

モーメント再分配を考慮した連続合成桁の非弾性設計に関する一考察

Study on inelastic design of composite continuous girders considering moment redistribution

野阪 克義*, 植村 文孝**, 伊藤 満***

Katsuyoshi Nozaka, Fumitaka Uemura, Mitsuru Ito

*Ph. D., 立命館大学講師, 理工学部都市システム工学科 (〒525-8577 滋賀県草津市野路東 1-1-1)

**立命館大学院, 理工学研究科 (〒525-8577 滋賀県草津市野路東 1-1-1)

***工博, 立命館大学教授, 理工学部都市システム工学科 (〒525-8577 滋賀県草津市野路東 1-1-1)

Performance based design has been thought to be rational because it enables engineers to use variety of design and construction methods for each structure. Inelastic design considering moment redistribution is one of such design methods, and has currently been included in design specification in the United State. In this paper, the mechanism of moment redistribution is illustrated, and a design example using inelastic design procedure is presented to demonstrate how the moment redistribution is included in the design. In addition, a simple equation to calculate the inelastic rotation at the intermediate support in a two-span continuous girder due to factored load and a procedure to check the safety of rotational capacity of the section are proposed.

Key Words: inelastic design, moment redistribution, inelastic rotation

キーワード: 非弾性設計, モーメント再分配, 塑性回転角

1. まえがき

平成 14 年の道路橋示方書・同解説(Ⅱ鋼橋編)¹⁾は, 性能照査型設計手法へ一歩踏み込んで改訂が行われた。この性能照査型設計手法の最大の特徴は, 現行基準の材料や部材寸法などの細かい規定にとらわれず, 耐久性や耐震性, 美観, 経済性, 社会性といった要求項目ごとに構造物が持つべき性能さえ満たしておれば, 自由な設計, 多様な施工法を採用できる点にある。

今後, 我が国の橋梁技術の国際競争力を更に増強し, 長く続いている日本経済の低迷を打破していくためにも, 種々多様な橋梁設計法, ならびに橋梁技術が開発されることが急務である。

性能照査型設計法, とりわけ限界状態設計法の一例として, 米国 AASHTO (The American Association of State Highway and Transportation Officials) の荷重抵抗係数設計法 (LRFD: Load and Resistance Factor Design)^{2),3)}が挙げられる。

この荷重抵抗係数設計法は, 荷重係数と抵抗係数の二つの安全係数により細分化された限界状態に対して設計を行うことを要求している。考慮されている限界状態の主なもの, 使用限界, 疲労限界, 強度限界などである⁴⁾。

AASHTO LRFD 法の特徴として, 連続桁中間支点上モーメントの再分配を認めている点が挙げられる。これは, 最初に, LRFD 法の前身である荷重係数設計 (LFD: Load Factor Design) 法にオートストレス設計法 (Auto-stress Design Procedure)⁵⁾として取り入れられた設計法である。オートストレス設計法とは, 塑性設計の考え方を取り入れ, 実際の桁の挙動に適合するように, つまり中

間支点上断面のモーメント-回転角曲線に基づいてモーメントを求め, モーメントの再分配を行う設計法である。それまでの LFD 法を用いた連続桁の設計においては, 弾性解析から求められた中間支点上断面のモーメントを経験的に 10%まで低減, 再分配することが可能であったのに対し, 実際の桁の挙動を考慮できる点が合理的であるとされた。

ただし, モーメントの再分配を設計に取り入れるためには, 断面に十分な塑性変形能力が必要であり, 全塑性モーメントに達することの出来る厚肉断面を用いた時のみモーメントの再分配が適用可能であると規定されていた。

このオートストレス設計法の考え方は, 2004 年度版 LRFD 法³⁾においては非弾性設計法 (Inelastic Design procedure) として採用されている。また, 多くの研究成果^{例えは 6)・9)}により, 非弾性設計法が適用できる断面の幅も広がり, 非厚肉断面にも適用可能となっている。

非弾性設計法は, 限界状態設計法の中でもより合理的な設計法と言えるが, その適用例はまだ少ないのが現状である。これは, 現象の難しさや, 設計方法の煩雑さによるものと考えられる。さらに, 限界状態設計法への移行期にある我が国においては関連する研究も少ないのが現状である。

本研究では, 2 径間連続桁を例として, 中間支点上断面の非弾性挙動, およびモーメント再分配のメカニズムを検討し, より簡便な設計照査式が提案できないかを検討する。また, LRFD 法の非弾性設計による試設計を示し, モーメント再分配の設計への適用例を示す。

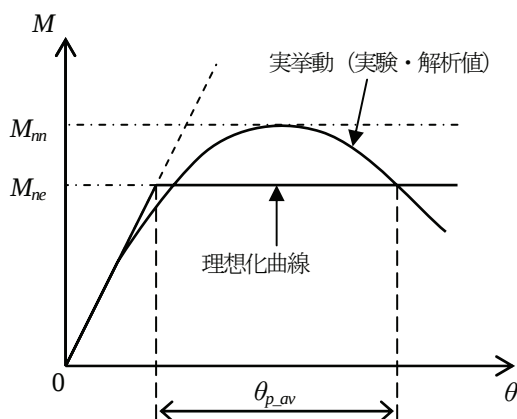


図-1 曲げモーメント-回転角曲線

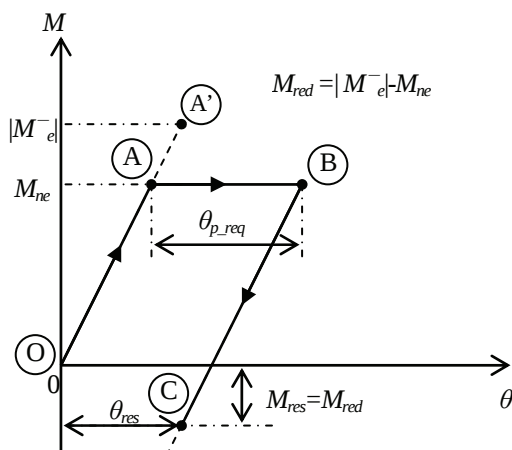


図-2 曲げモーメント-回転角関係

2. 連続桁におけるモーメント再分配

ここでは、2 径間連続桁を例として、モーメントの再分配について説明する。

2.1 モーメント-回転角特性の理想化

負のモーメントを受ける中間支点上断面では、鋼桁と鉄筋のみが有効に働くとして、図-1「実挙動」のようなモーメント-回転角特性を仮定する。モーメント-回転角特性は断面を構成する部材の幅厚比によって様々に変化するが、ここでは最大曲げ強度を M_m とし、それ以降は徐々に耐力を失いながら回転変形が進むものとする。

