構造物周辺の屋外音響伝搬に関する有限要素解析

Finite element analysis of outdoor sound propagation around structural objects

比江島慎二* Shinji Hiejima

*工博, 岡山大学大学院助教授, 環境学研究科資源循環学専攻(〒700-8530 岡山県岡山市津島中 3-1-1)

A finite element analysis is developed for outdoor sound propagation with structural objects, terrains or spatial variations of air temperature. Infinite elements are applied on external boundaries of computational domains, and a conjugate gradient method based on the Element-by-Element technique is implemented to solve the finite element equation. It was found that the computation results using this FEM tool have a good agreement with those of BEM in the computation of various types of noise barrier.

Key Words: FEM, Element-by-Element, noise barrier, complex shape, thermal variation キーワード: 有限要素法, Element-by-Element 法, 遮音壁, 複雑形状, 温度変化

1. はじめに

都市における交通騒音や建設騒音はわれわれの生活 の中で頻繁に発生し、様々なストレスを感じさせる.ま た、近年、導入が増えつつある風力発電サイトにおいて、 風車ブレード回転による空力騒音や機械音などが問題 となり、夜間の稼働を停止するケースも生じている.こ れらはいずれも騒音源が屋外にあり、ビルなどの構造物 や地形の起伏、あるいは地表近くの温度変化や風速分布 などの気象条件のもとで、複雑な伝搬経路を経て観測点 に伝わる.このような広範囲にわたる複雑な音響伝搬性 状を予測するには、計算機による数値解析が有効である.

従来,屋外の音響伝搬解析では半無限空間の取り扱い が容易な境界要素法 (BEM)が主に用いられてきた.し かし,複雑な地形や構造物形状,温度分布や風速分布な どの空間内の媒質特性の変化を考慮した解析例はほと んど見られない.このような条件のもとでの屋外音響伝 搬解析には、むしろ境界要素法よりも有限要素法 (FEM) が有利であると考えられる.しかし、有限要素法は有限 領域での解析であり、しかも広大な屋外空間を音の波長 を解像できるほどの要素サイズでメッシュ分割すると 計算容量は膨大となる.

そこで本研究では、半無限空間に有限要素解析を適用 するための無限要素を導入するとともに、限られた計算 機容量で大規模な有限要素方程式を解析するための連 立一次方程式の解析手法を取り入れた.このような有限 要素解析ツールを用いて遮音壁を対象とした音響伝搬 解析を行い、境界要素法と比較検証した.なお、本解析 はすべて遮音壁断面内の2次元解析で行っている.

2. 音場の有限要素解析手法

2.1 音場の支配方程式と無限境界の処理

音場のヘルムホルツ方程式をリッツ・ガラーキン法に より離散化すると以下の有限要素方程式が得られる.

$$([M] - k^{2}[K] + ik[G])\{p\} = i\omega v_{0}\{W\} + \{Q\} \quad (1)$$

ここで, k: 波数, ω: 角周波数, v₀: 駆動速度, [M]: イナータンス行列, [K]: エラスタンス行列, [G]: 減衰 行列, {p}: 節点音圧ベクトル, {W}: 駆動ベクトル, {Q}: 点音源ベクトルである.

有限要素法により屋外の半無限領域の音場を解析す るためには、有限領域の終端に無限領域への接合を表現 するための無限境界の処理が必要になる.本解析では、 取り扱いの容易さから、ハイブリッド変分原理にもとづ くハイブリッド型無限要素¹⁾を導入する.ハイブリッド 変分原理では、隣接する要素間境界におけるフラックス の連続条件を多少ゆるめることを前提に定式化が行わ れる.

解析領域を有限領域 Q_r と無限領域Qに分け,その境 界を仮想境界 Γ とし, Q_r では通常の有限要素法を適用し て、Qでは無限要素を考える.無限領域でヘルムホルツ 方程式が満たされるものとすれば、Qにおけるハイブリ ッド型汎関数は、p,qをQ内の音圧とフラックス、 p_r を 境界上で定義される未知音圧として次式で与えられる.

$$\pi_{I} = \int_{\Gamma} p_{\Gamma} q d\Gamma - \frac{1}{2} \int_{\Gamma} p q d\Gamma$$
(2)

次に、仮想境界 Γ を境界要素 Γ_e に分割し、境界上の音 圧の内挿関数 $\{L\}$ として、 p_Γ を次式のように表現する.

