

鋼床版デッキ貫通型き裂の X-FEM き裂進展解析

Simulation of fatigue cracks in orthotropic steel decks with X-FEM

中川 玲*, 鈴木 克幸**, 栗原 康行***, 中住 昭吾****

Rei Nakagawa, Katsuyuki Suzuki, Yasuyuki Kurihara, Shogo Nakasumi

* 学士(工学), 東京大学, 新領域創成科学研究科 (〒277-0882 柏市柏の葉 5-1-5)

** Ph.D., 東京大学助教授, 新領域創成科学研究科 (〒277-0882 柏市柏の葉 5-1-5)

*** 工修, JFE 技研(株), 土木・建築研究部 (〒210-0855 川崎市川崎区南渡田町1番1号)

**** 博士(工学), 産業技術総合研究所先進製造プロセス研究部門 (〒305-8564 つくば市並木1-2-1)

In recent years, many fatigue cracks are found near welding area on orthotropic steel deck plates with trapezoidal stiffeners. In order to evaluate the life of the structure and determine the effective repairing methods, it is essential to predict the accurate crack path and estimate the crack-propagation speed. In the crack propagation of steel plate deck that penetrates the steel plate deck, there is an assumption that welding residual stress has a strong influence. In this paper, we present the simulation of fatigue crack in the deck plates with X-FEM considering the effect of residual stress, and it was shown that the simulation coincide with experiment.

Key Words: Fatigue crack, Steel plate deck, Residual stress, X-FEM

キーワード: 疲労き裂, 鋼床版, 残留応力, X-FEM

1. 緒言

近年, 鋼床版に疲労き裂が多数発見されている。特に U リブとデッキプレートの溶接部に発生するデッキ貫通型き裂は, 発生時のき裂長が比較的長く, 交通障害を引き起こす可能性があり, 早急の対策が必要とされている。このき裂の発生・進展メカニズムについては, 未解明な部分も多く, 効果的な補修・補強方法の模索のためには簡便で精度の高いシミュレーション技術が必要とされている。

一方, 一般的な有限要素法によるき裂進展解析では, き裂の進展に伴うリメッシュ作業が必要であり, 高度なモデリング技術および多くの人的作業を要する。これに対して, Belytschkoら¹⁾によって提案された extended finite element method (X-FEM) は有限要素法をベースとして, その要素内に不連続面を定義することによりき裂の進展過程でリメッシュを不要とすることができる。

デッキプレートと U リブ溶接部においては溶着金属の冷却に伴い, 残留応力が生じており, き裂の発生, 進展に影響を及ぼしている²⁾。本論文では, この残留応力の影響を考慮し, X-FEM によるデッキ貫通型き裂の進展解析を行った結果について報告する。

2. 定式化

2.1 X-FEM

X-FEM は, Babuska ら³⁾の PU-FEM の重み関数において重み関数として有限要素法の形状関数を使い, 近似関数として要素内でのき裂の不連続性を表す関数およびき裂先端の特異場を表す関数を付加したもので, 変位の近似式は次式で表される。

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \sum_{i \in I} N_i(\mathbf{x}) \mathbf{d}_i + \sum_{j \in J} N_j(\mathbf{x}) H(\mathbf{x}) \mathbf{b}_j + \sum_{k \in C} N_k(\mathbf{x}) \sum_{l=1}^4 \psi_l(\mathbf{x}) \mathbf{c}_k^l \quad (1)$$

ここで, N_i は節点 i に関する (通常の FEM と同じ) 形状関数であり, $H(\mathbf{x})$ はき裂面の不連続性を表すためのヘビサイド関数であり, 点 \mathbf{x} の亀裂面からの符号付き距離 y の正負により下記のように定義される。

$$H(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1 & y > 0 \\ 0 & y < 0 \end{cases} \quad (2)$$

そして $\psi_l(\mathbf{x})$ はき裂端周辺の特異変位場を表す関数の基底であり, それぞれ次式で表される。

$$\sum_{l=1}^4 \psi_l(\mathbf{x}) = \sum_{l=1}^4 \psi_l(r, \theta) = \begin{cases} \sqrt{r} \sin(\theta/2) \\ \sqrt{r} \cos(\theta/2) \\ \sqrt{r} \sin(\theta/2) \sin \theta \\ \sqrt{r} \cos(\theta/2) \sin \theta \end{cases} \quad (3)$$