非弾性挙動にはある程度の塑性回転容量が必要と考え、最大曲げ強度より小さい有効曲げ強度 M_{ne} を定義し、モーメント-回転角特性を2直線近似する。この時、有効曲げ強度以上を保てる回転角が塑性回転容量であり、図-1の $\theta_{p,av}$ のように定義し、本論文では有効塑性回転角と呼ぶ。ここで、 M_m および M_{ne} の符号は正である。

2.2 非弾性挙動およびモーメント再分配

次に、図-1 に示した理想化曲線を用いて、2 径間連続桁におけるモーメント再分配のメカニズムを考える。図-2 に中間支点上断面のモーメント-回転角関係、図-3 に2 径間連続桁への載

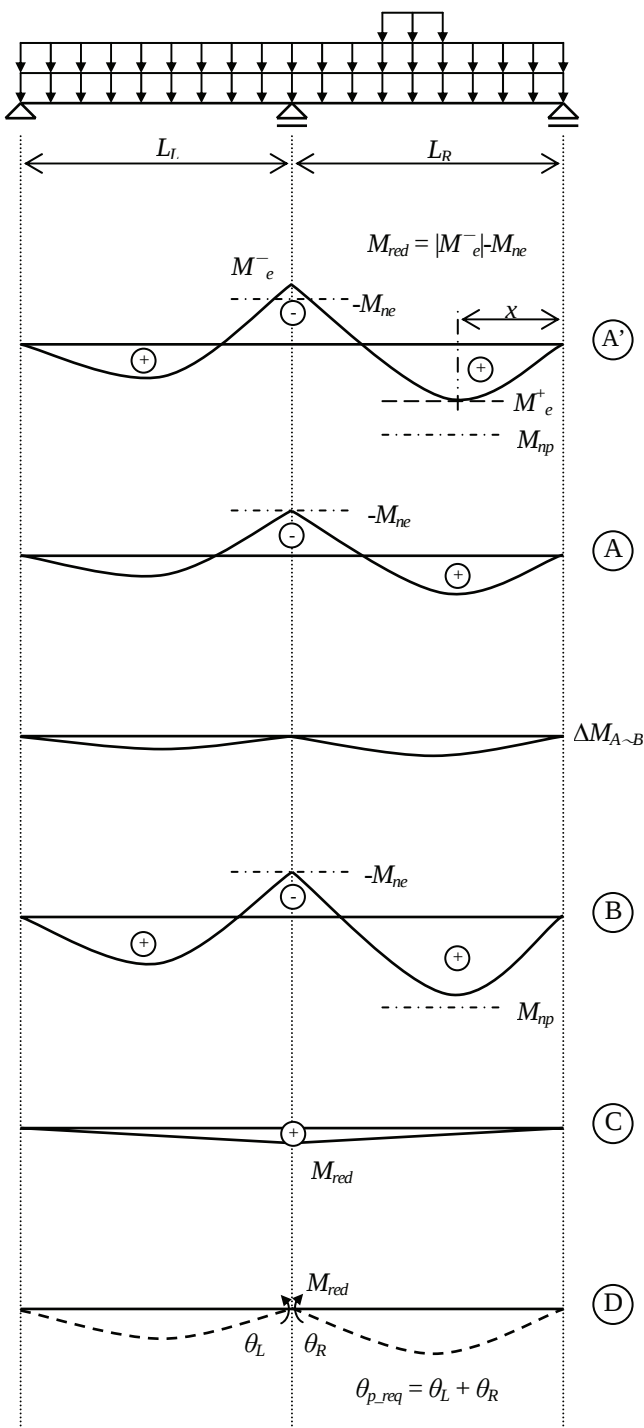


図-3 2 径間連続桁の非弾性挙動

荷状態およびモーメント、たわみの変化等を示す。図中の記号については順次説明する。

全ての荷重を載荷した場合に、弾性解析により求まるモーメント分布は図-3のA'のようであり、中間支点上断面に作用するモーメントを M_e^- とする（負の符号をもつ）。 M_e^- は有効曲げ強度を超えるものとし、この時のモーメント-回転角関係は、図-2中ではA'点となる。したがって、中間支点上の非弾性挙動を考慮する場合には弾性解析の解は適用できない。

非弾性解析では、まず中間支点上断面が有効曲げ強度に達するまでの荷重を載荷し、モーメント分布を求める。この状態が図-3のAであり、モーメント-回転角曲線では図-2のA点となる。

残りの荷重に対しては、中間支点上断面はヒンジとしての挙動を示すため、二つの単純ばりに载荷したと仮定してモーメント分布を求めれば良い（図-3の $\Delta M_{A \sim B}$ ）。

上記2つのモーメント分布（Aと $\Delta M_{A \sim B}$ ）を足し合わせることで、非弾性挙動を考慮した最終的なモーメント分布が求まる（図-3のB）。この時の中間支点上断面のモーメント-回転角挙動は、図-2においてA点からモーメントは変化せず回転変形のみ増加したB点となる。この時に生じる回転変形が塑性回転角であり、必要塑性回転角 $\theta_{p, req}$ と呼ぶことにする。これは、図-3の $\Delta M_{A \sim B}$ が生じる時の支点上断面における回転角と同じである。

ここで、弾性解析より求まる中間支点上断面に作用するモーメント $|M_d|$ と有効曲げ強度 M_{ne} の差が支間断面（主に正モーメントを受ける）に配分されることになるため、これを再分配モーメント（ $M_{red} = |M_d| - M_{ne}$ ）と呼び、その再分配モーメントのモーメント分布は図-3のCで表現できる。すなわち、非弾性挙動を考慮したモーメント分布（図-3のB）は、弾性解析によるモーメント分布（図-3のA'）に再分配モーメント（図-3のC）を足し合わせることで求められる。

次に除荷を考える。除荷時に桁はすべて弾性的に挙動すると仮定すると、中間支点上断面のモーメント-回転角関係は図-2のB点からC点に移ることになる。原点Oに戻らず、残留モーメント $M_{res} (=M_{red})$ および残留変形 θ_{res} が生じる。

3. AASHTO LRFD による試設計

ここでは、AASHTO LRFDにおいて規定されている、モーメント再分配を考慮に入れた設計例を示す。試設計では、鋼断面積が小さくなるように断面寸法を選択した。紙面の都合上、主にモーメント再分配に関連した設計計算結果のみを示し、後は省略する。

3.1 検討対象および設計条件

試設計対象は2径間連続桁（等径間）で主に以下のような条件で設計した。設計対象として複数の主桁のうち1本だけを取り出し設計を行った。また、設計の簡素化のため、全長にわたり桁断面は変化しないと仮定した。

