全域通過関数による波形制御に関する基礎的研究

Fundamental study on controlling waveforms by means of all pass function

白井克弘*, 大町達夫**
Katsuhiro SHIRAI, Tatsuo OHMACHI

*工修 東京工業大学大学院総合理工学研究科, 博士後期課程（〒226-8502 神奈川県横浜市緑区長津田町 4259）
** 工博 東京工業大学教授, 大学院総合理工学研究科人間環境システム専攻（同上）

The objective of this paper is how to control waveforms by means of all pass functions. Causal time functions such as earthquake records are factorized into minimum phase shift (MPS) and all pass (AP) functions, which is called factorization. This concept is applied to impulse response of SDOF to investigate effects of AP phases when they are parametrically changed. With linear AP phase shifts, waveforms of the response are unchanged but the time delays appear. With nonlinear AP phase shifts, waveforms of the response show irregular attenuation, and their maximum amplitudes are smaller than the original ones.

Key Words: All pass function, A causal time function,, Factorization, Wave control
キーワード：全域通過関数, 因果性時間関数, 因数分解, 波形制御

1．はじめに

重要な構造物の耐震設計に用いられる入力地震動は，時間領域，または周波数領域で設定される．どちらの領域でも，入力地震動は対象とする震源・伝播・地盤特性をモデル化して設定される．周波数領域での設定では，地震動の強度は応答スペクトルやフーリエ振幅スペクトルで表現され，地盤種別ごとに地震規模や伝播距離など，少ないパラメータで評価できるという簡便性が重視されてきた．

地震動のフーリエスペクトルは，振幅成分（フーリエ振幅）と位相成分（フーリエ位相）とで構成される．このうち，前者の振幅成分は，地震動の強さに関する情報であり，その物理的意味は明確である．それに対して，位相成分は，πと－πで主値を持つ不連続量であり，その物理的情報はまだ十分解明されていない．そのため，設計指針等[1]では，フーリエ位相は，地震動の包絡形状に合うようランダムに与えるか，過去の大地震のものが利用されてきた．しかし，フーリエ振幅だけでは強震動が持つ非定常性を表現しきれない事が指摘されている[2]．

フーリエ位相が地震動記録に与える影響は，多くの研究者によって示されている．Ohsaki[3]は，地震動の位相差分スペクトルが，地震動の包絡形状とよく一致することを定性的に示している．その後，和泉ら[4]がフーリエ位相の振動数に対する傾き，すなわち群遅延時間の平均と分散が，地震動の主要動到達時間と包絡形状を表すことを指摘した．最近では，地震動のフーリエ位相については，主に群遅延時間を用いた研究が多く報告されている[5)-8)]．しかし，耐震設計のための入力地震動として，フーリエ振幅と位相が別々に設定されると，地震動らしくない時刻歴波形が得られることもある．

地震動記録のように因果律を満たす，時間領域・複素関数をフーリエ変換すると，周波数領域・複素関数が得られ, その実部と虚部がHilbert変換の関係で結ばれ，互いに独立に存在し得ない[9]．すなわち，地震動のフーリエ変換の，実部と虚部の絶対値がフーリエ振幅，偏角がフーリエ位相であるから，フーリエ振幅が設定されると，フーリエ位相にも何らかの拘束条件が生じるはずである．この拘束条件は，地震動の因果性を考慮すると明らかになる[10]. 因果性を考慮すると，フーリエ変換は，フーリエ振幅で決定される最小位相推移関数 (Minimum-Phase-Shift function 以下MPS)と，位相特性のみを持つ全域通過関数(All-Pass function以下AP)に分解できる．フーリエ変換をMPSとAPに分けることを, 因数分解と言う．そして，MPSのフーリエ振幅とその位相（MPSフーリエ振幅，MPSフーリエ位相）は，Hilbert変換の関係がある．これがフーリエ振幅と位相の拘束条件となる．既存の手法を使って入力地震動のフーリエ振幅が設定されれば，後は，APのフーリエ位相が評価さ

れると，入力地震動のフーリエ振幅と位相をセットにして提示できる．そこで，本研究では，そのための基礎的研究として，時刻歴特性や周波数特性が理論的に判明している，1自由度系の力積応答関数を因数分解し，得られたMPSとAPのうち，APのフーリエ位相を連続関数と仮定し，変化させた時に，得られる時刻歴波形の特徴を整理し，考察を行った．