ただし、これらはき裂端を原点とし、き裂線に平行に x 軸をとった局所直行座標系及びそれと対応する極座標系の関数である。また、 J はき裂面周辺の変位の不連続性を考慮する節点の集合、そして C は、き裂端周辺の特異性変位場を考慮する節点の集合である (図-1 参照)。すなわち、節点の内挿関数がき裂線によって完全に切断されるような節点は集合 J に属し、内挿関数が完全には切断されず、その内部にき裂端を含むような節点は集合 C に属する。そして $\mathbf{d}_i, \mathbf{b}_j, \mathbf{c}_k$ は適当な節点自由度である。

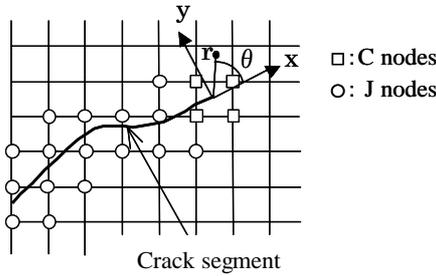


図-1 X-FEM における節点のエンリッチ

2.2 混合モードき裂の応力拡大係数評価法

混合モードき裂では、通常の J 積分を実行して J 値を求めても K_I 値、 K_{II} 値を個別に求めることはできない。モード分離を行うため本研究では相互積分法⁴⁾を用いた。ここではその概略を説明する。まず、ある形状のき裂に対して、変位場・ひずみ場・応力場が異なる二つの独立した状態 (状態 1, 状態 2) が存在するものとする。ここで、状態 1 は現実的に K 値を求めたい (モード分離を行いたい) 状態であるのに対して、状態 2 は補助的に導入するものである。そしてそれら 2 つの状態を重ね合わせた状態を新たに考え、それに対して J 積分を実行する。すると、次式のように式展開される。

$$\begin{aligned} J^{(1+2)} &= \int_{\Gamma} \left[\frac{1}{2} (\sigma_{ij}^{(1)} + \sigma_{ij}^{(2)}) (\varepsilon_{ij}^{(1)} + \varepsilon_{ij}^{(2)}) \delta_{1j} \right. \\ &\quad \left. - (\sigma_{ij}^{(1)} + \sigma_{ij}^{(2)}) \frac{\partial (u_i^{(1)} + u_i^{(2)})}{\partial x_1} \right] n_j d\Gamma \quad (4) \\ &= J^{(1)} + J^{(2)} + I^{(1,2)} \end{aligned}$$

ここで各物理量の右上添え字(1)または(2)はそれぞれ状態 1 または 2 に関する量であることを示している。そして $J^{(1)}, J^{(2)}$ は、状態 1 と状態 2 がそれぞれ単独で存在した場合の J 積分の値である。それに対して $I^{(1,2)}$ は状態 1 と状態 2 の相互積分 (interaction integral) と呼ばれ、次式で計算される。

$$I^{(1,2)} = \int_{\Gamma} \left[\sigma_{kl}^{(1)} \varepsilon_{kl}^{(2)} \delta_{1j} - \sigma_{ij}^{(1)} \frac{\partial (u_i^{(2)})}{\partial x_1} - \sigma_{ij}^{(2)} \frac{\partial (u_i^{(1)})}{\partial x_1} \right] n_j d\Gamma \quad (5)$$

この連成項 $I^{(1,2)}$ と K 値の間には(6)式の関係が成り立つ。ただし E^* は平面応力状態、または平面ひずみ状態における Young 率である。

$$I^{(1,2)} = \frac{2}{E^*} (K_I^{(1)} K_I^{(2)} + K_{II}^{(1)} K_{II}^{(2)}) \quad (6)$$

ここで補助状態 (状態 2) を純粋な単一モード状態 ($K_I^{(2)} = 1, K_{II}^{(2)} = 0$ または $K_I^{(2)} = 0, K_{II}^{(2)} = 1$) と仮定し、そのような場の関数を(5)式に代入すれば、 K 値を求めたい問題 (状態 1) の $K_I^{(1)}, K_{II}^{(1)}$ を得ることができる。なお、(5)式の計算に際しては変位・ひずみ・応力を全てき裂端を原点とする局所座標形での値に変換する必要があることに注意を要する。

$$\begin{cases} K_I^{(1)} = \frac{E^*}{2} I^{(1, \text{Mode I})} \\ K_{II}^{(1)} = \frac{E^*}{2} I^{(1, \text{Mode II})} \end{cases} \quad (7)$$

2.3 領域積分法

(5)式の積分計算は境界 Γ 上で実行されるが、これを領域積分に変換することによって数値計算が好都合になる。これは一般に領域積分法⁵⁾ (Domain integral method) と呼ばれる方法であり、以下でその原理を概説する。