(1) 形式

連続2径間活荷重合成桁

スパン

$L = 25000\text{mm}$

主桁間隔

$S = 2900\text{mm}$

(2) 舗装

アスファルト舗装

$h_a = 50\text{mm}$

単位体積重量

$W_a = 2.26 \times 10^{-5} \text{N/mm}^3$

(3) 床版

鉄筋コンクリート床版

床版有効幅

$B = S$

床版コンクリート

$h_c = 250\text{mm}$

ハンチ高さ

$h_h = 50\text{mm}$

ハンチ幅

$h_b = 500\text{mm}$

単位体積重量

$W_c = 2.45 \times 10^{-5} \text{N/mm}^3$

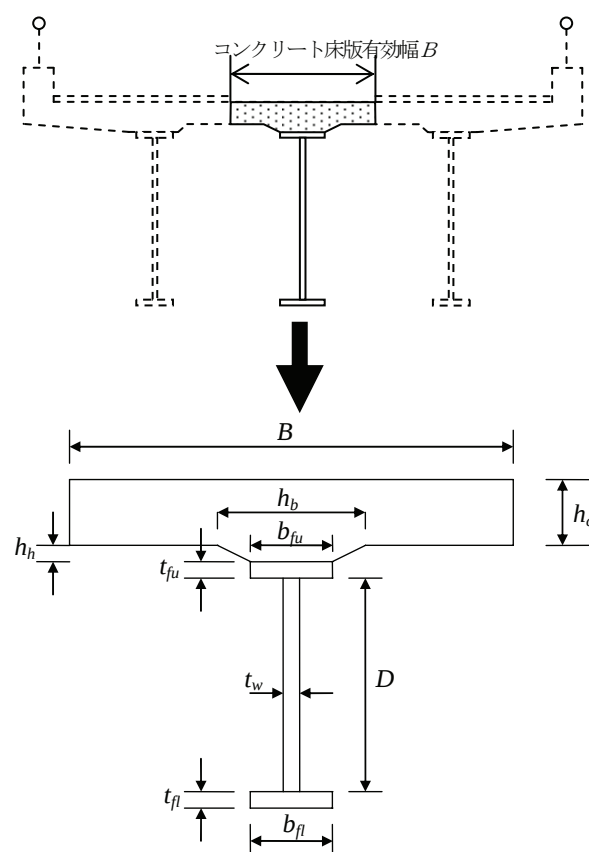


図-4 試設計断面

圧縮強度

$F_c = 29 \text{N/mm}^2$

鉄筋(SD295A)降伏応力度

$F_{yr} = 294 \text{N/mm}^2$

(4) 使用鋼材

SM490

降伏応力度

$F_{yf} = 314 \text{N/mm}^2$

弾性係数

$E = 2.1 \times 10^5 \text{N/mm}^2$

(5) 荷重

道路橋示方書¹⁾に従う。

活荷重

B活荷重

(6) 付帯荷重

考慮しない

3.2 断面寸法

試設計断面（鋼桁断面）の寸法は以下の通りである。記号については図-4参照。

$t_{fu} = 16\text{mm}$ $b_{fu} = 310\text{mm}$

$t_{fl} = 27\text{mm}$ $b_{fl} = 520\text{mm}$

$t_w = 11\text{mm}$ $D = 1230\text{mm}$

鋼断面積 $A = 3.253 \times 10^4 \text{mm}^2$

3.3 設計断面力

支間を8等分した点におけるモーメントの最大値を表-1、および図-5に示す。図-5中の横軸の番号、および表-1中の番号

表一 試設計桁の作用モーメント

	MDL1	MDL2	MLL1	MLL2	Mi
0	0	0	0	0	0
1	558	80	569	292	230
2	892	128	938	486	380
3	1004	144	1115	583	453
4	892	128	1108	583	451
5	558	80	931	486	378
6	0	0	608	292	240
7	-781	-112	-563	-364	-247
8	-1784	-256	-644	-778	-379

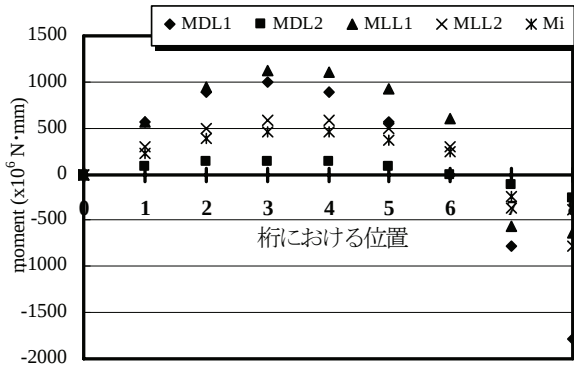
(単位: $\times 10^6 \text{ N}\cdot\text{mm}$)

図-5 モーメント分布図

は連続桁の位置を示し、0 が端支点、8 が中間支点位置を示す。MDL1, MDL2 は合成前死荷重、合成後死荷重であり、MLL1, MLL2 は道路橋示方書に規定されている p1 荷重、p2 荷重によるモーメント、Mi は衝撃荷重である。試設計においては、乾燥収縮、温度差等の影響は無視している。

3.4 基本的な幅厚比制限および断面諸量

(1) 断面の幅厚比制限

AASHTO は以下のような基本的な幅厚比制限を設けており、これらを満足するように断面を決定した。

・ウェブに対して

$$\text{水平補剛材が無い場合: } \frac{D}{t_w} \leq 150 \quad (1)$$

$$\text{水平補剛材がある場合: } \frac{D}{t_w} \leq 300 \quad (2)$$

・フランジに対して

$$\frac{b_f}{2t_f} \leq 12.0 \quad (3)$$

$$b_f \leq \frac{D}{6} \quad (4)$$

$$t_f \leq 1.1t_w \quad (5)$$

$$0.1 \leq \frac{I_{yc}}{I_{yt}} \leq 10 \quad (6)$$

ここで、 D =ウェブ高さ、 t_w =ウェブ厚さ、 b_f =フランジ幅、 t_f =フ

表二 試設計桁断面諸量

	負モーメント断面		正モーメント断面	
	鋼桁のみ	鋼桁+鉄筋	3n=21	n=7
+下付文字	0	n1	p1	p2
$I \text{ (mm}^4\text{)}$	8.17×10^9	1.46×10^{10}	2.45×10^{10}	3.26×10^{10}
$D_{fu} \text{ (mm)}$	807	607	302	60
$D_{fl} \text{ (mm)}$	466	666	971	1213
$S_{fu} \text{ (mm}^3\text{)}$	1.01×10^7	2.40×10^7	8.13×10^7	5.45×10^8
$S_{fl} \text{ (mm}^3\text{)}$	1.75×10^7	2.19×10^7	2.52×10^7	2.67×10^7

