

近似法支援のためのSVMに関する基礎的研究

Basic research on SVM as support system for constraints approximation

杉本博之*, 阿部淳一**, 古川浩平***

Hiroyuki Sugimoto, Jun-ichi Abe, Kohei Furukawa

*工博, 北海学園大学教授, 工学部社会環境工学科 (〒064 - 0926 札幌市中央区南 26 条西 11 丁目)

**工修, 北海学園大学, 大学院工学研究科博士課程 (〒064 - 0926 札幌市中央区南 26 条西 11 丁目)

***工博, 山口大学教授, 工学部社会建設工学科 (〒755 - 8611 宇部市常盤台 2-16-1)

In the process of the radial basis function network (abbreviated as RBFN), two design points are added in each iteration to update the approximated surface, one is optimum design point obtained by former optimization step, and the other is the sparse design point to increase the global precision of approximated constraints surface. Naturally, it is desirable that the added design point is close to the active constraints surface. Without newly performing the structural analysis, it is difficult to find if the added design point is close or not. In this study, the support vector machine (abbreviated as SVM in the following) is tried to apply to discriminate whether the design point is close to the surface or not. SVM is currently attracting attention as a pattern classification procedure with a learning function. This SVM has excellent cognitive abilities and is currently applied in a variety of engineering fields. SVM is also characterized by the ease in which it obtains the distance from the discriminant plane. In this study, the possibility of SVM as the support system of constraint approximation in the process of structural optimization is studied with several numerical simple examples.

Keywords: support vector machine, constrained surface approximation method, decision function, structural optimization

キーワード: サポートベクターマシン, 制約曲面近似, 識別関数, 構造最適設計

1. まえがき

筆者らは, RC 橋脚の耐震設計における動的挙動に関する制約条件式の近似に RBF ネットワークを用いる近似法を提案し良好な結果を得た¹⁾. ここでは, GA 初期に発生された多数の設計解候補 (初期設計) から任意に選ばれた少数の設計解からスタートし, 設計過程の進行に伴い設計解を追加して近似の精度を上げて行き, 最終的に少ない回数での厳密な非線形時刻歴応答解析により有効な設計解を得ることが出来た. 各イテレーションで追加される設計解は 2 つで, 1 つは局所的な精度を得るための最適設計解あるいはその近傍の設計であり, もう一つは全域的な精度を得るための疎な設計解 (全ての初期設計との距離の最小値が大きい設計解) である. この場合, 追加される疎な設計解は許容・非許容の境界領域から遠くて近似制約曲面の更新に貢献しない場合でも, 厳密な構造解析が要求されることになる. しかし, 設計対象が 1 回の解析に多くの時間を要する問題であるので, 出来ることなら境界面近傍の設計解の方が望ましいことは当然であり, これが有効な制約曲面作成に残された課題であった.

一方, 現在, サポートベクターマシン (Support Vector

Machine, 以下 SVM) は, 学習機能を有するパターン分類法の一つとして注目を浴びている. SVM は Vapnik らが, 1960 年代に提案した Optimal Separating Hyper Plane (OSH) に源流がある. この手法は超平面を用いてパターンを分離する手法であり, 線形分離可能な場合には高い認識能力を示した. しかし, 線形分離可能な場合は現実にはほとんど存在せず, 実用上必ずしも有効な手法ではなかった. しかし, 1990 年代になって Vapnik 自身によって再発見され, カーネルトリック (kernel trick) を組み合わせることにより, 非線形識別可能な手法に拡張され, SVM は飛躍的に識別能力を向上させた²⁾. この SVM の 2 値の識別能力は優れており, 現在種々の工学分野で応用されている. また SVM は, 識別面からの距離が識別関数の計算により容易に得られるのも特徴の一つである. これにより, 一つの設計点が識別面の近傍かあるいは遠いかの判断が可能となる.

本研究はこの SVM の特徴を利用して, 制約曲面近似法を用いる構造最適設計において, 制約曲面更新の過程で効果が少ないデータを排除し, 有効な追加データのみを与えるために SVM 応用の可能性を検討することを目的としている. そのために, いくつかの簡単な構造設計の問題に応用し基礎的な考察を加えている.

2. SVMの概要³⁾

SVM の概念図を図-1 に示した。データ群□と○を分離する識別関数 $f(\mathbf{x})$ を求める問題になるが、そのときデータの存在する領域の限界面 H_1 , H_2 間の距離 $1/\|\mathbf{w}\|$ を出来るだけ大きくするように求める。識別関数 $f(\mathbf{x})$ は次式で定義される。

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^N w_k x_k + b \quad (1)$$

ここで、 \mathbf{w} は線形識別関数の係数ベクトル、 \mathbf{x} は特徴量を表すベクトル、 x_k はその k 番目の成分、 N は \mathbf{x} に含まれる成分の数、 b はバイアスである。図-1 は $N=2$ の場合で、 x_1 , x_2 は成分を表す。

SVM において、2 種類のデータを完全に分離できる場合をハードマージン、一部分離できない場合をソフトマージン (図-1) という。いずれも制約条件のある 2 次関数の最大化問題に変換される。ソフトマージンはハードマージンを含む概念と考えられるので、ここでは、ソフトマージンについてのみ簡単に説明する。なお、理論の詳細は文献 2) に詳しい。