(5)式の被積分関数に、ある重み関数 $q(x_1, x_2)$ を掛け、その後に Gauss の発散定理を適用する。そして境界 Γ がき裂端に収縮した極限を考えるものとする、次式のように変形される。

$$\begin{aligned} I^{(1,2)} &= \int_{\Gamma} \left[W^{(1,2)} \delta_{1j} - \sigma_{ij}^{(1)} \frac{\partial (u_i^{(2)})}{\partial x_1} - \sigma_{ij}^{(2)} \frac{\partial (u_i^{(1)})}{\partial x_1} \right] q n_j d\Gamma \\ &= \int_A \left[\sigma_{ij}^{(1)} \frac{\partial (u_i^{(2)})}{\partial x_1} + \sigma_{ij}^{(2)} \frac{\partial (u_i^{(1)})}{\partial x_1} - W^{(1,2)} \delta_{1j} \right] \frac{\partial q}{\partial x_j} dA \quad (8) \end{aligned}$$

ここで、 A は、図-2 の境界 $\Gamma, \Gamma_0, C_+, C_-$ によって囲まれる領域である。ただし、境界 Γ_0 は境界 Γ の外側に存在する境界であるものとする。

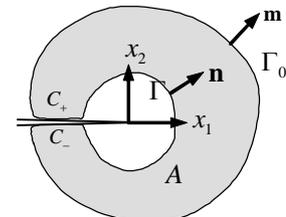


図-2 領域積分法の概念図

また、重み関数 q は領域 A 内部に分布し、次式を満足する十分なめらかな関数であるとする。

$$q(x_1, x_2) = \begin{cases} 1 & \text{on } \Gamma \\ 0 & \text{on } \Gamma^0 \end{cases} \quad (9)$$

境界 Γ に沿った経路であれば、方向、すなわちベクトル量を扱わなければならないのに対し、領域であれば「き裂端からの距離」などのようなスカラー量を扱うことになるので処理が簡単になる。このように、領域積分法を用いると、J 積分計算を機械的に行うことができる。

関数 q は実際の数値計算に際しては以下のように作成する。すなわち、有限要素によって離散化された空間内において要素内部の関数 q の値を(10)式で表す。

$$q = \sum_I N_I Q_I \quad (10)$$

ここで、 Q_I は節点番号 I の節点が有する節点値であり、 N_I は通常のアイソパラメトリック要素で用いる形状関数である。節点値 Q_I は、領域 A 内部で $0 < q < 1$ の値を持つ。そして関数 q の空間微分 $\partial q / \partial x_i$ は、通常のアイソパラメトリック要素と同様の計算で自動的に求まる。

$$\frac{\partial q}{\partial x_i} = \sum_I \sum_{k=1}^2 \frac{\partial N_I}{\partial \eta_k} \frac{\partial \eta_k}{\partial x_i} Q_I \quad (11)$$

ここで $\partial \eta_k / \partial x_i$ は Jacobian マトリクスである。

ここで、重み関数 $q(x)$ の具体的な形状が問題となるが、次節に示す例題で複数の重み関数について調べた。

2.4 き裂進展方向の決定

き裂が進展するときの進展方向角度 θ の決定には maximum circumferential stress criterion を用いた。これは円周方向の応力が最大となるような方向にき裂が進展するという仮説に基づいている。各計算ステップにおいて得られた K_I 値、 K_{II} 値を用いて次式により進展方向角度が求まる。

$$\theta = 2 \arctan \frac{1}{4} \left(\frac{K_I}{K_{II}} \pm \sqrt{\left(\frac{K_I}{K_{II}} \right)^2 + 8} \right) \quad (12)$$

なお、進展量は応力拡大係数の振幅に比例するが、進展方向は応力拡大係数の最大値を用いる。

2.5 残留応力の考慮

溶接構造物の溶接部付近からのき裂進展を解析するには、溶接による残留応力の評価が必要である。溶接残留応力の評価には、解析対象のなかの溶接材からなる領域を定義し、その部分がある一定温度であると仮定する。溶接材が溶けている場合の応力分布をゼロとして、冷却され固まることにより溶接材が収縮し残留応力が発生するとする。

なお、溶接部が固まりだしてから完全に冷却するまでの温度低下を 200°C と仮定する。今後の解析では、溶接材の部分に仮想的に 200°C 程度の温度低下を与えることで残留応力を求めている。実際の温度分布は不連続ではなく、今後溶接プロセスのシミュレーションを行うこと

