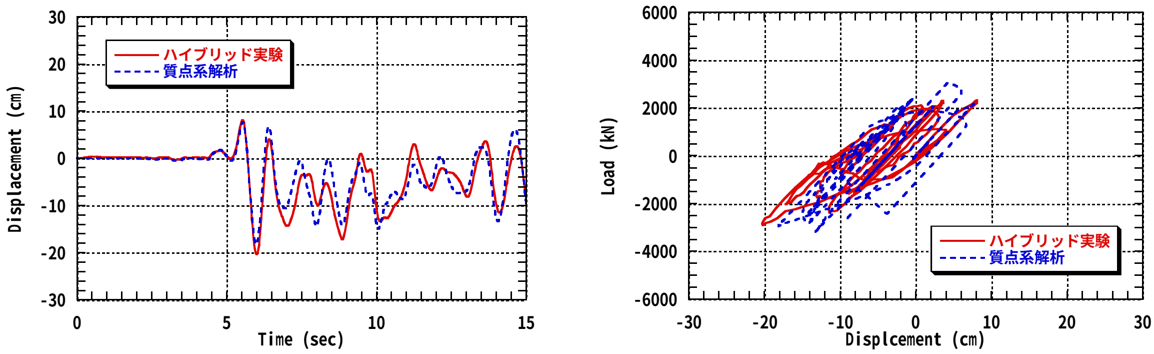
（a）時刻歴応答変位曲線　　（b）水平荷重－水平変位曲線

図-13　2 方向の連成を考慮した等方硬化則の応答結果（Y 方向）



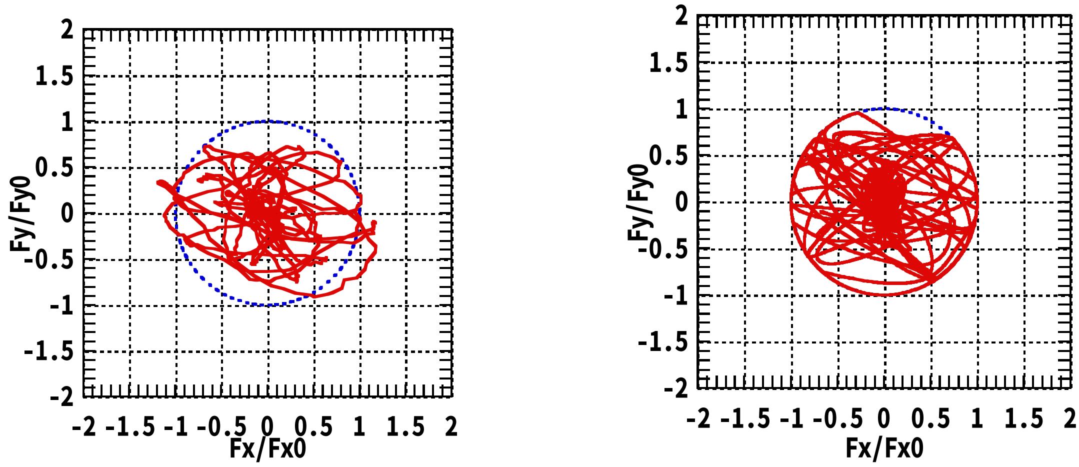
（a）時刻歴応答変位曲線　　（b）水平荷重－水平変位曲線

図-14　2 方向の連成を考慮した移動硬化則の応答結果（X 方向）

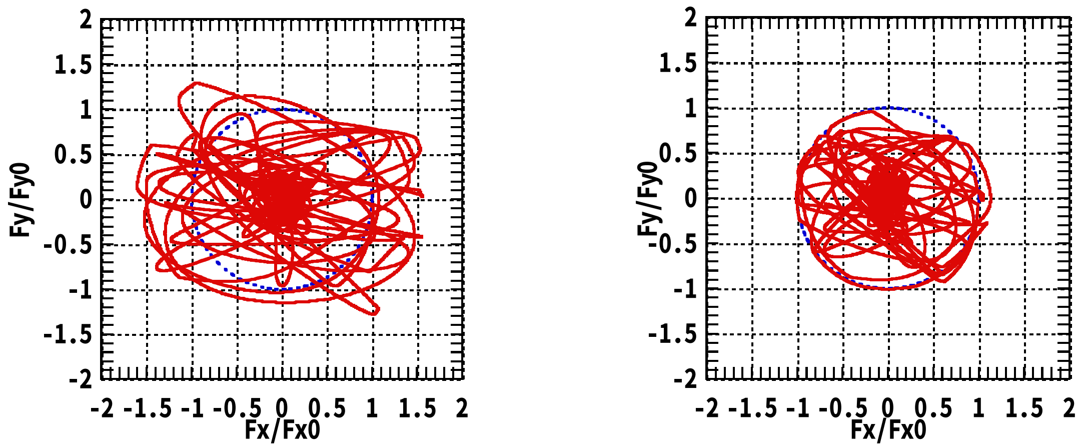


(a) 時刻歴応答変位曲線　　　(b) 水平荷重ー水平変位曲線

図-15　2 方向の連成を考慮した移動硬化則の応答結果（Y 方向）



(a) ハイブリッド実験結果　　　(b) 完全弾塑性型



(c) 等方硬化則　　　(b) 移動硬化則

図-16　2 方向荷重軌跡の比較

同時に作用させた場合では, 応答性状は明らかに異なっている. このことから, 現実の応答性状を検討するには, 2 方向の連成を考慮した応答解析が必要であることがわかる. 復元力は最大荷重に達した程度であり, 明確な荷重の低下は観られなかった. 図-8 と図-9 より 2 方向の連成を考慮しない場合においても時刻歴応答変位曲線, 水平荷重ー水平変位曲線ともに実験結果をある程度評価できているが, 1 方向のみの解析では 2 方向の複雑な挙動を表現できていない. 特に, X 方向に比べ剛性が低い Y 方向の応答は実験結果と解析結果の差異が大きいことが分かる.