まず、トレーニングデータの集合を

$$S = \{(\mathbf{x}_1, y_1), \dots, (\mathbf{x}_\ell, y_\ell)\}, \quad \mathbf{x}_i \in \mathbf{R}^N \\ y_i \in \{-1, 1\} \quad (2)$$

と表す。ここで \mathbf{R} は実数空間である (以下同様)。それぞれのデータは N 個の成分 (入力) を持つ \mathbf{x}_i ($i=1 \sim \ell$) と、クラス分けのための指標 y_i ($i=1 \sim \ell$) $\{-1$ あるいは $1\}$ (出力) から成っている。

いま、図-1 で \mathbf{x}_i , \mathbf{x}_j で示しているように、すべてのデータの完全な線形分離が必ずしも要求されない (ハードマージン最適化を適応しない) 場合のソフトマージン最適化の問題は、以下のように定義される。

$$\frac{1}{2} \|\mathbf{w}\|^2 + C \sum_{i=1}^{\ell} \xi_i \rightarrow \min \\ \mathbf{w} \in \mathbf{R}^N, b \in \mathbf{R}, \xi \in \mathbf{R}^{\ell} \quad (3)$$

$$\text{ただし, } y_i(\mathbf{w} \cdot \mathbf{x}_i + b) \geq 1 - \xi_i \\ \xi_i \geq 0 \quad (i=1, \dots, \ell)$$

ここで、 ξ_i はスラック変数、 C はペナルティパラメータである。

この最適化問題は、以下のようにして解くことが出来る。まず、式(3)中に示される 2 つの制約条件に対して、Lagrange 乗数 α_i , および ν_i を導入し、ラグランジュ関数を

$$L(\mathbf{w}, b, \alpha, \nu) = \frac{1}{2} \|\mathbf{w}\|^2 + C \sum_{i=1}^{\ell} \xi_i - \\ \sum_{i=1}^{\ell} \alpha_i \{y_i(\mathbf{w}^T \mathbf{x}_i + b) - (1 - \xi_i)\} - \sum_{i=1}^{\ell} \nu_i \xi_i \quad (4)$$

とする。さらに、パラメータ \mathbf{w} , b , ξ_i に関する上式の

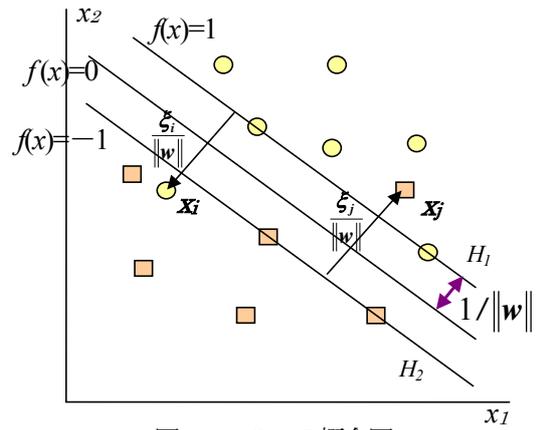


図-1 SVM の概念図

偏微分を 0 とする停留点では、

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{w} &= \sum_{i=1}^{\ell} \alpha_i y_i \mathbf{x}_i \\ 0 &= \sum_{i=1}^{\ell} \alpha_i y_i \\ \alpha_i &= C - \nu_i \quad (i=1, \dots, \ell) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

という関係が成り立つので、これらを式(4)に代入することにより、制約条件

$$\sum_{i=1}^{\ell} \alpha_i y_i = 0 \\ 0 \leq \alpha_i \leq C \quad (i=1, \dots, \ell) \quad (6)$$

の下で、目的関数

$$L_D(\boldsymbol{\alpha}) = \sum_{i=1}^{\ell} \alpha_i - \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^{\ell} \alpha_i \alpha_j y_i y_j \mathbf{x}_i^T \mathbf{x}_j \quad (7)$$

を最大にするという双対問題が得られる。

線形分離可能な場合には、データ群は平面 H_1 および H_2 上のサポートベクターとそれぞれその外側に位置するデータに分類されるが、ソフトマージンの場合には、さらに、 H_1 および H_2 を挟んで反対側にはみ出すデータが存在する。それらは、式(7)の最適解 α_i^* の値により区別することができる。つまり、 $\alpha_i^* = 0$ なら、対応するデータ \mathbf{x}_i は平面 H_1 あるいは H_2 の外側に存在し、学習された識別関数によって正しく識別される。また、 $0 < \alpha_i^* < C$ の場合には、対応するデータ \mathbf{x}_i は、ちょうど平面 H_1 あるいは H_2 の上に存在するサポートベクターとなり、これも正しく識別される。一方 $\alpha_i^* = C$ の場合には、対応するデータ \mathbf{x}_i はサポートベクターとなるが、 $\xi_i \neq 0$ となり、平面 H_1 あるいは H_2 の内側に存在することになる。特に $\xi_i > 1$ の場合は、対応するデータ \mathbf{x}_i は正しく識別されていないことになる。

一般に、平面による識別が適切であるとは限らない。より複雑な識別のために、曲面による分離を考える。そのためにも、入力データ \mathbf{x} を高次元空間 (特徴空間)