によって改善される余地は残されているが、現実をある程度表現できるモデルであると思われる。

残留応力 σ_0 がある場合、応力 σ とひずみ ε の関係は以下のように表すことができる。

$$\sigma = D\varepsilon + \sigma_0 \quad (13)$$

このとき、節点力 \mathbf{q}^e は、

$$\mathbf{q}^e = \int_{V^e} \mathbf{B}^T \sigma d(\text{vol}) \quad (14)$$

残留応力による節点力を \mathbf{f}^e とすると、

$$\begin{aligned} \mathbf{q}^e &= \mathbf{K}^e \mathbf{a}^e + \mathbf{f}^e \\ \mathbf{K}^e &= \int_{V^e} \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} d(\text{vol}) \end{aligned} \quad (15)$$

よって、残留応力を考慮した解析においては節点に対して下記のような等価節点力 \mathbf{f}^e を与えればよい。

$$\mathbf{f}^e = \int_{V^e} \mathbf{B}^T \sigma_0 d(\text{vol}) \quad (16)$$

2.6 き裂進展解析

き裂進展解析の全体の流れは以下の通りである。

2.5 節に示した残留応力値を用い、2.1 節の X-FEM で応力解析を行った。2.2 節、2.3 節の考え方にもとづき K_I 値、 K_{II} 値を求め、2.4 節の考え方でき裂進展方向を決定した。その方向に対するき裂進展量は、適当な長さを用い、再びき裂が進展した場合に対して 2.1 節の X-FEM を行い全体を繰り返し、構造全体が不安定になるまで解析を進めることができる。

なお、き裂進展長さはパリス則などにより荷重回数との関連付けを行うことができ、寿命評価に結びつけていくことができるが、今回は荷重回数とき裂進展量の実験データがなかったことから評価は行っていない。

3. X-FEM の精度検証

3.1 エッジクラックの解析

最初に、X-FEM の解析精度を検証するため、残留応力のないモデルを X-FEM を用いて解析を行う。図-3 に示すエッジクラックを解析した。

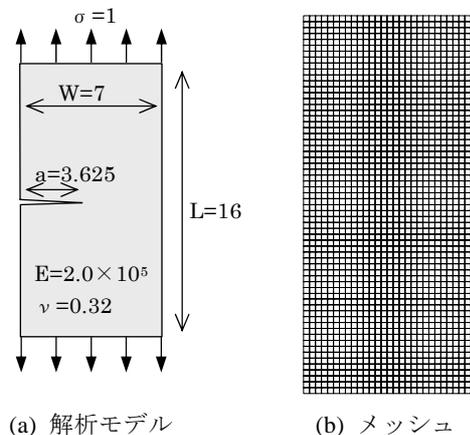


図-3 エッジクラック

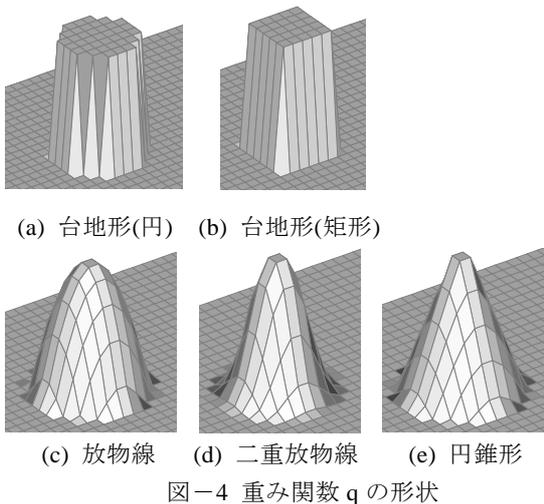
このモデルの応力拡大係数の近似解析解は次式で与えられる。

$$K_I = C\sigma\sqrt{a\pi} \quad (17)$$

ただし、Cは次式で表わされる補正係数である。

$$C = 1.12 - 0.231\left(\frac{a}{W}\right) + 10.55\left(\frac{a}{W}\right)^2 - 21.72\left(\frac{a}{W}\right)^3 + 30.39\left(\frac{a}{W}\right)^4 \quad (18)$$

(8)式の重み関数 $q(x_1, x_2)$ の形状が応力拡大係数の精度に及ぼす影響を調べるため、図-4に示す5種類の重み関数を使用した。すなわち、台地形(円)、台地形(矩形)、放物線、二重放物線(上下に凸である2つの放物線を変曲点で結合したもの)、そして円錐形である。これらは図-2の領域A内において関数 $q(x_1, x_2)$ がどのような勾配で分布しているかを示すものである。さらにそれぞれの種類の関数 q に対して、中心部(すなわちき裂端)からの広がりも3段階に変化させた。これは図-2の境界 Γ_0 が円であるとすれば、その半径のことを指す。これをき裂端周辺部に存在する要素の大きさの1倍から3倍まで変化させることとした。