ランジ厚さである。 I_{yc} , I_{yt} はウェブ面内の軸に関する圧縮フランジ、および引張フランジの断面 2 次モーメント。

(2) 弾性時の断面諸量

応力、たわみの算出などに用いる弾性時の断面諸量を表二に示す。 I は断面 2 次モーメント、 D_{fu} , D_{fl} は中立軸から上フランジ、下フランジまでの距離、 S_{fu} , S_{fl} は上フランジ、下フランジに対する弾性断面係数である。また、“+下付文字”とは、変数の下付文字に付け足すことによって、負モーメント断面、正モーメント断面それぞれの場合の値を示すものである。例えば、 I_0 とは負モーメント断面、鋼桁のみに対する断面 2 次モーメントを示す。

(3) 負曲げに対する全塑性モーメント・公称抵抗モーメント

負曲げを受ける場合、コンクリート床版を無視し、鉄筋および鋼桁が全て降伏応力に達した時の全塑性モーメントを求める。設計断面においては全塑性モーメント $M_{pm} = 7.003 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{mm}$ を得た。

負曲げを受ける断面の公称抵抗モーメントは、使用鋼材の降伏応力度が 485 N/mm^2 以下であり、ウェブが式(7)の非厚肉断面の幅厚比制限値を満たす場合には抵抗モーメントを直接求める方法

(LRFD Appendix A) を用いても良いとされているが、基本的には、その他の断面の場合も含めて、LRFD6.10.8 により公称抵抗応力度を求め、必要であれば断面係数を乗じることにより抵抗モーメントを求めて照査する。両者とも圧縮フランジの局部座屈、および横ねじれ座屈に制限される。

$$\frac{2D_c}{t_w} = 116 \leq 5.7 \sqrt{\frac{E}{F_{yc}}} = 147 \quad (7)$$

ここで、 D_c =(負曲げを受ける)断面の弾性時の圧縮ウェブ高さ、 F_{yc} =圧縮フランジの降伏応力度、 E =鋼材のヤング係数。

試設計では、LRFD6.10.8 に従って公称抵抗応力度、抵抗モーメントを計算し、 $M_{mn} = 6.058 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{mm}$ を得た。

(4) 正曲げに対する全塑性モーメント・公称抵抗モーメント

正曲げを受ける場合、コンクリート床版に応力ブロックを仮定し、鋼桁断面がすべて降伏した時の全塑性モーメントを求める。試設計断面においては、全塑性モーメント $M_{pp} = 1.067 \times 10^{10} \text{ N}\cdot\text{mm}$ を得た。

正曲げを受ける断面の公称抵抗モーメント M_{rp} は、ウェブが式(8)の厚肉幅厚比制限値を満たす場合と、満たさない場合とで抵抗モーメントを算出する式が異なる。

$$\frac{2D_{cp}}{t_w} \leq 3.76 \sqrt{\frac{E}{F_{yc}}} \quad (8)$$

ここで、 D_{cp} =(正曲げを受ける)全塑性モーメント時の圧縮ウェブ高さ。

試設計断面は、塑性中立軸がコンクリート床版中にあるためにこの条件を満たし、厚肉断面として公称抵抗モーメントを算出した。厚肉断面の公称抵抗モーメントは、式(9)を満足する場合には式(10)を、満足しない場合は式(11)を用いて算出される。

$$D_p \leq 0.1D_t \quad (9)$$

$$M_{np} = M_{pp} \quad (10)$$

$$M_{np} = M_{pp} \left(1.07 - 0.7 \frac{D_p}{D_t} \right) \quad (11)$$

ここで、 D_p =コンクリート床版の上端から全塑性時中立軸までの距離、 D =コンクリート床版を含む断面の高さ。

試設計断面では、 $D_p = 107\text{mm} \leq 0.1D_t = 157\text{mm}$ であり式(9)を満たし、 $M_{np} = M_{pp} = 1.067 \times 10^{10} \text{N} \cdot \text{mm}$ を得た。さらに、試設計においてはモーメント再分配を考慮したため、追加の制限式(12)を超えないこととされている。

$$M_n = 1.3R_h M_y = 1.007 \times 10^{10} \text{N} \cdot \text{mm} \quad (12)$$

ここで、 R_h =ハイブリッド桁の影響を考慮するためのハイブリッドファクター(試設計では $R_h=1.0$)、 M_y =降伏モーメント。したがって、試設計断面では $M_{np} = 1.007 \times 10^{10} \text{N} \cdot \text{mm}$ となった。

(5) モーメント再分配を考慮するための条件の照査

LRFD 法では、モーメント再分配を利用した設計を行う場合、中間支点上断面の十分な塑性変形能力を保証するために、次のような追加の幅厚比制限値を中間支点上断面に設けている。

- ・ウェブ幅厚比

$$\frac{D}{t_w} = 112 \leq 150 \quad (13)$$

$$\frac{2D_c}{t_w} = 116 \leq 6.8 \sqrt{\frac{E}{F_{yc}}} = 176 \quad (14)$$

$$D_{cp} = 556 \leq 0.75D = 923 \quad (15)$$

ここで、 D_{cp} =(負曲げを受ける断面の)全塑性モーメント時の圧縮ウェブ高さ。

- ・フランジ幅厚比

$$\frac{b_{fc}}{2t_{fc}} = 9.6 < 0.38 \sqrt{\frac{E}{F_{yc}}} = 9.7 \quad (16)$$

$$b_{fc} = 520 \geq \frac{D}{4.25} = 289 \quad (17)$$

ここで、 b_{fc} 、 t_{fc} =圧縮フランジの幅、厚さ。

- ・フランジの横補剛間隔 (L_b)

$$L_b \leq \left[0.1 - 0.06 \left(\frac{M_1}{M_2} \right) \right] \frac{r_t E}{F_{yc}} \quad (18)$$

$$\text{ここで、有効回転半径 } r_t = \frac{b_{fc}}{\sqrt{12 \left(1 + \frac{1}{3} \cdot \frac{D_c \cdot t_w}{b_{fc} \cdot t_{fc}} \right)}}, \quad \frac{M_1}{M_2} = \text{横補剛}$$

点のモーメント比率 (M_1 =最小、 M_2 =最大) である。試設計においては、 $L_b=3000\text{mm}$ とすることによって制限値を満足した。

3.5 使用限界状態に対する設計

使用限界状態として荷重係数の組み合わせ、使用Ⅱ限界状態[DC+DW+1.3LL(1+i)]を選択して設計を行った。ここで、DC=死荷重(合成前)、DW=死荷重(合成後)、LL=活荷重、i=衝撃係数である。

(1) 照査式

LRFD では、使用限界状態においても中間支点上断面の非弾性挙動を考慮し、モーメントの再分配を認めている。これは、残留応力などの影響により比較的小さな荷重においても非弾性挙動が見られるとしているためである。試設計でもモーメント再分配を考慮しているため、ウェブの曲げ座屈に関する1つの照査式を除いて中間支点上における照査は省略されるため、ここでは、おもに正モーメント断面における照査を示す。支間中央付近における正モーメント断面においては以下の条件が照査される。