.

$$p_{\Gamma} = \{L\}^T \{p\}_{\Gamma_e} \tag{3}$$

p と *q* はヘルムホルツ方程式の級数展開された一般解 を用いる.

$$p = \{\beta\}^T \{A\} \tag{4}$$

$$q = \{\beta\}^T \{A_n\} \tag{5}$$

ここで、{*A*}は一般解ベクトル、{*β*}は係数ベクトル、 {*A*_n}は{*A*}の法線方向微分ベクトルである.これらを式 (2)に代入すれば、仮想境界上の線分要素*Γ*_eに関して、汎 関数は以下のようになる.

$$\pi_{I_e} = \{\beta\}^T [G]_{\Gamma_e} \{p\}_{\Gamma_e} - \frac{1}{2} \{\beta\}^T [H]_{\Gamma_e} \{\beta\}$$
(6)

ただし,

$$[G]_{\Gamma_e} = \int_{\Gamma_e} \{A_n\} \{L\}^T d\Gamma$$
⁽⁷⁾

$$\begin{bmatrix} H \end{bmatrix}_{\Gamma_e} = \int_{\Gamma_e} \frac{1}{2} \left(\{A\} \{A_n\}^T + \{A_n\} \{A\}^T \right) d\Gamma \quad (8)$$

式(6)の第1変分の停留性から{ β }と{p}_{$n}の関係が得られ、{<math>\beta$ }は消去されて最終的なハイブリッド型無限要素の要素行列[S]_nが次のように求められる.[S]_{$n}は境界<math>\Gamma_{e}$ から無限領域Qをみたアドミッタンスマトリクスに対応する.すなわち有限領域の境界がこのアドミッタンス によって終端されることで無限境界が表現される.</sub></sub>

$$\begin{bmatrix} S \end{bmatrix}_{\Gamma_e} = \begin{bmatrix} G \end{bmatrix}_{\Gamma_e}^T \begin{bmatrix} H \end{bmatrix}_{\Gamma_e}^{-1} \begin{bmatrix} G \end{bmatrix}_{\Gamma_e}$$
(9)

2.2 有限要素方程式の解法

無限境界の導入により,有限要素法による屋外音響伝 搬解析が可能となるが,それでもなお,音源から離れた 受音点での音圧などを予測するためには,広い空間の解 析が必要となることが多い.また,その空間スケールに 比べて音の波長のスケールは数オーダー小さく,それを 解像できる程度の小さな有限要素メッシュサイズを用 いれば,式(1)の連立一次方程式は極めて大規模で必要と される計算容量は膨大となる.

大規模な連立一次方程式の解法としては、共役勾配法 などの反復解法が有利である.本解析では、収束性の早 さなどから、積型反復解法の1つである GPBi-CG 法²⁾ を用いる(図-1).



図-1 GPBi-CG 法のアルゴリズム

図-1のアルゴリズムに示すように、反復計算の中で 頻繁に全体マトリクスAに関する内積計算が現れる.本 解析では、さらなる計算容量の低減を図るため、以下の ように、全体マトリクスを作成せずに要素マトリクス A_e について要素ごとに内積計算を処理する Element-by-Element 法³を導入する.

$$\boldsymbol{A}\boldsymbol{x} = \left(\sum_{e} \boldsymbol{A}_{e}\right)\boldsymbol{x}$$
(10)

全体マトリクスを作成しないため、計算容量を大幅に 削減できるとともに、要素ごとの計算処理であるため、 今後の並列計算への応用も容易になる.

3. 遮音壁の FEM 音響解析および BEM との比較

3.1 単純壁の解析と要素分割数の検討

地表面に置いた 1000 Hz の点音源から遮音壁を越えて 伝搬する音の FEM 解析を行った.正方形領域の地表面 中央に単純壁を設置した解析モデルを図-2 に示す.地 表面と遮音壁表面は剛体境界,その他の3辺の外部境界



(a) ケース1-a (節点数10000, 要素数19677)

(b) ケース1-b (節点数 20000, 要素数 39515)



(c) ケース1-c(節点数40000,要素数79364)
 図-4 単純壁周辺の音圧分布(FEM)



図-5 単純壁周辺の音圧分布 (BEM)

(b) ケース1-b(節点数2000, 要素数39515)



(c) ケース1-c(節点数40000,要素数79364)図-3 単純壁周辺の要素分割

は無限境界とする.受音側に解析結果を評価するための 受音点を8点設ける.