２．因果性時間関数の因数分解手法

地震動記録 $x(t)$は，負の時刻 t で振幅が 0，すなわち，

$$x(t) = 0 \qquad t < 0 \tag{1}$$

を満たす時間関数である．この式(1)の条件を因果律，因果律を満たす時間関数を因果性時間関数と呼ぶ．因果性時間関数は，以下の様に MPS と AP に分解でき，信号解析では，これを因果性時間関数の因数分解と言う [11)]．

$$x(t) = x_M(t) * x_A(t) \tag{2}$$

ここで，添え字 M は MPS，A は AP を，*は合積を表す．$x_M(t)$と $x_A(t)$は共に，負の時刻で振幅を持たない因果性時間関数である．

x(t)のフーリエ変換 $F(\omega)$を，以下のように表す．

$$x(t) \Leftrightarrow F(\omega) = \left|F(\omega)\right| e^{i\phi(\omega)} \tag{3}$$

ここで，矢印⇔はフーリエ変換対であることを示し，ω は角振動数，$|F(\omega)|$はフーリエ振幅，$\phi(\omega)$はフーリエ位相，i は虚数単位である．式(2)の両辺をフーリエ変換すると，

$$F(\omega) = F_M(\omega) F_A(\omega) \tag{4}$$

となる。ただし，

$$F_M(\omega) \Leftrightarrow x_M(t) \tag{5}$$

$$F_A(\omega) \Leftrightarrow x_A(t) \tag{6}$$

$F_M(\omega)$と $F_A(\omega)$はそれぞれ，

$$F_M(\omega) = \left|F_M(\omega)\right| e^{i\phi_M(\omega)} \tag{7}$$

$$F_A(\omega) = \left|F_A(\omega)\right| e^{i\phi_A(\omega)} \tag{8}$$

と表せるので，これらを式(4)に代入すれば，

$$F(\omega) = \left|F_M(\omega)\right| \left|F_A(\omega)\right| e^{i(\phi_M(\omega)+\phi_A(\omega))} \tag{9}$$

と書ける．ここで，AP のフーリエ振幅は，

$$\left|F_A(\omega)\right| = 1 \tag{10}$$

であるから [10)]，式(3)と，式(9)，式(10)より，

$$\left|F(\omega)\right| = \left|F_M(\omega)\right| \tag{11}$$

$$\phi(\omega) = \phi_M(\omega) + \phi_A(\omega) \tag{12}$$

となる。よって，一般的に利用されている地震動のフーリエ振幅は，MPS のそれと同一であり，地震動のフーリエ位相は，MPS と AP のフーリエ位相の和で表される．MPS は，地盤の増幅特性と強い関連性があると考え，フーリエ位相のモデル化を試みた研究もあるが [7)]，MPS のフーリエ振幅は，原波形のそれと同一であることから，厳密に言えば MPS には震源や伝播経路の特性も含まれている．

図-1 に MPS と AP の計算手順を示す [12), 13)]．図中の数字に対応させて手順を説明すると，まず，①地震動記録 $x(t)$のフーリエ変換 $F(\omega)$を算定する．②フーリエ振幅$|F(\omega)|$の対数に負号を付け，③これに周波数領域の単位ステップ関数(Heaviside の階段関数)$U(\omega)$を乗ずると，周波数領域の因果関数 $-\log|F(\omega)|\ U(\omega)$となる．④これを 4 倍して逆フーリエ変換すると，時間領域の複素関数 $f_\alpha(t)$となる．⑤ $f_\alpha(t)U(t)$の実部のみをフーリエ変換し，−1 を乗じてその指数関数をとると，周波数領域の MPS $F_M(\omega)$が得られる．そして⑥ $\phi(\omega)$から $\phi_M(\omega)$を差し引くと AP が求められる．

なお，MPSのフーリエ振幅とフーリエ位相の間には，

$$\phi_M(\omega) = \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\log\left|F_M(y)\right|}{\omega - y} dy \tag{13}$$

$$\log\left|F_M(\omega)\right| = -\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\phi_M(y)}{\omega - y} dy \tag{14}$$

で示される Hilbert 変換の関係があることが知られている．すなわち，MPS は振幅特性か，位相特性の一方が判明すれば，自動的にもう一方も決定される関数である．和泉等 [14)]の研究によれば，MPS は地盤の伝達関数を表し，AP の群遅延時間は波動伝播時間を表すと指摘されている．それに従えば，MPS の単位は無次元であり，AP は $x(t)$と同じ単位と考えられる．つまり，式(13)や(14)において，$F_M(\omega)$や $\phi_M(\omega)$は，単位系に左右されない．

３．1 自由度系の力積応答関数の因数分解特性

1 自由度系の，減衰を考慮した変位の力積応答関数$h(t)$は，式(15)で与えられる．

$$h(t) = \frac{1}{\omega_0\sqrt{1-h^2}} e^{-h\cdot\omega_0\cdot t} \sin\left(\omega_0 \cdot \sqrt{1-h^2} \cdot t\right) \tag{15}$$