- ・上フランジ

$$f_f \leq 0.95R_h F_{yf} \quad (19)$$

- ・下フランジ

$$f_f + \frac{f_l}{2} \leq 0.95R_h F_{yf} \quad (20)$$

ここで、 f_f =荷重係数倍された荷重により生じる応力、 F_{yf} =フランジの降伏応力度。また、 f_l =横曲げ(弱軸周りの曲げ)によるフランジ応力度であるが、ここではゼロと仮定したため、上下フランジに同一の照査式を用いた。

(2) 再分配モーメントの計算

上記の荷重係数倍された荷重による応力には、モーメント再分配の影響も含む必要があるため、先に再分配モーメント M_{rd} を以下の式によって求める。

$$M_{rd1} = |M_{el}^-| - M_{pe1} \quad \text{および} \quad M_{rd1} \leq 0.2|M_{el}^-| \quad (21)$$

ここで、 M_{el}^- =中間支点上における使用Ⅱ限界状態での最大弾性モーメント、 M_{pe1} =使用限界状態における有効塑性モーメント。中間支点上断面における塑性回転角があまり大きくならない(およそ0.009rads以下)ようにAASHTOは再分配モーメントが $|M_{el}^-|$ の20%以下となるよう制限している。

有効塑性モーメントとは、2章における M_{pe} と同じように抵抗モーメントを低減して求められるものである。使用Ⅱ限界状態に対して照査する場合、次の2式、式(22)および式(23)のうち1つでも満たす場合には式(24)を、それ以外の場合は式(25)を用いて有効塑性モーメントを算出する。

$$d_0 = D = 1230 \leq \frac{D}{2} \quad (22)$$

$$\frac{2D_{cp}}{t_w} = 101 \leq 2.3 \sqrt{\frac{E}{F_{yc}}} = 59 \quad (23)$$

$$M_{pe1} = M_{nn} \quad (24)$$

$$M_{pe1} = \left(\begin{aligned} &2.90 - 2.3 \frac{b_{fc}}{t_{fc}} \sqrt{\frac{F_{yc}}{E}} - 0.35 \frac{D}{b_{fc}} \\ &+ 0.39 \frac{b_{fc}}{t_{fc}} \sqrt{\frac{F_{yc}}{E}} \frac{D}{b_{fc}} \end{aligned} \right) M_{nn} \leq M_{nn} \quad (25)$$

試設計断面は、上記 2 つの条件を両方とも満たさないため式(25)により求めたが M_{nn} より大きくなったため、 $M_{pe1} = M_{nn} = 6.058 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{mm}$ となった。

一方、中間支点上断面に作用する荷重係数倍されたモーメントは $M_{e1}^- = -4.38 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{mm}$ である。したがって、再分配モーメントは、

$$M_{rd1} = \left| -4.38 \times 10^9 \right| - 6.058 \times 10^9 = -1.678 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

となる。負の値となったためモーメントの再分配は起こらないことを示す。

(3) 照査

モーメント再分配がないため、結局照査式(19)および(20)は荷重係数倍されたモーメントによる応力のみを考慮したフランジ応力を用いて照査される。最大正モーメントが発生するのは図-1の位置3であり、数値を代入すると、

・上フランジ

$$f_f = 106 \text{ N/mm}^2 \leq 0.95 R_h F_{yf} = 298 \text{ N/mm}^2$$

・下フランジ

$$f_f = 167 \text{ N/mm}^2 \leq 0.95 R_h F_{yf} = 298 \text{ N/mm}^2$$

となり、上下フランジともに照査式を満足する。

3.6 強度限界状態に対する設計

強度限界状態として荷重係数の組み合わせ、強度 I 限界状態 [1.25DC+1.5DW+1.75L(1+i)] を選択して設計を行った。

(1) 照査式

強度 I 限界状態に対する設計においても、モーメント再分配を考慮しているため中間支点上断面における照査は省略され、支間中央付近における正モーメント断面において式(26)が照査される。

$$M_u + \frac{1}{3} f_t S_{xt} \leq \phi_f M_{np} \quad (26)$$

ここで、 M_u =荷重係数倍されたモーメント、 S_{xt} =引張フランジ側の弾性断面係数、 $\phi_f=1.0$ 、である。ここでも横曲げによる応力はゼロ、すなわち $f=0$ と仮定する。なお、式(26)の使用はコンパクト断面であるための以下の条件を満足した場合に限られているが、試設計断面はこの条件を満足している。

・コンパクト断面である条件

(1)降伏強度が 485 N/mm^2 を超えない。

(2)ウェブの幅厚比制限値、式(8)を満たす。

(2) 再分配モーメントの計算

使用限界状態と同様、照査式に再分配モーメントによる正モーメントの増加を考慮する必要があるため、再分配モーメントを求める。強度限界状態においては、以下の 2 式により求めた再分配モーメントの大きいほうの値が採用される。

$$M_{rd2} = \left| M_{e2}^- \right| + \frac{1}{3} f_t S_{yc} - \phi_f M_{pe2} \quad (27)$$

$$M_{rd2} = \left| M_{e2}^- \right| + \frac{1}{3} f_t S_{yt} - \phi_f M_{pe2} \quad (28)$$

$$M_{rd2} \leq 0.2 \left| M_{e2}^- \right| \quad (29)$$

ここで、 M_{e2}^- =強度 I 限界状態における最大正モーメント、 M_{pe2} =強度限界状態における有効塑性モーメント、 f_t は横曲げによる応力、および S_{yc} 、 S_{yt} は圧縮フランジと引張フランジの断面係数。試設計では、横曲げによる応力をゼロと仮定しているため式(27)と(28)は同じになる。また、使用限界状態と同様、塑性回転角が大きくなならないよう（ここでは 0.03 rads 以下）再分配モーメントは $\left| M_{e2}^- \right|$ の 20%以下に制限されている。有効塑性モーメントは、使用限界状態と同じように、式(22)と式(23)のうち 1 つでも満足する場合には式(30)を、それ以外の場合には式(31)を用いて求められる。

$$M_{pe2} = \left(\begin{aligned} &2.78 - 2.3 \frac{b_{fc}}{t_{fc}} \sqrt{\frac{F_{yc}}{E}} - 0.35 \frac{D}{b_{fc}} \\ &+ 0.39 \frac{b_{fc}}{t_{fc}} \sqrt{\frac{F_{yc}}{E}} \frac{D}{b_{fc}} \end{aligned} \right) M_{nn} \leq M_{nn} \quad (30)$$

$$M_{pe2} = \left(\begin{aligned} &2.63 - 2.3 \frac{b_{fc}}{t_{fc}} \sqrt{\frac{F_{yc}}{E}} - 0.35 \frac{D}{b_{fc}} \\ &+ 0.39 \frac{b_{fc}}{t_{fc}} \sqrt{\frac{F_{yc}}{E}} \frac{D}{b_{fc}} \end{aligned} \right) M_{nn} \leq M_{nn} \quad (31)$$