FEM 解析における有限要素分割の影響を調べるため, 図-3 に示す節点数 10000, 20000, 40000 の3ケースの 要素分割を検討した. それぞれ三角形1次要素を用いて, 要素数 19677, 39515, 79364 で分割した.

FEM 解析との比較のため、点音源、単純壁、受音点を 同条件で設定した BEM 解析も行った.FEM モデルとの 違いは、正方形の有限解析領域ではなく、地表面が無限 の剛体となる.BEM では、遮音壁表面を 0.01 m 長さの 境界要素に分割して解析している.また、FEM と BEM は定式化の違いから、音源の強さを同一に設定するのに 手間がかかる.ここでは、遮音壁の遮音効果の評価によ く用いられる以下の挿入損失 IL により両解析結果を定 量的に比較する.

$$IL = 20\log\frac{p_{before}}{p_{after}} \tag{11}$$

ここで、*p_{before}、p_{after}* はそれぞれ遮音壁設置前後の受音点の音圧である.

図-4に各ケースのFEM 解析による音圧分布を示す. なお解析では音源には任意の強さを与えており、ここで は音響伝搬の概略的な性状の把握を目的としているた め、コンターの具体的な値は示していない.1000 Hz の 音の波長はおよそ0.34 m であり、それに比べてあまり大 きな解析領域を確保できているわけではないが、いずれ のケースにおいても無限境界での反射による強い影響 は見られない.節点数10000 などでは音圧分布に不連続 なムラが見られるが、節点数40000 の場合には、音源か ら放出される音と遮音壁からの反射音との干渉縞がは っきりと確認できる.図-5 には BEM 解析の結果を示 している.音源の強さが必ずしもFEM と同じではなく、 BEM 解析ソフトウェア付属の可視化ツールを使用して いるため、音圧分布の配色が FEM 解析とは異なるが、 干渉縞の分布性状は節点数40000 の結果と良く一致する.

FEM と BEM の解の違いを定量的に比較するため,各 ケースの8つの受音点における挿入損失 IL の解析結果 を表-1 に示す. BEM との挿入損失の差ΔIL は受音点 によってばらつきがあるが,その平均値を見ると,節点 数を多くするほど BEM との差が小さくなる傾向が見ら れる. 節点数40000 における挿入損失の差の平均3.5 dB は音圧振幅比に換算して5割程度の差になるので,差が 大きいように思われるが,境界上にない3,5,7 の受音点 だけで見れば平均1.9 dB であり,音圧振幅比にして2割 強程度の差となる.FEM の境界上の受音点では無限境界 処理や反射の影響を多少受けるため,差が大きくなると 考えられる.また,節点数30000 の解析も別途行ってい るが,挿入損失の差の平均3.0 dB で節点数40000 のケー スよりもむしろ小さくなっており,節点数を40000 より 増やすことで空間的解像度を高めても解析結果にそれ ほど大きな変化はないと考えられる. 節点数 40000 では 要素サイズは0.05m 程度となり,1000 Hz の音の波長 0.34 mを7分割する程度の大きさであるので、音波をとらえ るのに十分な空間的解像度が得られることになる. 無限 境界からの反射の影響も多少あると考えられるので、計 算機容量が許すならば、空間的解像度はそのままで解析 領域を広げることでさらに BEM との差が小さくなる可 能性はある.

ケース	- 八口 母辛占			小山王/
1) × X	又日示	24.2	19	
	2	86	156	
	3	22.3	51	
	4	19.8	7.1	
1—a	5	12.0	84	6.4
	6	27.9	60	
	7	13.4	5.2	
	8	176	19	
	1	21.4	4.7	
	2	23.3	0.9	
	3	37.3	9.9	
	4	33.9	7.0	
1—b	5	33.2	10.8	5.1
	6	21.4	0.5	•
	7	19.7	1.1	
	8	25.5	6.0	
	1	22.3	3.8	
	2	22.6	1.6	3.5
	3	26.5	0.9	
1	4	30.9	4.0	
1-c	5	24.1	1.7	
	6	29.9	8.0	
	7	15.5	3.1	
	8	24.1	4.6	
	1	26.1	—	
	2	24.2	—	
	3	27.4	—	
BEM	4	26.9	—]
BEM	5	22.4] _
	6	21.9	—	
	7	18.6	—	
	8	19.5	_	