に射像する。

$$\mathbf{x} \rightarrow \phi(\mathbf{x}) = (\phi_1(\mathbf{x}), \phi_2(\mathbf{x}), \dots) \quad (8)$$

上記のように主問題は、式(6)、(7)で表わされる双対問題として解かれる。この最適化問題における特徴空間に対応する量は、式(7)のようにすべて内積の形でのみ表される。これらの内積は式(8)の射像の結果、 $(\phi(\mathbf{x}) \cdot \phi(\mathbf{z}))$ の形式となり、次式のカーネル関数で置換することができる。

$$K(\mathbf{x}, \mathbf{z}) = (\phi(\mathbf{x}) \cdot \phi(\mathbf{z})) \quad (9)$$

この置換により、式(3)の主問題の解は、以下の双対問題の解として誘導される。

$$W(\mathbf{a}) = \sum_{i=1}^{\ell} \alpha_i - \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^{\ell} \alpha_i \alpha_j y_i y_j K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) \rightarrow \max$$

$$\mathbf{a} \in \mathbf{R}^{\ell} \quad (10)$$

$$\text{ただし, } \sum_{i=1}^{\ell} \alpha_i y_i = 0 \quad (11)$$

$$0 \leq \alpha_i \leq C \quad (i=1, \dots, \ell)$$

この問題の最適解 α_i^* が得られると、識別関数 $f(\mathbf{x})$ (discriminant function) は、次式となる。

$$f(\mathbf{x}) = \mathbf{w}^{*T} \mathbf{x} + b^* = \sum_{j \in S^+} \alpha_j^* y_j K(\mathbf{x}_j, \mathbf{x}) + b^* \quad (12)$$

なお、カーネル関数としては、本研究では次式のRBF (Gauss) カーネルを用いる。

$$K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \exp \left[\frac{-\|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|^2}{2r^2} \right] \quad (13)$$

$$(i, j = 1, \dots, \ell)$$

ここで r は基底関数の半径である¹⁾。後記の計算例では、上式中の C と共に重要なパラメータとして扱われる。

以上より、式(2)、(3)の識別問題は式(10)、(11)で表される等号条件を有する2次関数の最大化問題となる。

上記の特徴空間への射像と線形分離の概念を図-2に示した。1軸上にある○と□のデータはそのままでは線形分離できないが、特徴空間に射像することにより直線(破線)による分離が可能になる。

ここで、式(11)の等号条件は、式(4)を b で偏微分した式(5)の2番目の式である。この条件が一つの問題点となり、双対問題の最適化においてSMO (Sequential Minimal Optimization) アルゴリズム²⁾などの計算法が提案されている。この時、 b を変数でなく固定値と考えればこの等号条件は消えて、問題は制約条件のない2次

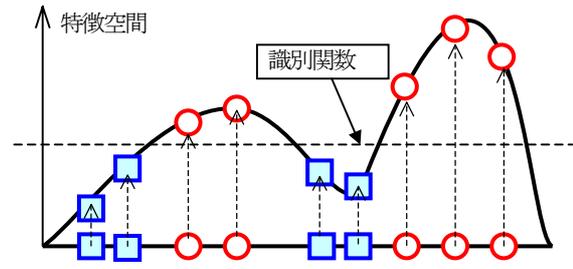


図-2 特徴空間への射像の概念

関数の最大化問題となり、極めて簡単な問題となる。問題の性格から b を固定値と考えることは可能であり、文献2)でも“素朴な (naive solution)”として説明されている。本研究でも、「バイアス b は事前に固定されており、したがって等式制約を強要する必要はない。」²⁾とする。

バイアス b を固定値 (0) に設定すれば式(10)、(11)の双対問題は、

$$W(\mathbf{a}) = \sum_{i=1}^{\ell} \alpha_i - \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^{\ell} \alpha_i \alpha_j y_i y_j K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) \rightarrow \max$$

$$\mathbf{a} \in \mathbf{R}^{\ell} \quad (14)$$

$$\text{ただし, } 0 \leq \alpha_i \leq C \quad (i=1, \dots, \ell)$$

となり、等号条件が消える。 $W(\mathbf{a})$ の勾配の i 番目の成分は

$$\frac{\partial W(\mathbf{a})}{\partial \alpha_i} = 1 - y_i \sum_{j=1}^{\ell} \alpha_j y_j K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) \quad (15)$$

であるので、次式(最急降下法)で \mathbf{a} を更新すれば、解が得られることになる²⁾。

$$\alpha_i \leftarrow \min \left(C, \max(0, \alpha_i + \eta \frac{\partial W(\mathbf{a})}{\partial \alpha_i}) \right) \quad (16)$$

$$\eta_i = \frac{\omega}{K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_i)} \quad (0 \leq \omega \leq 2) \quad (i=1, \dots, \ell)$$