① $$\boxed{F(\omega)=\left|F(\omega)\right|e^{i\phi(\omega)}}$$

② $$\boxed{-\log F(\omega)=-\log\left|F(\omega)\right|-i\phi(\omega)}$$

③ $$\boxed{-\log\left|F(\omega)\right|U(\omega)}$$

$\boxed{4IFFT}$ →

④ $$\boxed{f_{\alpha}(t)}$$

$$\boxed{x_{\alpha}(t)=\mathrm{Re}[f_{\alpha}(t)]U(t)}$$

$\boxed{FFT}$ →

$$\boxed{\log\left|F(\omega)\right|+i\phi_{M}(\omega)}$$

$$\boxed{\exp[\log\left|F(\omega)\right|+i\phi_{M}(\omega)]=F_{M}(\omega)}$$

⑤ $$\boxed{F_{M}(\omega)=\left|F(\omega)\right|e^{i\phi_{M}(\omega)}}$$

⑥ $$\boxed{F_{A}(\omega)=e^{i(\phi(\omega)-\phi_{M}(\omega))}=e^{i\phi_{A}(\omega)}}$$

図－１　最小位相推移関数(MPS)と全域通過関数(AP)の算出フロー

式(15)において，h は減衰定数, ω_0 は固有角振動数, t は時間である．式(15)をフーリエ変換すると，伝達関数 $H(\omega)$が以下の式で得られる．

$$H(\omega)=\frac{1}{-\omega^{2}+i\cdot 2\cdot h\cdot\omega_{0}\cdot\omega+\omega_{0}^{2}} \tag{16-1}$$

そして，その増幅率（フーリエ振幅）と位相差（フーリエ位相）は，

$$\left|H(\omega)\right|=\frac{1}{\sqrt{\left(1-\left(\frac{\omega}{\omega_{0}}\right)^{2}\right)^{2}+\left(\frac{2\cdot h\cdot\omega}{\omega_{0}}\right)^{2}}} \tag{16-2}$$

$$\phi(\omega)=\arctan\left(\frac{2\cdot h\cdot\left(\frac{\omega}{\omega_{0}}\right)}{1-\left(\frac{\omega}{\omega_{0}}\right)^{2}}\right) \tag{16-3}$$

と理論的に求まる [15]．

例として，減衰定数 h が 0.02, 固有角振動数 ω_0 が 10(rad/sec)の時の力積応答関数と，伝達関数を図-2(a)に示す．そして，因数分解して得られた MPS と AP の，時刻歴波形を図-2(b)に，フーリエ振幅と位相を図-2(c)に示す．更に，各時刻歴波形を重ねて，時刻 0 秒付近を拡大したのを図-2(d)に示す．なお，本論文では，周波数領域の横軸を角振動数(rad/sec)で表示する．

図-2(a)，図-2(b)によれば，MPS の波形は，元の力積応答関数と波形形状はまったく同じであるが，図-2(d)から明らかなように，波形の到達時刻が 0.01 秒早くなっている．そして，AP の波形は，時刻 0.01 秒で最大振幅 100 を示すインパルスとなっている．

図-2(c)の伝達関数の MPS のフーリエ振幅は，図-2(a)に示した，元の伝達関数とまったく同じであるが，フーリエ位相は，元の伝達関数と比較すると，高振動数で僅かにずれが生じている．

AP のフーリエ振幅は 1 であり，前章の式(10)を満たしている．フーリエ位相は，角振動数 ω に対し，傾き-0.01 の直線となっている．

以上に述べた結果は，信号理論より説明できる [11]．AP は，波動の到達時刻を表す関数であることが分かっている．そして，本研究で用いた力積応答関数は 0.01 秒刻みのデジタルデータであるため，時刻 0.01 秒で波動が到達する．そのため，因数分解により得られた AP の時刻歴波形は, 0.01 秒で最大振幅を持つ．そして，その最大振幅は 100，すなわち，力積応答関数の AP は，