試設計断面では上記 2 つの条件を両方とも満たさないため、式(31)を用いて M_{pe2} を求めると、 $M_{pe2} = 4.643 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{mm} \leq M_{nn} = 6.058 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{mm}$ を得た。

一方、係数倍された弾性モーメントは $M_{e2}^- = -5.764 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{mm}$ であり、再分配モーメントは、

$$\begin{aligned} M_{rd2} &= \left| -5.764 \times 10^9 \right| - 4.643 \times 10^9 = 1.121 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{mm} \\ &\leq 0.2 \left| M_{e2}^- \right| = 1.153 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{mm} \end{aligned}$$

となる。

(3) 照査

最大正モーメントが発生するのは表-1、図-5 の位置3であり、この位置でのモーメントに再分配モーメントを足し合わせ、抵抗モーメントを超えないか照査する。

$$M_u' = M_u + M_{rd} \frac{x}{L} \leq M_{np} \quad (32)$$

ここで、 x =桁端から最大正モーメント断面までの距離、 L =最大正モーメント断面を含む支間の支間長。式(32)を計算すると、

$$M_u' = 5.656 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{mm} \leq M_{np} = 1.007 \times 10^{10} \text{ N} \cdot \text{mm}$$

となり、照査式を満足する。

3.7 モーメント再分配に関する考察

LRFD 法のモーメント再分配を考慮した設計法において特徴的な点は、図-1, 2 中では M_{ne} とした有効曲げ強度を有効塑性モーメント M_{pe} と定義し、使用限界状態と強度限界状態において異なる値となる場合がある事である。これは、使用限界状態と強度限界状態では中間支点上断面に要求される塑性回転容量が異なるためである。荷重が小さい使用限界状態では要求される塑性回転容量が小さいと考えられ、 M_{pe} も大きくしているのである。

しかしながら、2 種類の M_{pe} を計算することは煩雑であり、同一部材が異なる荷重で弾性状態から塑性状態へと移ると解釈される場合もあると考えられる。試設計のように、使用 II 限界状態においてはモーメントの再分配は生じず、強度 I 限界状態でのみモーメント再分配が発生したのも 2 種類の有効塑性モーメントが原因ではないかと考えられる。

2004 年度版 LRFD より、ある程度薄肉のウェブに対してもモーメント再分配を考慮した設計法を用いることを許したため、公称曲げ抵抗 M_m が全塑性モーメント M_{pn} よりかなり小さくなる可能性もある。試設計断面では、全塑性モーメント $M_{pn} = 7.003 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{mm}$ 、降伏モーメント $M_{py} = 6.861 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{mm}$ 、公称抵抗モーメント $M_m = 6.058 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{mm}$ であり、強度 I 限界状態における有効塑性モーメント $M_{pe2} = 4.643 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{mm}$ は降伏モーメントより小さい。この場合、低減されたモーメントを“有効塑性モーメント”と呼ぶことが相応しいかどうかは議論が必要であろう。

モーメント再分配を考慮することにより、非弾性設計ではない場合には必要な中間支点上断面の照査項目のほとんどが省略され、この点においては設計の簡素化がなされている。モーメント再分配を考慮した設計法においては、いかに“有効塑性モーメント”，図-1 中では有効曲げ強度，を決定し、塑性回転容量に対する安全性を確保するかが問題となる。

4. モーメント再分配を考慮した設計照査法の検討

LRFD 試設計を行い、モーメント再分配の設計への適用例を調査した。次に、塑性回転容量の安全性の検証方法、および有効曲げ強度決定方法についての考察、提案を行う。

4.1 必要塑性回転角

3.7 で述べたように、LRFD において各限界状態に異なる M_{pe} を定義するのは、それぞれにおいて生じる塑性回転角が異なり、要求される塑性回転容量が異なる事が理由である。各限界状態において生じる塑性回転角が計算でき、断面のモーメント-回転角特性（図-1）が求まっているのであれば、生じる塑性回転角と有効塑性回転角を比較し、直接的に安全性の照査が可能であると考えられる。

ここでは、荷重により生じる塑性回転角を必要塑性回転角（図-2 中 $\theta_{p, req}$ ）と呼び、その値の算出方法を提案する。モーメント-回転角曲線を用いた直接的な照査は LRFD の中でも認められているが（Beam-Line 法など）、その方法は設計技術者にまか

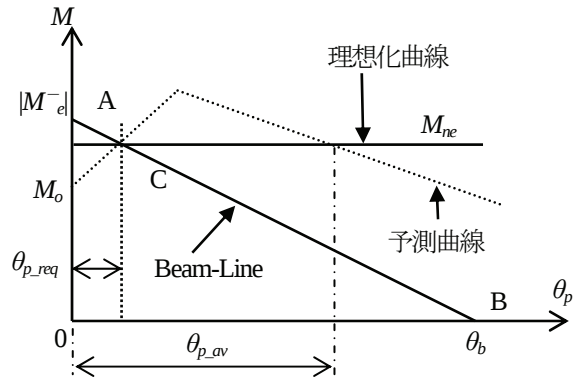


図-6 Beam-Line 法の適用例

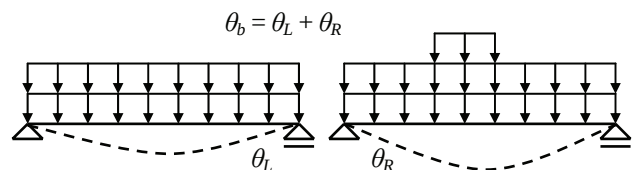


図-7 Beam-Line B 点の算出方法

れており、簡便な方法が無いのが現状である。

ここで、Beam-Line 法について述べておく。Beam-Line 法とは、図-6 のようなグラフを用いて中間支点上断面の塑性回転角を求める方法である。縦軸はモーメント、横軸は塑性回転角である。グラフ上に中間支点上断面のモーメント-回転角予測曲線から求められる理想化曲線 ($M=M_{ne}$) と Beam-Line を描くと、その交点が求める中間支点上断面のモーメントと塑性回転角の組み合わせを示す、というものである。

Beam-Line は、グラフ縦軸上の A 点、横軸上の B 点を求め直線的に描かれる。A 点は連続桁に全ての荷重を載荷し、弾性解析により求められる中間支点上断面のモーメント（図-3A'の状態の中間支点部のモーメント）であり、B 点は連続桁を 2 つの単純ばりとし、荷重を別々に載荷して得られる中間支点上における回転角の合計である（図-7）。