この最適化問題の収束の判定条件は、次式のように主問題と双対問題の目的関数の値の比較により行う。

$$\frac{\text{主目的関数値} - \text{双対目的関数値}}{\text{主目的関数値} + 1} =$$

$$\frac{\sum_{i=1}^{\ell} \alpha_i - 2W(\mathbf{a}) + C \sum_{i=1}^{\ell} \xi_i}{\sum_{i=1}^{\ell} \alpha_i - W(\mathbf{a}) + C \sum_{i=1}^{\ell} \xi_i + 1} \leq \varepsilon \quad (17)$$

$$\xi_i = \max \left\{ 0, 1 - y_i \left(\sum_{j=1}^{\ell} \alpha_j y_j K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) + b \right) \right\}$$

$$(i=1, \dots, \ell)$$

ε の値は 10^{-3} が推奨されている²⁾が、後記の数値計算では 10^{-4} としている。

3. データの標準化について

SVMには、事前に与えるべきパラメータとして r と C があり、識別能力にはこれらのパラメータの値が影響する。これらの適当な値の設定には式(2)の入力データの値の範囲を考慮しなければならない。初期データの値に影響されないでパラメータの値の設定を検討するためには、入力データの初期処理が必要となる。

初期処理としては、次式の2つの方法が考えられる。一つは式(18)のように平均値と標準偏差で正規化する方法と、式(19)のようにデータの最大値と最小値を用いて正規化する方法が考えられる。

$$x_{ij} = \frac{X_{ij} - X_i^{ave}}{\sigma_i} \quad (i=1, \dots, N, j=1, \dots, \ell) \quad (18)$$

$$x_{ij} = \frac{X_{ij} - X_i^{min}}{X_i^{max} - X_i^{min}} \quad (i=1, \dots, N, j=1, \dots, \ell) \quad (19)$$

ここで、 X_i^{ave} はデータの平均値、 σ_i データの標準偏差、 X_i^{max} はデータの最大値、 X_i^{min} はデータの最小値である。

本研究では、式(19)による正規化を前処理として用いている。

4. SVMによる制約曲面形成の支援

研究目的にも書いたように、離散的な変数を扱う最適化問題に制約条件式の近似を応用する場合、最適化のステップ毎に追加される教師データは“疎”な設計解であるにしても、許容と非許容の境界面から遠く離れていては更新の効果が少ない。従来は境界面の近傍かどうかは、厳密な構造解析なしには判定できない問題であった。ところが、式(12)の識別関数で計算される値は現在の教師データから形成される境界面からの距離を表す。しかも、式(12)が与えられればその計算は簡単であるし、式(12)を決める式(14)の最大化問題は扱いやすい最適化問題で数百の設計変数まで容易にかつ精度良く求めることが出来る。

交差梁⁴⁾の問題で以上の考え方を説明するが、まずその設計問題を簡単に図-3により説明する。

図-3の A_i は i 部材の断面積、 q_i は i 部材の分布荷重、 P は集中荷重、 ℓ_i は i 部材のスパン長である。設計変数は A_1, A_2 の2変数である。目的関数は構造全体の総容積とし、制約条件は各部材の最大応力が許容応力以下とする。設計条件はケース1として $q_1=q_2=1.0, P=0.0, \ell_1=120, \ell_2=100$ 、ケース2として $q_1=q_2=0.1, P=1.0, \ell_1=100, \ell_2=300$ とする。目的関数式、制約条件式、および設計変数は以下ようになる。

$$\text{目的関数} : \quad O = A_1 \ell_1 + A_2 \ell_2 \quad (20)$$

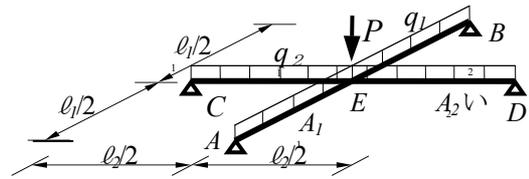


図-3 交差梁 (2変数) の設計問題

$$\text{制約条件} : \quad g_i = |\sigma_{i,max}| - 20 \leq 0 \quad (i=1 \sim 2) \quad (21)$$

$$\text{設計変数} : \quad A_i = I \quad (i=1 \sim 2) \quad (22)$$

ここで、 O は目的関数、 g_i は i 部材の制約条件、 σ_{max} は i 部材の最大応力である。 I は部材断面積の候補値で、ここでは1~32の値をとるものとする。なお、部材の断面2次モーメントと断面積との関係には、英国標準規格の梁に適用される関係式を用いる⁴⁾。

図-4は、 32×32 の設計空間内に、8点の入力データを与えて学習し、 32×32 の全点に対して式(12)により計算された f 値の結果を示した図である。 $r=2.0, C=\infty$ の結果である。8点の座標は(3, 3), (3, 30), (30, 3), (30, 30), (16, 10), (10, 16), (16, 22), および(22, 16)であり、部材断面積 A_1, A_2 に対応する値である。計算の結果、入力データ8点の内、(3, 3)と(30, 30)以外の6点がサポートベクターとなり、図の赤紫色と薄い青紫色の領域がサポートベクターで挟まれる $-1 \leq f(\mathbf{x}) \leq +1$ の領域を表す。黄色の点線で示した曲線が厳密な制約曲線であるが、サポートベクター間の領域は制約曲線を含んで示されており、追加データの選択において有効な判断材料を提供できる可能性を示している。この領域(以下、'アクティブ領域'と呼ぶ)から制約曲面形成のための追加データを選択するというのが、本論文の基本的な考え方である。