これらの重み関数を用いて無次元化した応力拡大係数を評価した結果を図-5に示す。これによると台地形(円)と台地形(矩形)の2種類が非常に精度が高い。それに対して他の関数は精度が低く、円錐形が最も精度が低い。実際の(8)式で計算されるのは関数 q の微分(勾配)であるから、この結果はその勾配がなるべく中心(き裂端)から離れたところに存在するような関数 q の形状が望ましいことを示している。

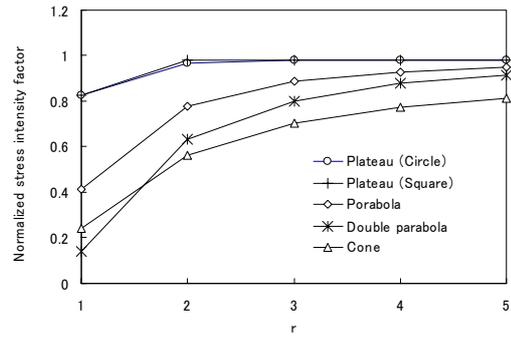


図-5 各重み関数 q に対する無次元化した応力拡大係数

また、同じ台地形であっても、それが円形か矩形かはあまり精度に影響しないこともわかる。ただしき裂端からの広がり重要で、中心(き裂端)から要素1個分の長さでは十分な精度が得られていない。2個分以上ではほぼ収束している。

次に、き裂線の長さ a を変化させた場合の無次元化した応力拡大係数を図-6に示す。重み関数は台地形(円)の形状のものを用い、その広がり半径を3段階に変化させた。半径を要素長の2倍または3倍とすると、 $1 < a < 5$ の範囲では近似解析解との良い一致が得られた。ただ、き裂線が短い場合($a=1$ 程度)では、半径が要素長3倍の場合に精度が大きく低下している。き裂線の長さが短い場合には重み関数の広がりを大きくし過ぎ無いことに注意が必要であろう。そして通常は半径が要素長の2倍程度で十分な精度が得られることがわかった。なお、 $a < 1$ 及び $a > 5$ の場合は、き裂先端近傍の応力、変位の誤差が大きくなった結果、精度の悪化が起きている。

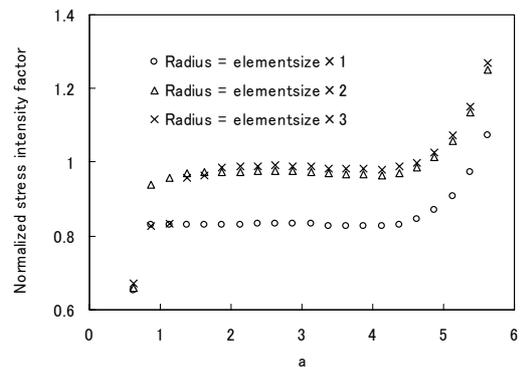


図-6 き裂線の長さ a に対する無次元化した応力拡大係数

以降の解析では、重み関数 $q(x)$ の形状としては、台地形(円)とし、また、き裂端からの広がり、中心(き裂端)から要素2個分の長さとした。

3.2 残留応力の評価手法の検証

次に、実験結果⁶⁾のある簡単なモデルで残留応力の評価手法の検証をする。図-7のような溶接接手のある試験片に対してき裂進展解析を行った。具体的には、図-8

のような有限要素メッシュに対し、仮想的に溶接線上の節点に 200℃の温度低下を与えることにより、残留応力分布を求め、外力 σ がある場合のき裂進展解析を行った。初期き裂は実験に合わせて 44.5mmとした。なお、節点に温度を与えたということは、ちょうど溶接線のところの要素 1 要素分に温度が分布していると考えられる。図-8 に温度分布を示す。また、図-9 (a)~(c)に残留応力分布を示す。