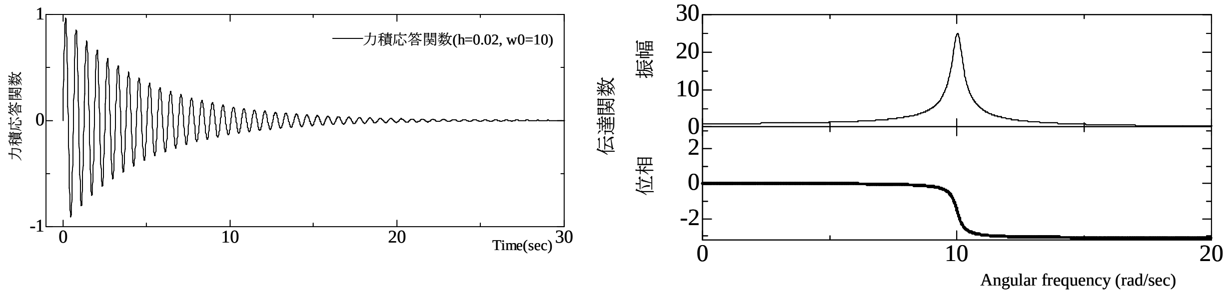
$$\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)dt=1 \tag{17}$$

を満たすデルタ関数である．デルタ関数は，任意の関数 $f(t)$について

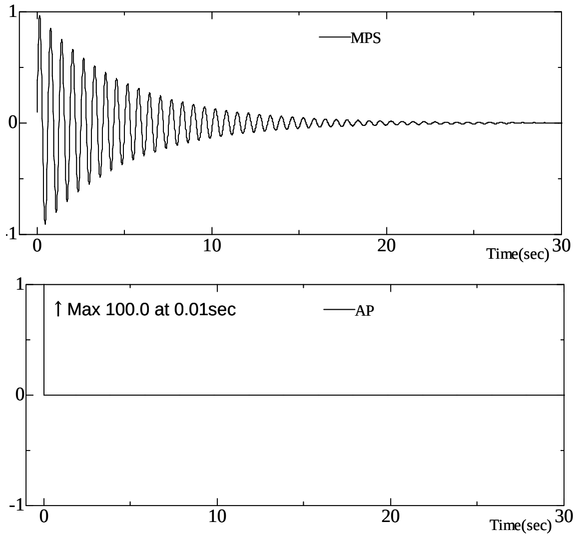
$$\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t-t_{0})f(t)dt=f(t_{0}) \tag{18}$$

が成立する．式(18)は，デルタ関数が $f(t)$の振幅には影響せず，時間にのみ影響することを示している．そのため，AP のフーリエ振幅は 1 であることが必要条件となる．

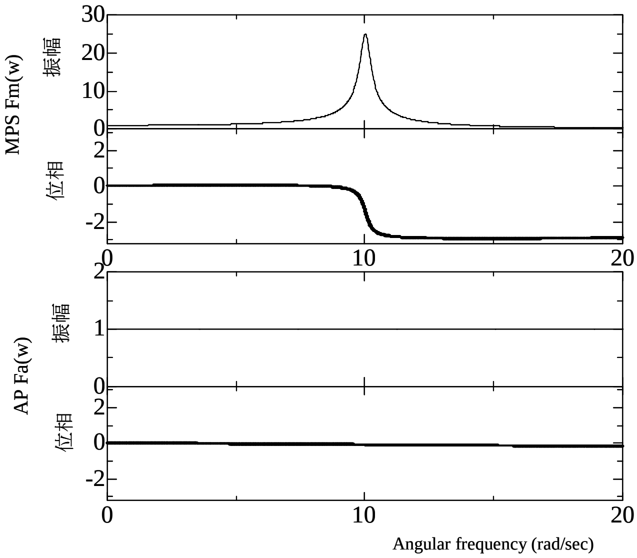
一方，伝達関数のフーリエ振幅と，MPS のフーリエ振幅は，全く同じである．そして，その時刻歴波形が，元の力積応答関数に比べ，0.01 秒早くなっている．これは，MPS が，時間に関する情報を持つ AP



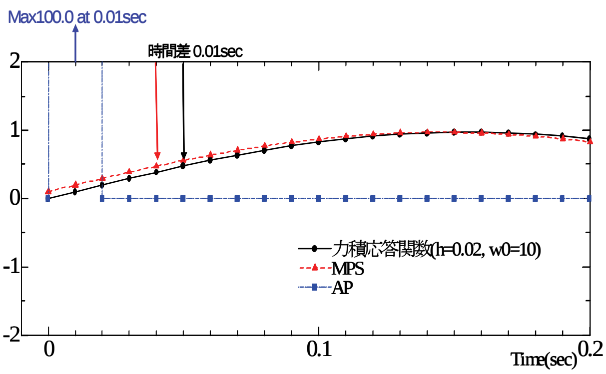
図－２(a)　SDOF の力積応答関数（左）と伝達関数のフーリエ振幅（増幅率　右上）と位相（右下）