図-5にSVMを制約曲面作成の支援に用いた場合の流れ図を示す⁵⁾。8つのます内に説明される手続きのうち、実線で囲まれた手続きが従来の教師データの追加の論理である。そこでは、各段階で求められる最適設計に加えて、GAで生成された初期設計のうち教師データとして用いられていないデータを疎の順に並べ、その最初のデータを次の追加データとして用いている。この疎のデータの選択段階でSVMを利用し、許容設計と非許容設計の境界面近傍(アクティブ領域)のデータを追加するために加えられたのが点線で囲まれた手続きである。判定式は式(23)であり、上記の疎な順にデータを代入して最初に満足したデータを教師データとして用いる。

$$-\varepsilon \leq f(\mathbf{x}_j) \leq +\varepsilon \quad (23)$$

上式の ε の値に1を用いれば、サポートベクターに挟まれる領域をアクティブ領域とすることになる。

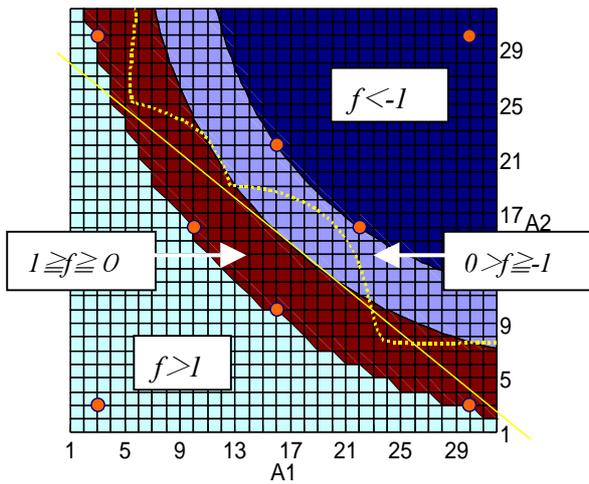


図-4 SVMによる設計空間近似の例

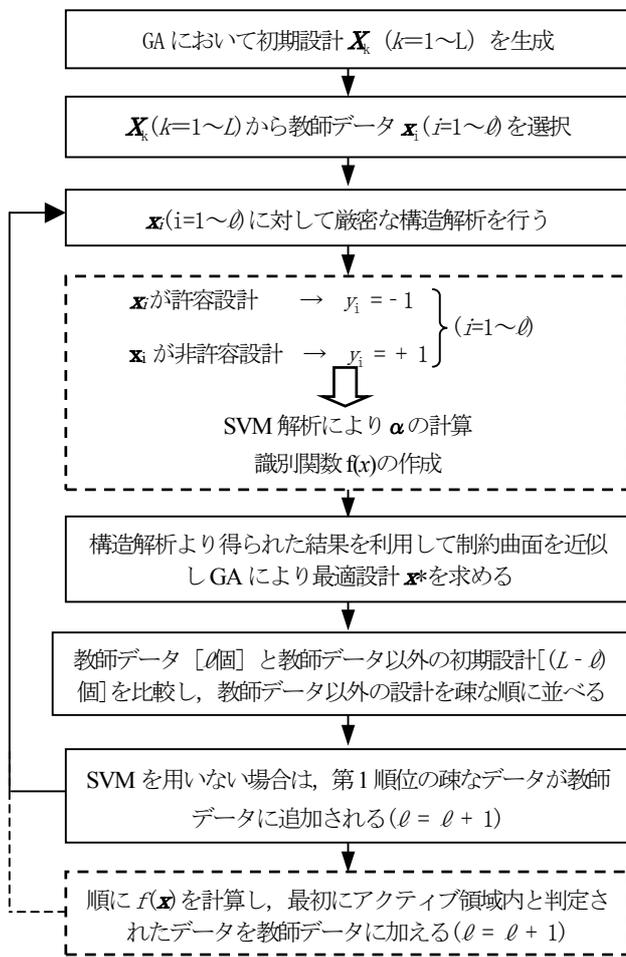


図-5 SVMを制約曲面作成の支援に用いた流れ図

SVM 解析は上記のように点線で囲まれたます内に説明されている。厳密な構造解析の結果から各教師データが許容 ($y = -1$) あるいは非許容 ($y = 1$) の情報を得て SVM の解析を行い、 α_i ($i = 1 \sim l$) を求めて識別関数およびアクティブ領域を得ることが出来る。

SVM で得られるアクティブ領域の質は、パラメータ r と C に依存するし、当然教師データにも依存する。これ

らに対して検討した結果を、やはり交差梁の問題（ケース 1）で示す。図-6 は中央付近の 5 点のみの入力データを与えてアクティブ領域を求めた結果である。5 点の座標は (8, 16), (16, 16), (16, 25), (17, 8), (25, 17) である。図-6 の(a)が $r = 0.2, C = \infty$, (b)が $r = 0.5, C = \infty$, (c)が $r = 1.0, C = \infty$ の結果である。識別はある程度なされているが、(a)ではほぼ全域がアクティブ領域になるなどアクティブ領域の質は、必ずしも良いとは言えない。特に(b)において見られるように、アクティブ領域が分離して制約曲面から遠い (1,1) あるいは (32,32) の近傍までアクティブ領域と計算されている。これは、特徴空間に射像して平面分離するために生じる現象で、特に半径 r が小さい値をとるときに見られる。