2 方向の連成を考慮した復元力特性が完全弾塑性型の解析結果である図-10 と図-11 は連成を考慮しない図-8 と図-9 に比べ実験結果に比較的良く一致しており, 複雑な荷重ー変位履歴を表

現できている．このことより，２方向の連成を考慮した断面力構成則による本簡易解析手法は２方向から地震動を受ける鋼製橋脚の弾性応答性状を捉えるために有効であることがわかる．また，図-12 と図-13 より等方硬化則による定式化では全体的に実験結果より大きな応答量となっている．複雑な剛性の変化は表現できているが，応答量の点より完全弾塑性型による定式化の方が適していると言える．さらに，図-14 と図-15 より移動硬化則による定式化では時刻歴応答変位曲線，水平荷重－水平変位曲線ともによく一致している．連成を考慮しない場合に比べ，解析精度の向上が図られていることがわかる．図-16 の２方向荷重履歴から水平面内で複雑に応答していることが分かる．半径１の円からはみ出た時が塑性域であるが，完全弾塑性型による定式化では降伏曲面の拡大を表現できておらず，等方硬化則による定式化では降伏曲面の広がりを過大に評価しており，実験結果と比較すると移動硬化則が最も似ていることがわかる．

5. まとめおよび今後の課題

本研究では水平２方向の連成を考慮した塑性２次勾配を有する鋼製橋脚の地震時弾塑性応答解析手法の開発し，その妥当性と適用限界について検討することを目的とした．得られた結論を以下に示す．

1) 水平 2 方向に地震力を受ける鋼製橋脚の弾塑性応答性状を簡便に求める手法として，2 方向の連成を考慮した剛性マトリックスを定式化し，質点系による弾塑性応答解析を行った．その結果，実験において現れた 2 方向の連成による複雑な剛性の変化をある程度再現でき，鋼製橋脚の弾塑性応答性状を簡便に把握するする手法として有用であることがわかった．
2) 塑性 2 次勾配を考慮した等方硬化則，移動硬化則による剛性マトリックスを定式化し，解析を行った．その結果，等方硬化則を用いて定式化を行った剛性マトリックスを用いた応答解析結果は応答を大きく評価し，移動硬化則を用いて定式化を行った剛性マトリックスを用いた応答解析結果が，他の定式化を用いた解析結果に比べ実験結果と良く一致した．したがって，塑性 2 次勾配を考慮した定式化を行うことによって解析精度を向上させることが可能である．
3) 本検証は最大荷重程度までの比較的塑性変形が小さく，塑性履歴が少ない範囲であり，その範囲では本解析手法を適用できることがわかった．今後の課題として，種々の荷重履歴対して適用範囲の検討を行うとともに，より適切に相当復元力や相当累積塑性変位を評価し，水平２方向の連成を考慮した塑性２次勾配を有する鋼製橋脚の地震時弾塑性応答解析手法の提案を行う必要がある．

参考文献

1) (社)日本道路協会：道路橋示方書・同解説Ⅴ耐震設計編，丸善，2002 年 3 月．
2) 土木学会鋼構造委員会・鋼構造物の耐震検討小委員会：橋梁システムの動的解析と耐震性，2000 年 4 月．
3) (社)建設コンサルタンツ協会：阪神・淡路大震災被害調査報告書，1995 年 5 月．
4) 宇佐美勉編著：鋼橋の耐震・制震設計ガイドライン，技報堂出版，2006 年 9 月．
5) Watanabe, E., Sugiura, K. and Oyawa, W.O.：Effects of Multi-Directional Displacement Paths on the Cyclic Behaviour of Rectangular Hollow Steel Columns，Journal of Structural Engineering and Earthquake Engineering, No.647/I-51，pp.79-95，2000.4.
6) 岡崎靖一朗，葛西昭，宇佐美勉：水平２方向地震動を受ける鋼製橋脚の弾塑性地震応答解析，地震工学論文集，土木学会，Vol.27，pp.1-8，2003 年 12 月．
7) 工藤忠，中島章典，斉木功，大植健：隣接径間の影響を考慮した高架橋の 2 方向地震動下における弾塑性地震応答性状，土木学会論文集，No.752/I-66, pp.267-276, 2004 年 1 月．
8) 後藤芳顯，江坤生，小畑誠：2 方向繰り返し荷重を受ける薄肉円形断面鋼製橋脚柱の履歴と特性，土木学会論文集 No.780/I-70，pp.181-198 ，2005 年 1 月．
9) Tsuneo Katayama: Construction of E-Defense – A Large-sized 3-Dimensional Shaking Table, Proceedings of the First International Conference on Advances in Experimental Structural Engineering, pp.29-49, 2005.7.
10) 永田和寿，渡邊英一，杉浦邦征：水平２方向に地震力を受ける角形鋼製橋脚の弾塑性応答性状に関する研究，構造工学論文，土木学会，Vol.50A，pp.1427-1436，2004 年 3 月．
11) 京都大学土木系専攻教室：マルチフェイズダイナミックス実験システムパンフレット，1997 年 11 月．
12) 瀧口克己：非線形構造力学，数理工学社，2002 年 9 月．

（2006 年 9 月 11 日受付）