図－２(b)　MPS(上)と AP(下)の時刻歴波形



図－２(c) MPS(上)と AP(下)のフーリエ振幅と位相



図－２(d)　力積応答関数，MPS と AP の，
時刻 0 秒付近の時刻歴波形の拡大図

を除いた関数で，フーリエ振幅で決定される関数だからである．そして，MPS のフーリエ振幅と位相は，前章式(13)，(14)の Hilbert 変換の関係があるのは，前述のとおりである．

４．全域通過関数による時刻歴波形の制御

本章では，前章で算出されたMPSを利用し，APフーリエ位相のみを変化させ，元の力積応答関数がどのように変化するかを考察する．なお，本研究では，基礎的検討として，APフーリエ位相が，直線や曲線などの，連続関数で表されると仮定して議論する．

(1)APフーリエ位相が直線の場合

APフーリエ位相が直線の場合，その式は傾きをτとすると，

$$\phi_A(\omega) = -\tau \cdot \omega \tag{19}$$

で表される．そこで，前章で算出されたAPフーリエ位相の傾きτを，もとの0.01から，0.1，1，10と変化させた時の，力積応答関数を図-3の(a), (b), (c)に示す．同図によれば，APフーリエ位相の傾きを変化させた時の力積応答関数は，波形形状がまったく同じであり，発生時刻がそれぞれ，APフーリエ位相の傾き分だけ遅れている．これは，直線位相の逆フーリエ変換はデルタ関数であり，その性質である式(18)によって，APフーリエ位相の傾きの分，元の力積応答関数より遅れて到達する波形となる事を示している．但し，波形形状は全く同じである．

以上の結果より，APフーリエ位相が直線の場合は，波形形状は全く変化せず，その傾きの分だけ到達時刻が遅れる波形になることが明らかとなった．そして，これらの結果は，和泉等[14)]の結果と整合している．

(2)APフーリエ位相が非線形的な場合

a)ケース1：非線形項が1つの場合

APフーリエ位相が曲線的であるとすれば，連続関数の一例として，m個の項の和で，

$$\phi_A(\omega) = -\sum_{k=1}^{m} a_k \cdot \omega^{n_k} \qquad (20\text{-}1)$$

と表すことが出来る．但し，式(20-1)において，kは整数であり，角振動数の乗数n_kは実数である．

まず簡単のため，式(20-1)を，直線と，直線ではない二項だけで表されるとすると，式(20-1)は，

$$\phi_A(\omega) = -a_0 \cdot \omega - a_1 \cdot \omega^n$$
$$n \neq 1 \qquad (20\text{-}2)$$

となる．以下では，式(20-2)の右辺第2項のように，直線ではないすべての項を，非線形項と呼ぶ．

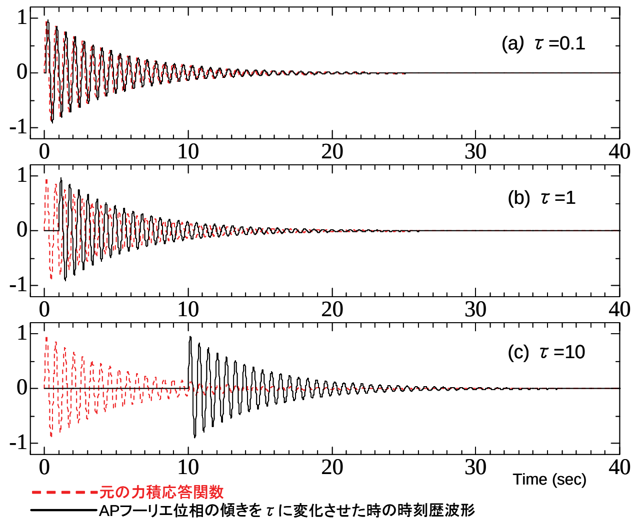
まず，非線形項の乗数nが，0.1，0.5，0.9，1.3，1.7，2.0の時の，APフーリエ位相と，図-2(c)のMPSを掛け合わせ，逆フーリエ変換して求めた時刻歴波形を算出する．なお，係数a_0, a_1は両方とも10とした．これは，式(20-2)の右辺が，1次の直線の項だけであれば，図-3の(c)で示したように，10秒遅れの力積応答関数となるため，非線形項を付した時の時刻歴波形と比較しやすいためである．

図-4に，APフーリエ位相に非線形項を考慮した時の波形と，図-3(c)の波形を重ねて示す．同図によれば，非線形項の乗数が0.1の場合は，10秒遅れの力積応答関数とほぼ同じ波形形状となるが，第一波目の振幅が小さくなっている．また，乗数0.5の場合は，最初の一波目の振幅がさらに小さくなり，そして位相が少し遅れている．そして，10秒遅れの力積応答関数に比べて，減衰が遅くなっている．乗数0.9の場合は，波動の到達は15秒程度である．そして，乗数0.1，0.5の時は，最初の一波目で最大を示したが，乗数0.9では，第5波目が最大となる．