一方、図-7 は、上記の 5 点の他に、非許容設計となる設計空間の縁上の設計点 (1, 1~32) と (1~32, 1), および許容設計となる設計空間の縁上の設計点 (32, 20~32) と (20~32, 32) を入力データとした結果である。これらの設計に対する y の値は既知と考えられるので、構造解析の必要はない。パラメータ r, C は図-6 と同様に与えた。半径 r の値により識別面の形状は差があるが、アクティブ領域はどの場合も、厳密な制約曲線の近傍に形成されていることがわかる。図-6 に見られたアクティブ領域の分離もここでは解消されている。

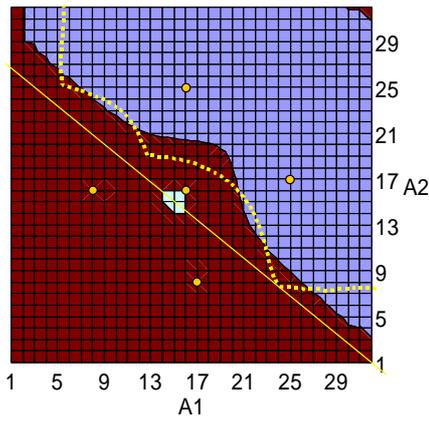
以上より、パラメータと教師データにより、アクティブ領域の質には差があるが、少なくともアクティブ領域は厳密な制約曲線を含んでおり、設計空間において許容、非許容が既知と考えられる (y の値を解析なしに設定できる) 設計空間の縁上のデータを追加することにより、質の高いアクティブ領域が得られることがわかった。

以上の計算において、 $C = \infty$ は、式 (14) の計算において、 α の上限値に関する条件がアクティブにならないように C の値を大きめに設定したことを意味する。

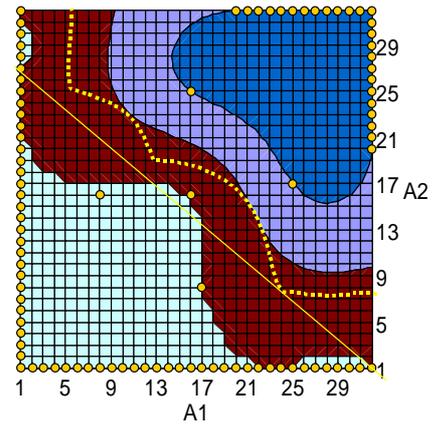
5. 最適化の過程への応用例

前節において、アクティブ領域の質の向上について検討したが、その考え方を最適化の過程に利用した例を説明する。パラメータの値は、 $r = 0.2, C = \infty$ の場合の結果である。

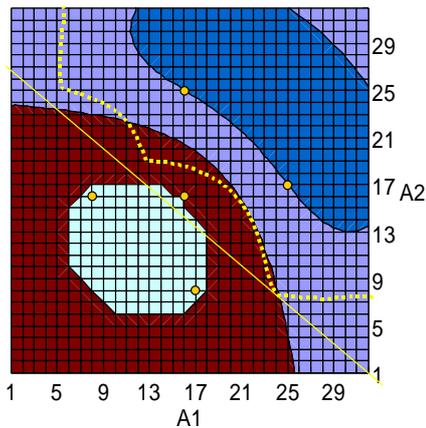
計算は、交差梁の問題のケース 2 である。実際の応用においては、RBFN などを用いて制約条件式の近似をし、その後に最適化を行う。しかしここでは、RBFN を含む最適設計システムに組み込む前の基礎的な研究段階として、SVM により得られる識別関数を直接、制約条件の近似式として用い最適化を行うことを試みる。RBFN による近似は制約条件の値を直接用いるので、制約条件式の近似そのものは RBFN の方が良い。しかし、ここでは追加データ選択の妥当性を検証することが目的であるので、このような方法をとった。