表-1 受音点での挿入損失の比較(単純壁)

3.2 吸音材を設置した単純壁の解析

次に、遮音壁側面に吸音材を設置した場合の音響伝搬 解析を行った。図-6 に解析モデルを示す.吸音材を遮 音壁音源側の側面に設置する以外は、図-2 と同条件で ある.吸音材のインピーダンス値は、グラスウールまた はロックウール(厚さ25~50mm)等の多孔質材料を使 用し表面保護構造を有した実際の屋外用吸音構造の吸 音率⁴⁾を参考にして、図中に示した実数値で与える.

節点数40000のメッシュ分割で解析したときの音圧分 布を図-7に示す.遮音壁表面の吸音効果により,音源 と遮音壁の間の干渉縞が図-4の吸音無しの場合に比べ て色の濃さが薄くなり,強さが低減しているのが分かる.





一方,音源と左側無限境界との間に同様な干渉縞が見られる.これは、無限境界で多少の反射が生じていることを示唆する.図-4 では遮音壁からの反射が強すぎて目立たなかったが、同様に無限境界での反射が生じていると思われ、やはりこれらが BEM 解との差の要因の1つになっている可能性がある.同様に吸音材を設置した図-8のBEM 解析結果では、当然、このような反射は見られない.遮音壁表面での反射が図-5 に比べて低減している点では FEM 解と一致する.受音点での音圧レベルを予測する場合などには、無限境界での反射の影響を低くするために、受音点の位置に比べて十分広い解析領域を確保することが望ましい.また、別途、補足的に行

った100 Hz や500 Hz などのより低い周波数では,1000 Hz と同じ広さの解析領域では解が発散して求まらず, 解析領域を広くすることで解が得られるというケース が見られた.低い周波数では波長が大きくなるため,波 長に対しても十分広い領域を確保することが重要と思 われる.

表-2 に各受音点での挿入損失の比較を示している. 8つの受音点における FEM と BEM の挿入損失の差Δ*II* の平均は前節のケース 1-c より高くなっている.しか し、境界上にない3,5,7 の受音点だけで見ると、Δ*II* 平 均は2.2 dB となり、ケース1-c と同様に FEM と BEM の差は小さくなる.

众 1 ○ 文 自 □ ○ ○ □ □ ○ ○ □ □ ○ ○ □ □ ○ ○ □ □ ○ □ □ ○ □ □ □ ○ □						
	受音点	IL(FEM)(dB)	IL(BEM)(dB)	$ \Delta IL $ (dB)	△Ⅱ二平均 (dB)	
	1	26.1	30.7	4.6		
	2	24.7	28.7	4.0		
	3	29.0	32.0	3.0		
	4	35.1	31.5	3.6	4.1	
	5	26.2	27.0	0.8	4.1	
	6	34.3	26.3	8.0		
	7	20.0	22.7	2.7		
	8	29.6	23.7	5.9		

表-2 受音点での挿入損失の比較(単純壁,吸音有り)

3.3 先端改良型遮音壁の解析

遮音壁先端の改良により遮音効果を向上させたいわ ゆる先端改良型遮音壁には様々な先端形状のものが提 案されている.ここでは、単純な先端形状で BEM でも 比較的解析が容易と思われる図-9 に示す先折れ型の遮 音壁について検討する.図-2の単純壁の先端に長さ1m のプレートを取り付けた形式である.



図-10,11 に FEM と BEM による解析結果を示す. な お, FEM では節点数 40000 のメッシュ分割で解析してい る. いずれの音圧分布にも,単純壁で見られた縦方向の 干渉縞に加えて,先端プレート部での反射によると思わ れる横方向の干渉縞が重なっている様子がうかがえる. 表-3 に示した受音点の挿入損失の差[ΔII]の平均は 4.9 dBであるが,境界上にない3,5,7の受音点だけのµII 平均は6.1 dBとなり,単純壁の場合と違ってむしろFEMとBEMの差が大きくなってしまう.この要因については、設定した受音点数も少ないため詳細は不明である. FEMにおける無限境界での反射のほか,BEMでは境界要素近くで精度が低下する傾向があることなど、様々な要因が考えられる.特に、複雑な形状の構造物付近では反射・散乱が複雑に生じていると予想されることから、音場をどの程度精度良くとらえられているか、FEM,BEMともに今後さらに検証する必要がある.