一方，乗数が1.3以上になると，その波形は，時間経過とともに増幅して，最初のピークを示し，その後減衰し，再びピークを示す波形となっている．そして，その波形形状は，元の力積応答関数とは全く異なっている．また，乗数が1未満の時では，波動到達時間が明瞭であったが，1.3以上になると明瞭ではなくなっている．

b)ケース2：非線形項が2つの場合

次に乗数nは1以下として，非線形項を2つに増やすと，波形がどのように変化するかを検証する．非線形項が二つとすると，式(20-2)は，



図－３　AP フーリエ位相の傾きを変化させた時の力積応答関数の変化

表－１　非線形項が 2 つの時の乗数 n の組み合わせ

	n1	n2
①	0.1	0.5
②	0.1	0.9
③	0.5	0.9

$$\phi_A(\omega) = -a_0 \cdot \omega - a_1 \cdot \omega^{n_1} - a_2 \cdot \omega^{n_2}$$
$$\begin{cases} n_1 \neq n_2 \\ n_1 < 1 \\ n_2 < 1 \end{cases} \qquad (20\text{-}3)$$

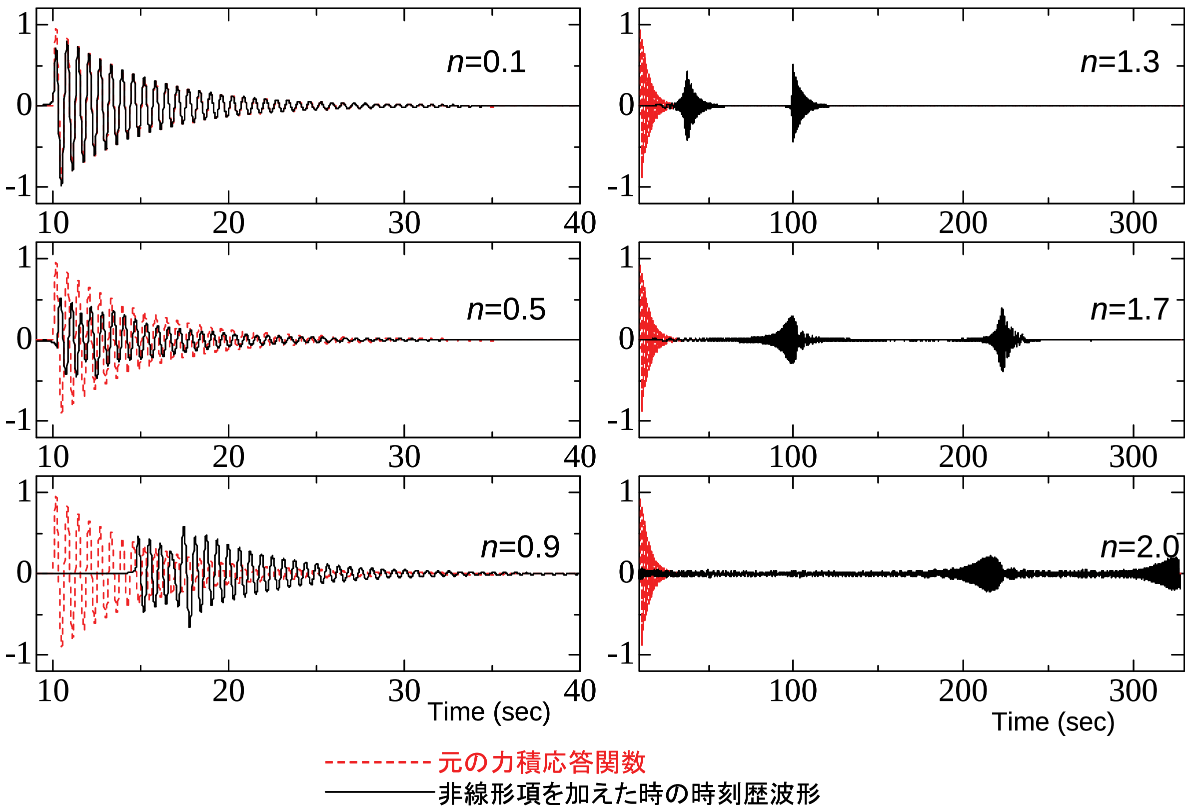
と書ける．各項の係数は，ケース1と同様に10とした．そして，乗数を表-1のように変化させ，波形合成を行った．その結果を図-5に示す．