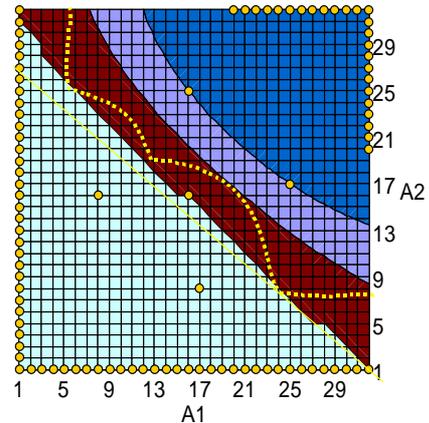
(a) $r=0.2, C=$



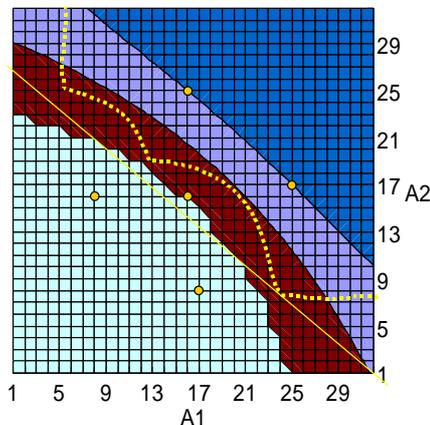
(a) $r=0.2, C=$



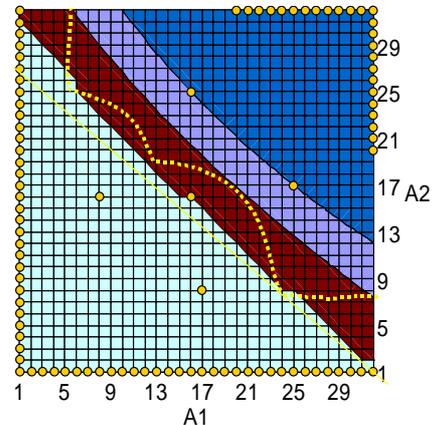
(b) $r=0.5, C=$



(b) $r=0.5, C=$



(c) $r=1.0, C=$



(c) $r=1.0, C=$

図—6 中央5点に対する計算結果

図—7 中央5点に縁の情報を加えた場合の計算結果

初期状態は、図—7と同様に中央5点に設計空間の縁の情報を加えたものと同じ状態とする。以降、次回への追加データは、今回の最適解と任意に選んだ設計点を式(23)の判定式により検討し、条件を満足するもののみ追加データとして用いる。任意に選んだ設計点とは、ここではGAのプロセスは応用していないので、初期にランダムに作成した並びから順に判定式にかけ、最初に満足したものを追加データとして用いる。この場合、用いら

れなかったデータは、式(23)の判定式による判別がなければ、厳密な構造解析が求められたことを意味する。

最適化の過程を図—8に示した。各図の下に追加データを示してある。2つの座標のうち左の値が最適解であり、右が任意に選択された設計解である。今までの計算例と同じく、赤紫色の領域が非許容側のアクティブ領域であり、薄い青紫色の領域が許容側のアクティブ領域である。黄色の細線で示した曲線が厳密な制約曲面(線)