図-10 先折れ型遮音壁周辺の音圧分布 (FEM)



図-11 先折れ型遮音壁周辺の音圧分布 (BEM)

表一3	受音点での挿人損失の比較	(先折れ型遮音壁)

受音点	IL(FEM)(dB)	IL(BEM)(dB)	$ \Delta IL $ (dB)	△ <i>IL</i> 平均 (dB)
1	26.2	36.9	10.7	
2	35.9	34.4	1.5	
3	47.2	38.1	9.1	
4	29.8	37.0	7.2	4.0
5	29.0	31.6	2.6	4.9
6	29.0	30.4	1.4	
7	16.7	23.4	6.7	
8	25.5	25.4	0.1	

さらに、解析領域の上半分と下半分で密度や音速などの媒質特性を変化させたケースの解析を行った.FEM で は各要素に与える媒質特性を変化させるだけで、BEM に比べて容易に異媒質間の音響解析が可能である.領域 の上半分を密度 1.35 kg/m³、音速 325 m/s の媒質(気温 -10 ℃ の空気に相当),下半分を密度 1.20 kg/m³,音速 340 m/s の媒質(気温 15 ℃ の空気に相当)としたケー スの解析結果を図-12 に,上下の媒質特性を図-12 と は逆にしたケースの解析結果を図-13 に示す.図-12 と 13 では音圧分布にそれほど大きな違いは見られない が,図-12 では音源からの音が領域上部の冷気との境界 で下方向に多く反射するため,遮音壁左方の干涉縞が図 -13 に比べて強く表れている.



図-12 先折れ型遮音壁周辺の音圧分布 (FEM) (上部:冷気,下部:暖気)



図-13 先折れ型遮音壁周辺の音圧分布 (FEM) (上部:暖気,下部:冷気)

4. まとめ

屋外の半無限空間における音響伝搬について,先端改 良型遮音壁などの複雑な形状を有する構造物や温度変 化などの気象条件を考慮した伝搬予測のための有限要 素解析ツールを開発した.屋外音響伝搬解析において実 績のある境界要素法との解析結果の比較などを通して 以下の知見が得られた.

(1) ハイブリッド型無限要素や Element-by-Element 共 役勾配法の導入により,比較的少ない計算機容量のもと で屋外空間の音響伝搬解析が可能な有限要素解析ツー ルを構築した. 今後,並列計算への応用も可能である. (2)様々なタイプの遮音壁を対象とした解析によれば, 音圧分布の定性的な性状や受音点音圧の定量的な比較において,BEM と概ね一致する結果が得られた.ただし,解析領域の境界上の点などではBEM 解との差が大きくなった.また,遮音壁の先端形状が複雑なケースではBEM の精度低下も懸念され,FEM とBEM の解の差が大きくなる傾向が見られた.

(3) 無限境界では多少の反射が見られ, BEM 解との 相違の要因となっている可能性が示唆された.よって, 受音点の音圧レベルを予測する際には,受音点位置より も十分広い解析領域を確保することが望ましい.また, 有限要素メッシュは対象周波数の音の波長を十分解像 できるサイズにする必要がある.

(4) 要素ごとに異なる媒質特性を設定可能な有限要素 法の利点を生かして,空間内での温度変化を考慮した解 析を行ったところ、媒質温度の違いによる音響伝搬性状 を定性的にとらえることができた.

参考文献

- 加川幸雄:開領域問題のための有限/境界要素法、サイエンス 社、1983.
- 2) 藤野清次, 張紹良: 反復法の数理, 朝倉書店, 2002.
- Barragy, E. and Carey G E. : A parallel element-by-element solution scheme, Int. J. Numerical Methods in Eng., Vol. 26, pp. 2367-2382, 1988.
- 4)(社)日本音響材料協会編:騒音・振動対策ハンドブック, 第2編第4章, 1998.

(2006年9月11日受付)