同図によれば，波動到達時間は，どれも10秒以降に到達している．その遅れ時間は，乗数が大きくなるほど遅くなる．最大値は，第1波ではなく，第5から8波目で，その大きさは，元の力積応答関数に比べ小さい．さらに，波形の減衰が，元の力積応答関数に比べ，遅くなっている．つまり，MPSが一定でも，APフーリエ位相に非線形項を考慮すると，単調に減衰する波形であった力積応答関数が，増幅や異なる減衰性を示す波形となる．

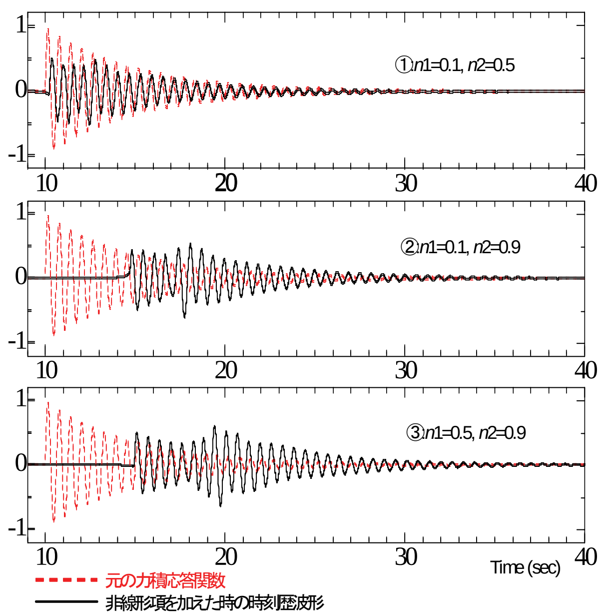
c)ケース3：非線形項が3つの場合

非線形項を更に増やし3項にすると，式(20-2)は，

$$\phi_A(\omega) = -a_0 \cdot \omega - a_1 \cdot \omega^{n_1} - a_2 \cdot \omega^{n_2} - a_3 \cdot \omega^{n_3}$$
$$\begin{cases} n_1 \neq n_2 \neq n_3 \\ n_1 < 1 \\ n_2 < 1 \\ n_3 < 1 \end{cases} \qquad (20\text{-}4)$$

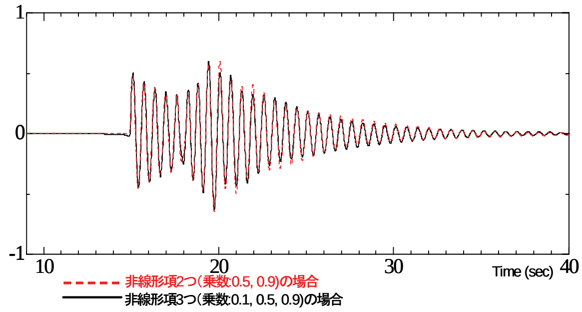


図－４　非線形項が１つの場合の，乗数 n による時刻歴波形の変化



図－５　非線形項を２つ考慮した時の，刻歴波形の変化

となる．各係数は，前項と同じように10とし，非線形項の乗数は，それぞれ，0.1，0.5，0.9とした．その時刻歴波形を図-6に示す．図-6によれば，この場合の波形は，前項で示した乗数が0.5と0.9の時の波形とほぼ同じである．つまり，非線形項の乗数が1未満で，



図－６　非線形項が２つの時と３つの時の
時刻歴波形の比較

各係数が同じ場合には，2つ以上の非線形項を考慮しても，乗数の大きい項が，その時刻歴波形の波形形状に支配的である．

(3)全域通過関数による波形制御の利点

前節(2)で，APフーリエ位相に非線形項を考慮すると，時刻歴の波形形状は，フーリエ振幅が一定であっても，最大値が低下し，減衰が遅くなることが分かった．すなわち，APフーリエ位相のみを変化させることで，波形制御が可能であることが示された．

従来，地震動のフーリエ位相のモデル化では，フーリエ位相の傾き，すなわち，群遅延時間を利用する研究が多い[4)-8)]．ここで次式のように，群遅延時間は，時刻歴波形の2次のモーメントと，フーリエ振幅

との間に，

$$\int_{-\infty}^{\infty} t^2 \left|x(t)\right|^2 dt = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left[\left(\frac{d\left|F(\omega)\right|}{d\omega}\right)^2 + \left|F(\omega)\right|^2\left(\frac{d\phi(\omega)}{d\omega}\right)^2\right]d\omega \tag{21}$$