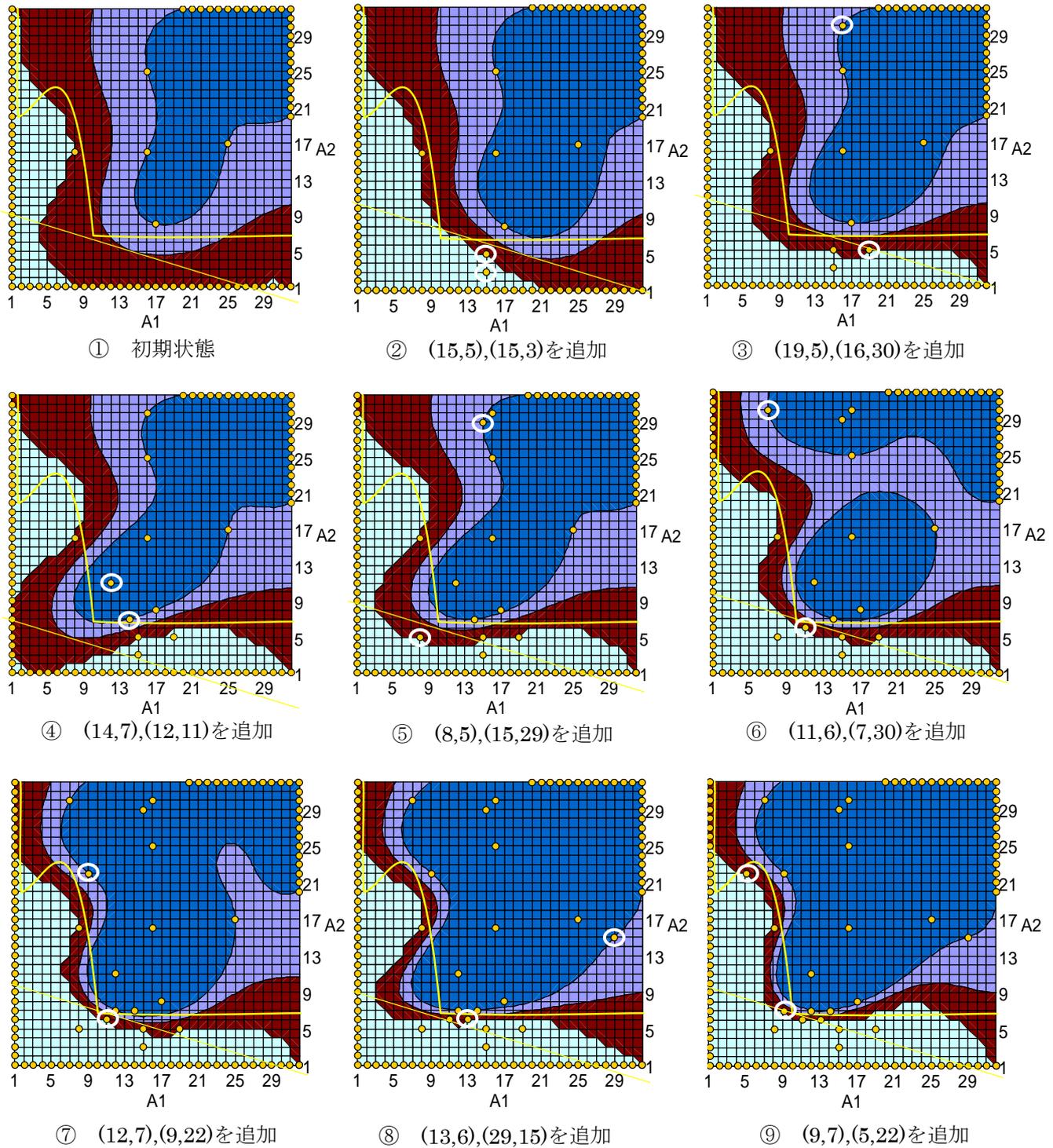


図-8 交差梁の最適化における収束過程

である。両者の境界が識別面（線）であり、この場合近似制約曲線を表す。図に示すように、9回の更新で最適解が得られており、初期の5点とその後の追加 $8 \times 2 = 16$ 点の合計21の厳密な構造解析回数で設計解が得られたことになる。追加データはランダムに作成し、識別関数式(12)で計算して、式(23)を満足する設計のみ次のステップのためのSVM解析に用いている。この過程で最後に追加したデータはランダムに作成した31番目の設計

である。使用した8設計以外の $31 - 8 = 23$ 設計の必要のない構造解析を回避することが出来たことを意味する。なお、追加データは、図中で白丸で囲って示した。

6. 考察

1970年以降の構造最適設計の大きな課題は、近似法の確立と応用であった⁶⁾。一つ的设计解の解析、照査に多

くの時間がかかる構造物の最適設計には、近似法の利用は必然である。近似法は、厳密な構造解析の回数を減らすのが目的であるから、少ない設計解（教師データ）からスタートし順次教師データを追加して近似曲面と最適解を更新していく。変数が連続量であれば、追加するデータは精度向上を第1の目的として最適解あるいはその近傍のデータが選択される。つまり今回の最適設計を次回の教師データとして追加することになる。しかし、変数が離散量の場合は、あるイテレーションの最適解の近傍に解がある保証はない（少なくとも連続量の場合よりははるかに少ない）ので、全域的な精度向上も同時に求められることになる。つまり疎なデータの追加である。疎なデータには2種類あり、全域的に疎である場合と、疎かつ制約曲面近傍にある場合とがある。前者は一般に近似曲面の改良に寄与するところは少ないが、後者は大きい。特に本研究のような制約曲面近似の場合はその傾向が強い。しかし、制約曲面近傍かどうかは厳密な構造解析をしなければわからないことなので、その判断はせずに前者の全域的な疎なデータを用いてきたのが従来の方であった。

そこで本研究では、この問題に対する一つの解決法として、現在学習機能を有するパターン分類法の一つとして注目を浴びているSVMを、制約曲面作成の支援に用いることを試みた。SVMの解析は、結局2次多項式の最大化問題に変換されたが、収束の判定に主問題と双対問題の目的関数の差を用いることもあり、極めて安定的に解を提供しうることがわかった。

RBFネットワークを用いる最適設計システムに組み込む前の基礎的な考察段階であるが、追加データ選択の根拠を従来の全域的な疎なデータから、「疎かつ制約曲面近傍」に替えるわけだから、少なくとも悪くなることはなく、交叉梁の例題で示されたように、本研究で提案されている[アクティブ領域]の概念は、追加データ選

択において有用な情報を提供しうることが示された。

アクティブ領域にあるかどうかの検討は、RBFネットワークでも可能である。しかし、SVMは許容領域と非許容領域の境界面を内部に含む可能性が高いのに対して、RBFネットワークでは、許容側あるいは非許容側に偏る可能性がある。信頼性の観点からはSVMの方がすぐれていると考えられる。本研究で、SVMを採用している理由である。

今後、パラメータ r 、 C の効果と設定法、および設計空間縁上の既知とみなせる解の利用などさらに検討し、RBFネットワークを用いる最適設計システムに組み込んで、最適耐震設計の更なる合理化を目指す予定である。

参考文献

- 1) 阿部淳一、渡邊忠明、杉本博之：RBFネットワークによる制約条件近似とRC橋脚の最適耐震設計に関する研究 土木学会論文集A, Vol.62, No2, pp.405~418, 2006.
- 2) Cristianini N. and Shawe-Taylor J. : *An Introduction to Support Vector Machines and other kernel-based learning methods*, Cambridge University Press, 2000. 邦訳 大北剛：サポートベクターマシン入門，共立出版，2005.
- 3) 栗田多喜男：サポートベクターマシン入門，<http://www.neurosci.aist.go.jp/~kurita/lecture/svm/svm.html>, 2002.
- 4) 山田他編著：最適構造設計—概念・方法・応用—，丸善，1983.
- 5) Sugimoto, H., Abe, J. and Furukawa, K.: Research on SVM as Support System of Constraints Approximation, *The fourth China-Japan-Korea Joint Symposium on Optimization of Structural and Mechanical Systems*, pp.1-8, 2006.
- 6) 杉本博之：構造最適設計の数理計画法からの脱皮，構造工学論文集，Vol.35A, pp.339~345, 1989.

(2006年9月11日受付)