すなわち、Beam-Line とは構造物の形式を考慮した時に、中間支点上断面において考えられるモーメントと塑性回転角の組み合わせを示すものである。一方、理想化曲線は断面のみに着目し、中間支点上断面がとり得るモーメントと塑性回転角の組み合わせを示す。したがって、この 2 直線の交点が、ある特定の荷重下におけるモーメントと塑性回転角の組み合わせを示している。

このように、Beam-Line 法を用いて塑性回転角を求めるためにはグラフを描き、交点を読み取る作業が必要となり、設計には不向きである。本論文では、この作業にかわる式を以下のように提案する。

2 章において、荷重により生じる必要塑性回転角は、図-3 の ΔM_{A-B} が生じる時の中間支点上断面の回転角であることを示した。ところが、図-3 をみると、必要塑性回転角は A' の状態から B の状態への変化において生じる回転角と同値であるはずである。この変化は、2 径間連続桁を 2 つの単純ばりに分け、中間支点上位置に再分配モーメント M_{red} を載荷した時に生じる回転角 (θ_L, θ_R) を合計したものと等しい（図-3 の D）、 $\theta_{p, req} = \theta_L + \theta_R$ 。したがって、必要塑性回転角は以下の式によって求められる。

$$\theta_{p_req} = \frac{M_{red}L_L}{3E_L I_L} + \frac{M_{red}L_R}{3E_R I_R} \quad (33)$$

ここで、 E 、 I 、 L はそれぞれ、鋼材のヤング係数、断面 2 次モーメント、および支間長を示し、下付き添え字 L は左、 R は右径間の値であることを示す。ここで用いる断面 2 次モーメントは、表-2 における I_{p2} である。

また、式(33)は図-6 から求められることを示しておく。図

-6 において Beam-Line の傾き k は $k = -\left(\frac{L_L}{3E_L I_L} + \frac{L_R}{3E_R I_R}\right)^{-1}$ で

ある。交点 C ではモーメントが $|M_e^-|$ から M_{ne} まで低下するので、交点 C の θ_p 座標は次のように求められる。

$$\theta_{p_req} = \frac{-\left(|M_e^-| - M_{ne}\right)}{k} = \frac{M_{red}L_L}{3E_L I_L} + \frac{M_{red}L_R}{3E_R I_R} \quad (34)$$

したがって式(33)は Beam-Line 法と同様の結果を与える事ができる。

4.2 モーメント-回転角曲線

有効曲げ強度を決定し、有効塑性回転角を求めるためには、断面のモーメント-回転角曲線が必要となる。モーメント-回転角予測曲線は、LRFD においても提案されており、また著者らによっても提案されている¹⁰⁾。これらの提案されている予測式を用いることとする。

4.3 塑性回転容量との比較

塑性回転変形が起きている間、曲げ耐力が低下するとさらなるモーメントの再分配が生じることとなり、危険である。このため、中間支点上断面のモーメント-回転角特性において、有効曲げ強度を保つ事のできる塑性回転角を有効塑性回転角と定義し、有効塑性回転角が必要塑性回転角よりも大きい事を照査する必要がある。すなわち、以下の式を照査する。

$$\theta_{p_req} \leq \theta_{p_av} \quad (35)$$

有効曲げ強度について、各限界状態において異なる値を設けることは設計計算が煩雑になるため、LRFD 限界状態に対する有効塑性モーメントを用いることにする。

一方、モーメントの再分配により正のモーメントは増加する、すなわち $M_{e2}^+ = M_e^+ + (x/L_R)M_{red}$ (図-3A'参照)。この増加したモーメントが正の曲げに対する曲げ抵抗 M_{np} よりも小さいことを照査する必要がある。すなわち、

$$M_{e2}^+ \leq M_{np} \Rightarrow M_e^+ + \frac{x}{L_R} M_{red} \leq M_{np} \quad (36)$$

M_{np} については全断面塑性時、または降伏モーメントなどが考えられるが、この値を議論することは本論文の目的ではないので今後の研究課題とする。ただし、全断面塑性時とすると、この点においても塑性回転が生じる可能性があり、その結果さらなるモーメントの再分配、中間支点上での塑性回転が生じる。そのため、必要塑性回転角を割り増しする必要があると思われる。

4.4 提案する照査の流れと照査項目

上記の内容をもとに、次のような設計照査を提案する。

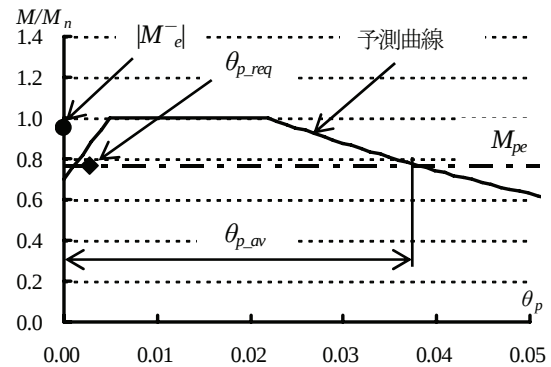


図-8 提案した照査方法の試設計断面への適用

M_{pe} =式(31)

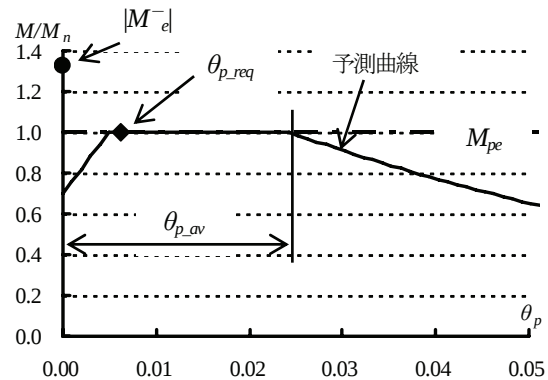


図-9 提案した照査方法の試設計断面への適用

$M_{pe}=M_{m}$ 、モーメント再分配制限なし

(1) 断面の決定とモーメント-回転角曲線の算出

断面の幅厚比などに基づいて適切なモーメント-回転角予測式を選ぶ。モーメント-回転角挙動、すなわち曲げ耐荷性能は局部座屈、横ねじれ座屈などに影響されるため、対象となる桁断面に応じたモーメント-回転角曲線を用いる必要がある。