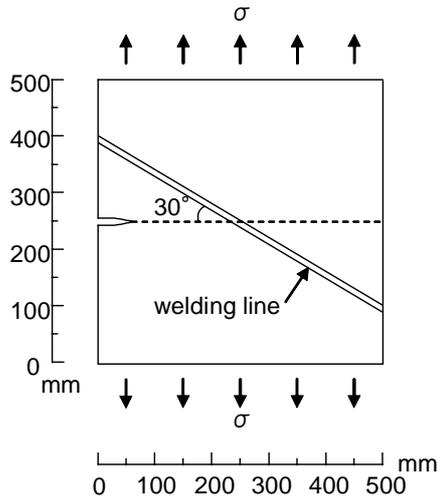
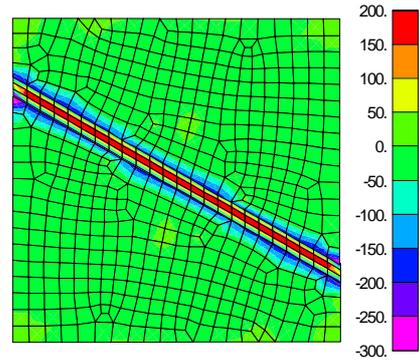
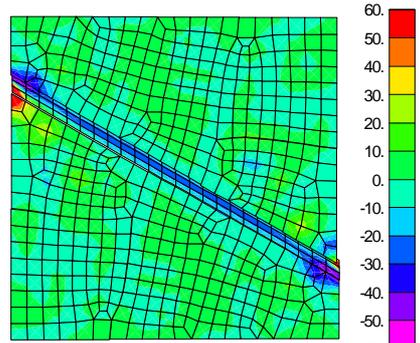


図-7 斜接手試験片



(b) y 方向応力 (MPa)



(c) せん断応力 (MPa)

図-9 残留応力分布 (斜接手試験片)

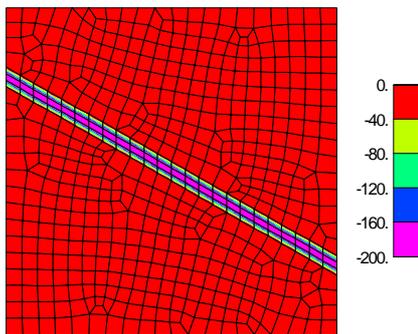
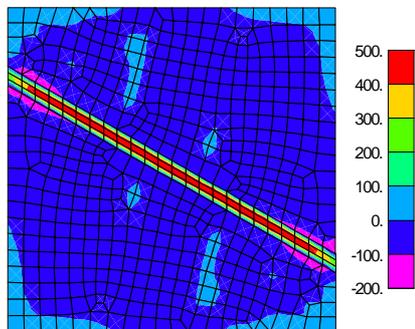


図-8 温度分布 (斜接手試験片)



(a) x 方向応力 (MPa)

外力 $\sigma=55.86\text{MPa}$ の場合について解析を行った。シミュレーション結果は図-10 のようになった。文献⁶⁾の実験結果 (図-11) と比べると、進展経路がよく一致していることから、本手法により残留応力の影響を考慮したき裂進展解析が可能であることがわかる。また、この例題においては、実際の残留応力分布は 200℃の温度低下と仮定して計算したものに近いと考えられる。

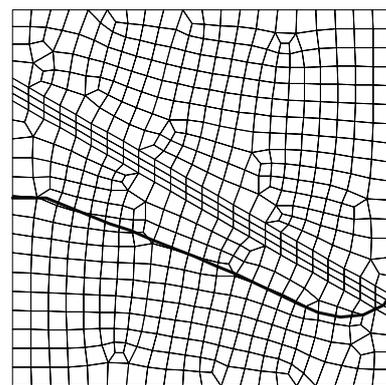


図-10 き裂進展経路 (シミュレーション)

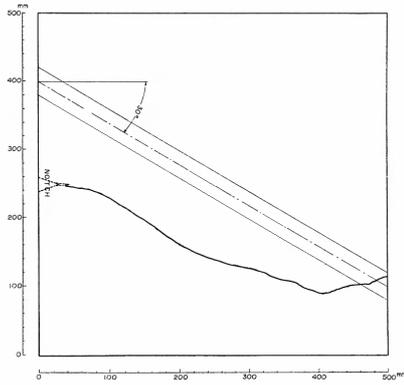


図-11 き裂進展経路 (実験)

4. 鋼床版のデッキ貫通型き裂進展解析への適用

Uリブとデッキプレート溶接部に発生するデッキ貫通型き裂の実験結果と本手法の進展解析を比較検討した。比較した実験⁷⁾は、図-12 に示すように、Uリブは 320×250×8mm、デッキ厚は 12mmとし、荷重は、シングルタイヤを想定し 200mm角の硬質ゴムを介し、2のUリブ内に同時に最大 50kN (合計 100kN) の変動荷重 (圧縮片振り) を周波数最大 10Hzで与え、実施している。本解析では鋼床版を2次元モデルで近似している。使用したメッシュを図-13 に示す。初期き裂は溶接未溶着部の長さ 2.2mmとした。