の関係があるため，フーリエ振幅とも関連性がある[4]．そのため，群遅延時間を変えると，フーリエ振幅も変化することが，式(21)より推察される．一方，因数分解では，フーリエ振幅と位相の情報を，完全に分離して扱えるため，フーリエ振幅特性を変えずに，波形制御することが出来る．さらに，因数分解を用いず，単純にフーリエ振幅と位相に分解することは，非因果な関数と位相波に分解することであり，どちらも任意に与えると，非因果な拡散波が生成される可能性がある．しかし，因数分解を用いれば，少なくとも，因果律を満足する波動を合成することが出来る[13]．本研究では，基礎的検討として，APフーリエ位相が式(20-1)で表され，係数もすべて同一の，簡単な連続関数のみを対象とし，議論を行った．今後は，実際の地震動記録から得られるAPフーリエ位相も考慮し，不連続な関数や複雑な関数でも同様の検討をしていく予定である．

５．まとめ

本研究では, 1 自由度系の力積応答関数を因数分解し，得られた最小位相推移関数(MPS)と，全域通過関数（AP）のうち, AP フーリエ位相を変化させた時に，得られる時刻歴波形の特性について議論した．得られた結論を以下に示す.

- MPS が同一であっても，AP フーリエ位相の傾きを変化させると, その傾きの分遅れた波形となるが，波形形状は元の力積応答関数と同じである．
- AP フーリエ位相に非線形項を考慮すると，乗数が 1 未満の時は，到達時刻が明瞭で，減衰を示す波形であるが，1.3 以上では，波動の到達時間が不明瞭な波形となる．
- 非線形項の乗数 n を 1 未満とした時, 得られる波形は, 元の力積応答関数に比べ, 最大値が低下し, 減衰も遅い．なお，非線形項を２つ以上考慮しても，その係数が同じである時は，乗数の大きい項が，波形形状に支配的である．

参考文献

1) 例えば，建設省建築研究所，財団法人日本建築センター：設計用入力地震動作成手法技術指針(案), 本文解説編，1991.
2) 土木学会地震工学委員会：土木構造物の耐震設計ガイドライン（案）-耐震基準作成のための手引き-，2001.
3) Ohsaki, Y.:On the significance of phase content in earthquake ground motions, *Earthq. Eng. Struct. Dyn.*, Vol.7, pp427-439, 1979.
4) 和泉正哲，勝倉裕，：地震動の位相情報に関する基礎的研究，日本建築学会論文集，第327号，pp20-26, 1983.
5) 佐藤智美，植竹富一，菅原良次：群遅延時間を用いたやや長周期地震動の経験的経時特性モデルに関する研究, 日本建築学会構造系論文集, 第493号，pp31-39，1997.
6) 澤田純男，盛川仁，土岐憲三，横山圭樹：地震動の位相スペクトルにおける伝播経路･サイト特性の分離，第10回日本地震工学シンポジウム，p915-921，1998.
7) 佐藤忠信，室野剛隆，西村昭彦：震源・伝播・地点特性を考慮した地震動の位相スペクトルのモデル化, 土木学会論文集, No.612/I-46, pp201-213, 1999.
8) Morikawa, H., Sawada, S., Toki, K. and Kawasaki, K. : Analytical representation of phase characteristics for source time function modeled by stochastic impulse train, *Soil, Dyn. Earthq. Eng.*, Vol.22, pp821-828, 2002.
9) Papoulis, A.: The Fourier integral and its applications, p204-212, McGraw-Hill, New York, 1962.
10) 佐藤忠信，土岐憲三，森口康弘：地震動に含まれる位相特性のモデル化, 京都大学防災研究所年報, 第32号B-2, p1-10, 1989.
11) Papoulis, A.: Signal analysis, p221-231, McGraw-Hill, New York, 1977.
12) Katsukura, H., Ohno, S. and Izumi, M. : Symmetrical FFT technique and its applications to earthquake engineering, *Earthq. Eng. Struct. Dyn.*, pp717-725, Vol.18, 1989.
13) 理論地震動研究会, 地震動 その合成と波形処理, p166-185, 鹿島出版会，1994.
14) 和泉正哲, 栗田哲, 遠藤良幸, 飛田潤, 半澤徹也：表層地盤の地震波動伝播システムにおける伝達関数の因果性と因果伝播関数の構成要素に関する基礎研究，日本建築学会構造系論文報告集，第412号, pp31-41, 1990.
15) 大崎順彦，新・地震動のスペクトル解析入門，p111-166，鹿島出版会，1994.

（2006 年 9 月 11 日受付）