(2) 有効曲げ強度の決定と塑性回転容量の算出

式(30)または(31)に基づいて有効曲げ強度を算出し、予測式を用いて有効塑性回転角を求める (図-1 参照)。

(3) 载荷荷重によるモーメントの計算

载荷荷重による中間支点上におけるモーメント、および最大正モーメントを求める。

(4) 再分配モーメントの算出

(3)で求めたモーメントと有効曲げ強度より、再分配モーメントを求める。

(5) 必要塑性回転角の算出

再分配モーメントを用いて、式(33)により必要塑性回転角を算出する。

(6) 有効塑性回転角との比較

式(35)により必要塑性回転角が有効塑性回転角よりも小さいか照査する。

(7) 正モーメントの割り増しと照査

再分配モーメントを桁端から距離 x の位置の最大正モーメントに足し合わせ、正モーメントに対する抵抗モーメントと比較、照査する；式(36)。

4.5 提案する設計照査方法の試設計への適用例および考察

前節で提案した照査方法を、試設計断面（強度Ⅰ限界状態）へ適用した例を図-8に示す。縦軸、横軸はそれぞれ公称曲げ抵抗 $M_n = M_m$ で無次元化されたモーメント、および中間支点における塑性回転角である。モーメント-回転角曲線には、LRFD Appendix Bに提案されているものを用いた。

有効塑性モーメントは式(31)を用いて求め、有効塑性回転角 $\theta_{p,av} = 0.038\text{rads}$ を得た。また、式(33)により $\theta_{p,req} = 0.003\text{rads}$ が求まる。今回はLRFDで用いられている M_{pe} を用いたため、提案した照査手順(7)は3.6(3)と同じになり、照査は満足される。

図-8より、試設計断面ではかなり安全側の断面を使用していることが分かる。この原因としては、1)ウェブが超厚肉断面でないため、有効塑性モーメントが公称曲げ抵抗よりも小さい、2)モーメント再分配が20%までに制限されている、3)断面決定には中間支点上断面のせん断力に対する照査が重要となっており、薄肉の断面ではせん断座屈抵抗が小さくなるため断面積を増やす必要がある、などが考えられる。なお、再分配モーメントを考慮した設計においては、せん断強度はせん断座屈抵抗までに制限されており、斜張力場作用は含まれていない。

LRFD法において、有効塑性モーメントは十分な有効塑性回転角を確保するために設定されているが、提案する照査方法のように、直接的に有効塑性回転角と必要塑性回転角とを比較する場合、有効塑性モーメントを用いず、モーメント再分配にも制限を設けなくとも、断面の安全性を照査することは可能であり、また、断面の強度を有効に使用でき合理的であるといえる。

そこで、有効塑性モーメントを用いず（すなわち、 $M_{pe} = M_m$ ）、モーメントの再分配も制限せずに試設計をしながら得られた断面にもついていた塑性回転角の照査を図-9に示す。式(31)および式(33)を用いると、有効塑性回転角 $\theta_{p,av} = 0.024\text{rads}$ 、必要塑性回転角 $\theta_{p,req} = 0.006\text{rads}$ となり、必要塑性回転角は有効塑性回転角の約1/4であることが分かった。この時のモーメント再分配率は24.5%である。この時の正モーメント断面におけるモーメント増量は $0.530 \times 10^9 \text{N} \cdot \text{mm}$ となり、モーメント再分配制限ありの場合よりも増える。しかし正モーメント断面での照査は満足しており問題とはならなかった。

また、図-8と図-9のケースにおける鋼桁断面積を比較すると、 $3.253 \times 10^4 \text{mm}^2$ および $2.790 \times 10^4 \text{mm}^2$ となり、約14%低減されたことが分かった。新断面においても、提案する照査項目(7)はLRFDと同じ照査を満足することを確認した。

このように、安全側であり、正確なモーメント-回転角予測曲線を用いる事ができるのならば、本論文で提案した照査方法を用いて、より有効に断面の強度を生かす事ができ、合理的な設計法が可能であると考えられる。

5. あとがき

本論文では、2径間連続桁を例として、中間支点上断面における非弾性挙動を考慮したモーメント再分配について検討し、LRFD法による試設計を示した。また、モーメント再分配を考慮した設計照査式を提案し、試設計断面の塑性回転容量に対する安全性を確認し、モーメント-回転角予測曲線を用いることにより

さらなる合理化が可能であることを示した。本論文の主な結論は以下の通りである。

- (1) モーメント再分配を考慮した場合、中間支点上断面における照査が省略できる。
- (2) LRFD法では各限界状態において異なる有効塑性モーメントを算出しなければならず、設計計算が煩雑になる。
- (3) 中間支点上断面における塑性回転角、すなわち必要塑性回転角の簡便な算出方法を示した。
- (4) 算出された必要塑性回転角をもとにした設計照査式を提案し、試設計断面の塑性回転容量に対する安全性を示すことができた。
- (5) 有効塑性モーメントおよび再分配モーメントの制限は、本論文で提案した塑性回転角を直接照査する場合には考慮しなくとも安全性を確保でき、より鋼桁断面積を減少させる事ができる。

本研究では、2径間連続桁に限定し、桁全長にわたり断面が変化しないと仮定して式を導いたため、提案式の適用はこの条件に限定される。今後多径間連続桁で断面が変化する場合においても同様な考え方のもと式を提案していく予定である。さらに、温度差・クリープの影響、桁の曲げ耐荷力性能へのせん断力の影響も検討していく必要がある。

参考文献

- 1) 社団法人 日本道路協会：道路橋示方書・同解説，Ⅰ共通編Ⅱ鋼橋編，2002。
- 2) AASHTO：LRFD Bridge Design Specifications, 3rd Ed. American Association of State Highway and Transportation Officials, Washington, D.C., 2004。
- 3) AASHTO：LRFD Bridge Design Specifications, 2nd Ed. American Association of State Highway and Transportation Officials, Washington, D.C., 1998。
- 4) 伊藤満，栗田章光，鈴木博之，吉川紀：鋼道路橋の建設・管理，明星大学出版部，1998。
- 5) AASHTO：Guide Specification for Alternate Load Factor Design Procedures for Steel Beam Bridge Using Braced Compact Section, Washington, D.C., 1986。
- 6) White D. W. and Barth, K. E.：Strength and Ductility of Compact-Flange I-Girders in Negative Bending, Journal of Constructional Steel Research, Vol. 45, No. 3, pp. 241-280, 1998。
- 7) Barth, K. E. and White D. W.：Finite element evaluation of pier moment-rotation characteristics in continuous-span steel I Girders, Engineering Structures, Vol. 20, No. 8, pp. 761-778, 1998。
- 8) Baker, M. G., Hartnagel, B. A., Schilling, S. G., and Dishongh, B. E.：Simplified inelastic design of steel girder bridges, Journal of Bridge Engineering, Vol. 5, No. 1, pp. 58-66, 2000。
- 9) Barth, K. E., Hartnagel, B. A., White D. W., and Baker, M. G.：Simplified inelastic design of steel girder bridges, Journal of Bridge Engineering, Vol. 9, No. 3, pp. 230-242, 2004。
- 10) 山崎智春：曲げモーメント-回転角予測曲線の検討，立命館大学理工学部土木工学科卒業論文，2006。

(2006年9月11日受付)