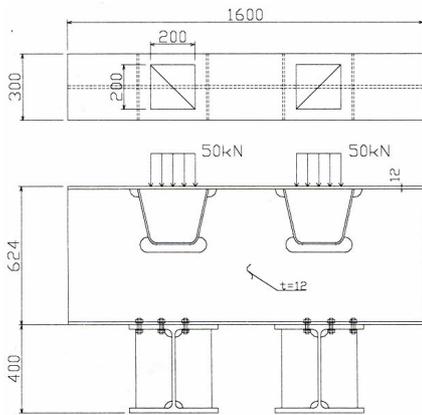


図-12 鋼床版

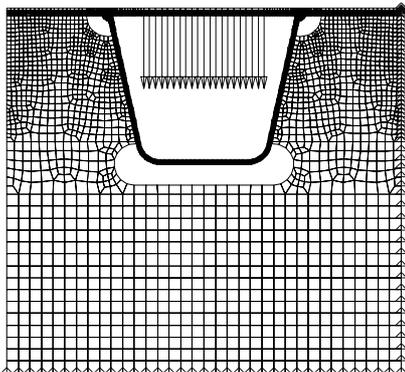


図-13 鋼床版の2次元モデルのメッシュ

鋼床版のUリブとデッキプレートの溶接部 (図-14(a)) では、高温の溶着金属が冷却し、溶接部に残留応力が生ずる。溶着金属部分に仮想的に 200°Cの温度低下を与え (図-14(b)), 進展解析を実施した。この時の熱収縮による応力の分布を図-15 (a)~(c)に示す。なお、実際の溶着金属部分の残留応力を同定することは困難であるが、直感的におかしくない範囲でき裂進展解析が実験結果に近くなるように、温度を下げる部分を設定している。

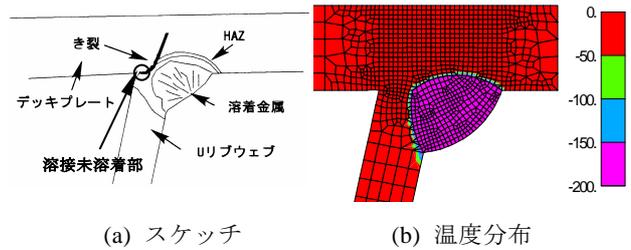
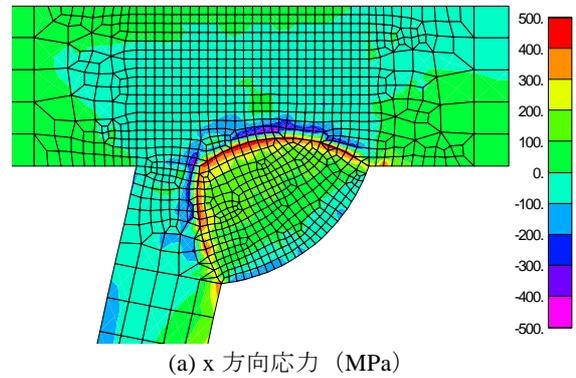
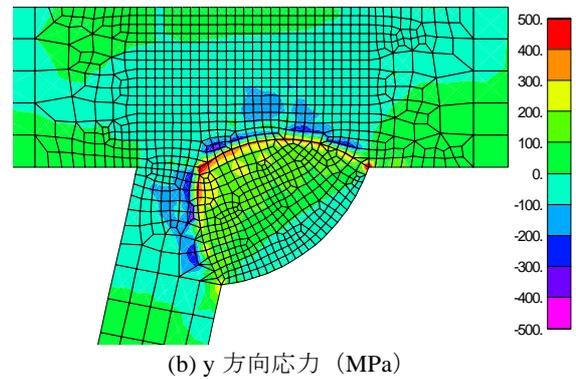


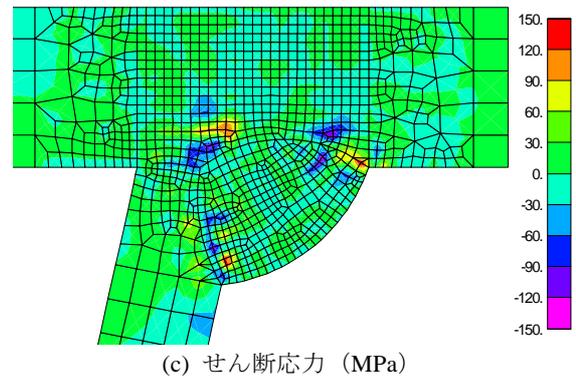
図-14 溶接部



(a) x 方向応力 (MPa)



(b) y 方向応力 (MPa)



(c) せん断応力 (MPa)

図-15 残留応力分布 (鋼床版)

解析結果（図-16）は、実験結果（図-17）及び実橋き裂状況（図-18）に近い挙動を示している。また、残留応力を考慮せずにき裂進展解析を行うと、き裂は進展しない。これをもって、温度の低下、温度分布が必ずしも正しいとは断定できないが、とりあえず本論文ではこのような温度低下の値、範囲を用いることを提案する。

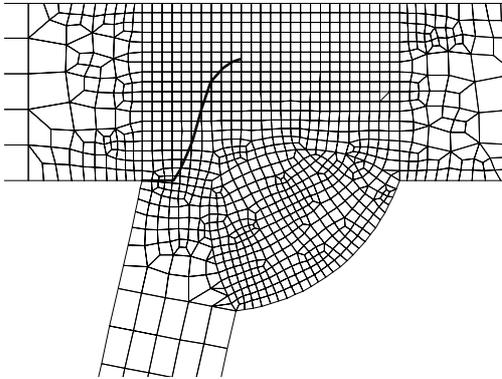


図-16 鋼床版き裂進展経路（シミュレーション）

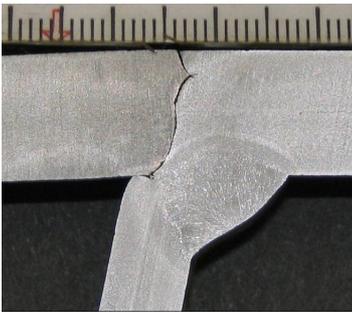


図-17 鋼床版き裂進展経路（実験）

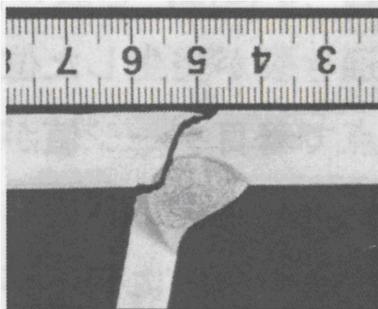


図-18 実橋き裂状況

5. 結言

鋼床版デッキ貫通型き裂における残留応力の影響を評価するため、き裂進展解析においてリメッシュを必要としない手法である X-FEM を導入し、残留応力の影響を考慮した。混合き裂問題に対して相互積分法によりモード分離を行い、き裂進展方向を決定した。また、単純な例で領域積分法における重み関数の形状の影響を評価した。

斜溶接試験片の問題で証明した残留応力を考慮した手法を用いて、鋼床版のデッキ貫通型き裂の進展の問題に対し、き裂の進展経路が実験結果及び実橋き裂状況によく一致することを示した。

今後、繰り返し回数とき裂進展量の評価を行うことで溶接構造の寿命評価法を確立するとともに、寿命を最大化するような最適設計や、効果的な補修・補強方法の決定を試みる予定である。

参考文献

- 1) T.Belytschko, T.Black : Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing. *Int.J. Numer. Meth. Eng.*, **45**(5), 601-620 (1999)
- 2) 三木千壽, 館石和雄, 奥川淳志, 藤井裕司 : 鋼床版縦リブ・横リブ交差部の局部応力と疲労強度, *土木学会論文集*, **519** I-32(1995)
- 3) I.Babuska, J.M.Menlenk : The partition of unity finite element method, *Int. J. Numer. Meth. Eng.*, **40**, 727-758 (1997)
- 4) J.F.Yau, S.S.Wang, H.T.Corten : A mixed-mode crack analysis of isotropic solids using conservation laws of elasticity. *J. Appl. Mech*, **47**, 335-341(1980)
- 5) B.Moran and C.F.Shih : A general treatment of crack tip contour integrals. *Int. J. Fracture*, **35**, 295-310 (1987)
- 6) 木原博, 楠田忠雄, 飯田國廣, 前田豊生, 松岡忠博 : 脆性破壊の伝播におよぼす溶接残留応力の影響, *日本造船学会論文集*, **108**, 385-393 (1960)
- 7) 栗原康行, 川畑篤敬 : 鋼床版デッキ貫通き裂発生メカニズムの実験的検討, 第 61 回年次学術講演会, (2006) (2006年9月11日受付)